תהליכים אקראיים בפיזיקה

פרק 38 - קומבינציות לינאריות על התפלגות נורמלית

תוכן העניינים

1. כללי 1

קומבינציות לינאריות על התפלגות נורמלית:

רקע:

כל קומבינציה לינארית של משתנים המתפלגים נורמאלית – מתפלגת נורמאלית בעצמה.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

הגובה של גברים במדינת ישראל מתפלג נורמלית עם תוחלת של 175 ס״מ וסטיית תקן של 10 ס״מ, וגובהן של הנשים במדינה מתפלג נורמלית עם תוחלת של 165 ס״מ וסטיית תקן של 8 ס״מ.
מה הסיכוי שגבר אקראי במדינה יהיה גבוה מאישה אקראית?

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

שאלות:

1) המשקל של גברים במדינת ישראל מתפלג נורמלית עם תוחלת של 75 ק״ג וסטיית תקן של 10 ק״ג, והמשקל של נשים במדינה מתפלג נורמלית עם תוחלת של 65 ק״ג וסטיית תקן של 8 ק״ג.
מה הסיכוי שאישה אקראית תהיה בעלת משקל גבוה יותר מגבר אקראי?

2) ההוצאה השנתית על ביגוד לאדם מתפלגת נורמלית עם תוחלת של 3000 ₪ וסטיית תקן של 1000 ₪. ההוצאה השנתית על בילויים מתפלגת נורמלית עם תוחלת של 4000 ₪ וסטיית תקן של 1500 ₪. מקדם המתאם בין ההוצאה השנתית על ביגוד וההוצאה השנתית על בילויים הינו 0.6.

א. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של התפלגות ההוצאה השנתית הכוללת על ביגוד ובילוי?

ב. מה הסיכוי שההוצאה השנתית הכוללת על ביגוד ובילוי תעלה על 8000 ₪?

ג. מהו העשירון העליון של ההוצאה השנתית הכוללת על ביגוד ובילוי?

3) צריכת הירקות היומית במסעדה מתפלג נורמלית עם תוחלת של 50 ק״ג וסטיית תקן של 4 ק״ג. נתון שמחיר ק״ג ירק הוא 6 ₪ לקילו.

א. מה התוחלת ומהי השונות של העלות היומית של ירקות למסעדה?

ב. מה ההסתברות שהעלות היומית על ירקות תהיה נמוכה מ-290 ₪?

ג. מהו האחוזון ה-40 של התפלגות העלות היומית של המסעדה על ירקות?

4) נפח יין בבקבוק מתפלג נורמאלית עם תוחלת של 750 מ״ל וסטיית תקן של 20 מ״ל. אדם קנה מארז של 4 בקבוקי יין.

א. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של נפח היין במארז.

ב. את היין שבמארז האדם מזג לכלי שקיבולתו 3.1 ליטר.
מה ההסתברות שהיין יגלוש מהכלי?

5) לדוד משה הייתה חווה. בחווה פרה ועיזה. תנובת החלב של הפרה מתפלג נורמאלית עם ממוצע של 20 ליטר ביום וסטיית תקן של 5 ליטר ותנובת החלב של העזה מתפלג גם כן נורמאלית עם ממוצע של 10 ליטר וסטיית תקן של 2 ליטר. כל ליטר חלב פרה נמכר ב-2 ₪ וליטר חלב עזה נמכר ב-3 ₪.

א. מה הסיכוי שהפדיון היומי של דוד משה מחלב יהיה לפחות62 ₪?

ב. מה הסיכוי שמתוך 5 ימים יהיו לפחות 4 ימים בהם תנובת החלב מהפרה והעזה ביחד תהיה מתחת ל-30 ליטר?
מה הסיכוי שביום מסוים תנובת הפרה תהיה נמוכה מתנובת העזה?

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

תשובות סופיות:

1) 0.2177.
2) א. תוחלת: 7000, סטיית תקן: 2247. ב. 0.3264. ג. 9881.
3) א. תוחלת: 300, שונות: 576. ב. 0.3372. ג. 294.
4) א. תוחלת: 3000 מ״ל, סטיית תקן: 40 מ״ל. ב. 0.0062.
5) א. 0.7549. ב. 0.1875. ג. 0.0314.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל