דינמיקה

פרק 1 - קינמטיקה של חלקיק - תיאור התנועה במרחב

תוכן העניינים

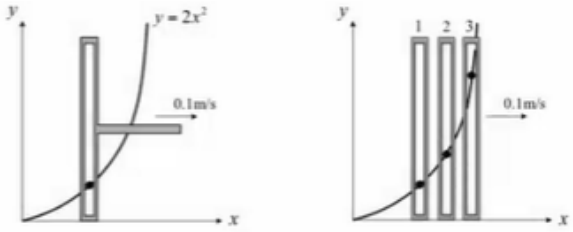
1. קואורדינטות קבועות בזמן - קרטזיות 1
2. קואורדינטות משתנות בזמן - פולאריות ומסלול 2

קואורדינטות קבועות בזמן – קרטזיות:

שאלות:

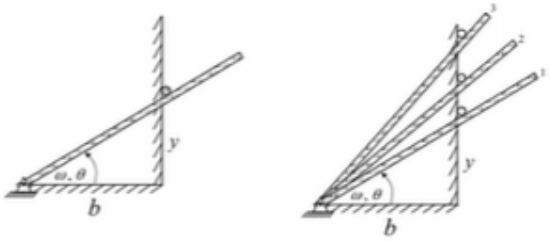
1) מוט במהירות קבועה

חלקיק נע על מסילה פרבולית בהשפעת מוט בעל מגרעת הנע במהירות אופקית קבועה. מצא את המהירות האנכית של החלקיק כתלות בזמן.



2) מוט מסתובב מול קיר

חלקיק מונח על מוט המסתובב במהירות זוויתית קבועה ω. החלקיק נתמך ע"י קיר אנכי. מצא את המהירות האנכית של החלקיק כתלות בזמן.



תשובות סופיות:

1) $v_y = 0.04t$.

2) $v_{\hat{y}} = b \cdot \omega \frac{1}{\cos^2(\omega t)}$.

קואורדינטות משתנות בזמן – פולאריות ומסלול:

שאלות:

1) ארבעה חלקיקים בתאוצה פולרית

נתונים מיקומם בזמן של ארבעה חלקיקים בקואורדינטות פולריות.
מצא את תאוצתו של כל חלקיק ושרטט את תנועתו במרחב:

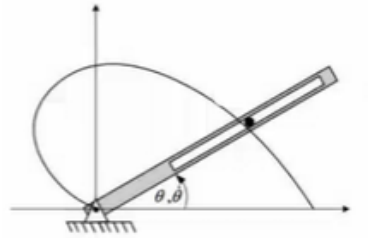
א. $A\left(5t^2,30\right)$.

ב. $B\left(5,180t\right)$.

ג. $C\left(5,180t^2\right)$.

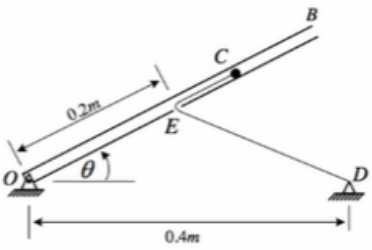
ד. $D\left(5t,30t\right)$.

2) מוט במהירות קבועה בעקומה



חלקיק נע לאורך עקומה: $r=b\left(1+\cos\theta\right)$
ומונע ע"י מוט הסובב במהירות זוויתית קבועה $\dot{\theta}$.
מהי מהירות החלקיק ותאוצתו?

3) מסה קשורה לחוט במוט מסתובב

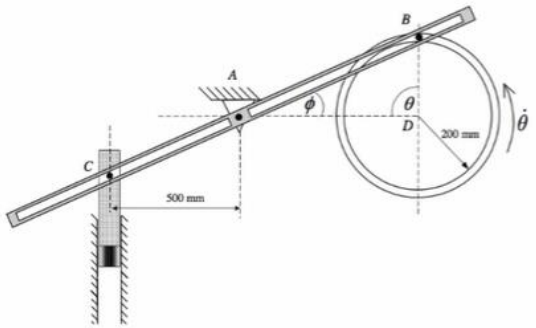


המוט OB מחובר בציר בנקודה O ובתוכו מחליק ללא חיכוך חלקיק C שמסתו 50 גרם.
החלקיק מחובר באמצעות חוט המתוח בכל משך התנועה לנקודה D. למוט מהירות זוויתית קבועה $\dot{\theta}=4\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ונתון ש- $r=0\text{Am}$ כאשר $\theta=0°$.
כמו כן נתונים: $OB=OD=0.4\text{m}$, $OE=0.2\text{m}$.
אורך החוט CED נשאר קבוע. המערכת אופקית.

א. ברגע בו $\theta=30°$ חשב את: r , $\dot{r}$, $\ddot{r}$.

ב. מהם הכוחות הפועלים על החלקיק? חשב אותם.

4) פין בגלגל מסובב בוכנה

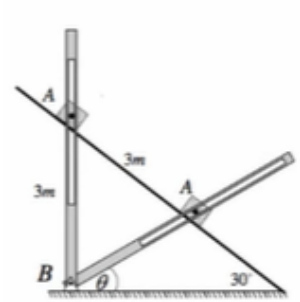


גלגל ברדיוס 200mm סובב במהירות זוויתית קבועה: $\dot{\theta}=0.5\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ סביב מרכזו D. בהיקף הגלגל מצוי הפין B הגורם למוט להסתובב סביב A.
פין C מחובר לבוכנה היכולה לנוע אנכית.
שני הפינים B ו-C מחליקים בתוך המוט.
ברגע המתואר: $\theta=90°$, $\phi=37°$.

חשב את $\dot{\phi}$, $\ddot{\phi}$, את המהירות של הבוכנה ואת התאוצה של הבוכנה.

חשב עבור נקודה B ועבור הבוכנה את: $\hat{t}$, $\hat{n}$, $\dot{s}$, $\ddot{s}$, ρ בקורדינטות מסלול.

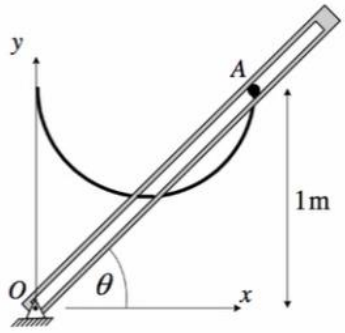
5) מסה במדרון מסובבת מוט



בלוק A שמסתו 2kg משוחרר ממנוחה ממעלה מישור משופע בגובה 3m. תוך כדי תנועתו הבלוק מסובב מוט חסר מסה המחובר לציר בנקודה B הנמצאת מתחת לבלוק ברגע תחילת התנועה.
לאחר שהבלוק עשה דרך של 3m לאורך המישור, חשב את הגדלים הבאים יחסית לראשית הצירים ב-B:

א. $\dot{r}$, $\dot{x}$, $\dot{y}$.
ב. $\dot{\theta}$.
ג. $\ddot{r}$, $\ddot{x}$, $\ddot{y}$.
ד. $\ddot{\theta}$.
ה. $\hat{t}$, $\hat{n}$, $\dot{s}$, $\ddot{s}$, ρ בקורדינטות מסלול.

6) חלקיק בחצי מעגל מחליק במוט



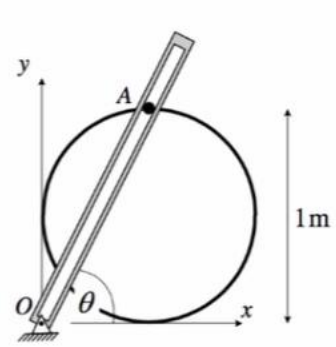
חלקיק A במסה m משוחרר ממנוחה מקצה מסילה חצי מעגלית בקוטר 1m יחסית לקרקע. תוך כדי תנועתו החלקיק מסובב מוט חסר מסה המחובר לציר בנקודה O. ציר Y משיק למסילה בצידה השני.

א. באיזו זווית θ (שאינה 90°) תתאפס המהירות הזוויתית של המוט?
חשב או הסבר (8%).

עבור זווית זו חשב את הגדלים הבאים יחסית לראשית צירים ב-O:

ב. $\dot{r}$ (5%).
ג. $\ddot{r}$ (10%).
ד. $\ddot{\theta}$ (10%).
ה. ρ , $\ddot{s}$, $\dot{s}$ בקורדינטות מסלול.

7) מסה במעגל מסובבת מוט



חלקיק A במסה m משוחרר ממנוחה מפסגת מסילה מעגלית בקוטר 1m לכיוון הקרקע בהשפעת כוח הכובד. תוך כדי תנועתו החלקיק מסובב מוט חסר מסה המחובר לציר בנקודה O. הצירים משיקים למסילה. כאשר החלקיק מגיע ל-B במחצית הדרך לקרקע, חשב את הגדלים הבאים יחסית לראשית צירים ב-O:

א. $r\ ,\ \dot{r}\ ,\ \dot{\theta}\ ,\ \ddot{\theta}$.

ב. $\hat{t}\ ,\ \hat{n}\ ,\ \dot{s}\ ,\ \ddot{s}\ ,\ \rho$ בקורדינטות מסלול.

ג. מהי $\dot{\theta}$ כשהחלקיק יגיע למהירות מקסימלית?

תשובות סופיות:

1) א. $\ddot{\bar{r}}_A = 10\hat{r}$. ב. $\ddot{\bar{r}}_B = -(180)^2\, 5\hat{r}$.

ג. $\ddot{\bar{r}}_C = -(360t)^2\, 5\hat{r} + 360\cdot 5\hat{\theta}$. ד. $\ddot{\bar{r}}_D = -(30)^2\, 5t\hat{r} + -2\cdot 30\cdot 5\hat{\theta}$.

2) $\bar{v} = \left(-b\dot{\theta}\sin\theta\right)\cdot\hat{r} + \left(\dot{\theta}\cdot b\left(1+\cos\theta\right)\right)\hat{\theta}$, $\bar{a} = \left(-b\dot{\theta}^2\cdot\cos(2) - b\dot{\theta}^2\right)\hat{r} - 2\dot{\theta}^2 b\sin\theta\cdot\hat{\theta}$.

3) א. $r = 0.35\ ,\ \dot{r} = -0.65\ ,\ \ddot{r} = -2.8$. ב. $N = -0.26\ ,\ T = -0.4$.

4) ראו סרטון.

5) א. $\dot{r} = 2.7\ ,\ \dot{x} = 4.7\ ,\ \dot{y} = -2.7$. ב. $\dot{\theta} = -1.5$.

ג. $\ddot{r} = 9.7\ ,\ \ddot{x} = 4.2\ ,\ \ddot{y} = -2.4$. ד. $\ddot{\theta} = 1.4$.

ה. $\hat{t} = \cos(30)\hat{i} - \sin(30)\ ,\ \hat{n} = \sin(30) + \cos(30)\ ,\ \dot{s} = v\ ,\ \ddot{s} = a\ ,\ \rho = \infty$.

6) א. $37°$. ב. $\dot{r} = -2.8$. ג. $\ddot{r} = -5.8$. ד. $\ddot{\theta} = 15.7$.

ה. $\rho = R\ ,\ \ddot{s} = \ddot{r}\ ,\ \dot{s} = \dot{r}$.

7) א. $r = 1.12\ ,\ \dot{r} = -1.4\ ,\ \dot{\theta} = -2.5\ ,\ \ddot{\theta} = -6.25$.

ב. $\hat{t} = -\hat{j}\ ,\ \hat{n} = -i\ ,\ \dot{s} = v\ ,\ \ddot{s} = g\ ,\ \rho = R$. ג. ראו סרטון.