

# סטטיסטיקה לכלכלנים א

פרק 9 - קומבינטוריקה - דגימה ללא סדר ועם החזרה

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## קומבינטוריקה – דגימה ללא סדר ועם החזרה:

### רקע:

מספר האפשרויות לבחור  $k$  עצמים (לא בהכרח שונים) מתוך  $n$  עצמים שונים, ללא חשיבות לסדר העצמים הנדגמים, ועצם יכול להיבחר יותר מפעם אחת:

$$\binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$$

### דוגמה:

בכמה דרכים שונות ניתן לחלק 4 כדורים זהים לשלושה תאים שבכל תא יש מקום ליותר מכדור אחד? (פתרון והסבר הרעיון בהקלטה)

### סיכום כללי של המצבים האפשריים לדגימה:

מספר האפשרויות לבחירת $k$ עצמים מתוך אוכלוסייה של $n$ עצמים שונים		
ביצוע הדגימה	עם התחשבות בסדר הבחירה	ללא התחשבות בסדר הבחירה
עם החזרה	$n^k$	$\binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$
ללא החזרה	$(n)_k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

## שאלות:

- (1) בכמה דרכים יש להכניס 8 כדורים זהים לחמישה תאים כאשר תא יכול להכיל יותר מכדור אחד?
- (2) בכמה אופנים ניתן להכניס 5 מחברות זהות ל-3 תיקים שונים?
- (3) בכמה אופנים ניתן להכניס 8 כדורים לתוך 3 תאים שונים כאשר:  
 א. הכדורים זהים.  
 ב. הכדורים שונים זה מזה.
- (4) בכמה דרכים יש לסדר 10 משחקים ב-4 מגירות כאשר:  
 א. המשחקים שונים זה מזה.  
 ב. במשחקים זהים זה לזה.
- (5) מהו מספר הפתרונות השלמים האי שליליים למשוואה הבאה:  $X_1 + X_2 = 3$ .
- (6) מהו מספר הפתרונות השלמים האי-שליליים למשוואה הבאה:  
 $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 20$ .
- (7) במכירה פומבית הוצגו 4 פמוטי זהב זהים לחלוטין. על קניית היצירות התחרו 3 אספנים. אספן יכול היה לרכוש יותר מפמוט אחד. בהנחה וכל הפמוטים נמכרו, כמה אפשרויות מכירה לאספנים השונים ישנן?
- (8) נתונות האותיות: A, B, C ו-D. נרצה לבחור שתי אותיות מתוך קבוצת האותיות הללו כאשר מותר לבחור אותה יותר מפעם אחת אבל אין חשיבות לסדר האותיות שנבחרו. כמה דרכים ישנן לבחירה?
- (9) במשחק הלוטו החדש יש לבחור ארבעה מספרים מתוך המספרים 1-20. אין חשיבות לסדר הפנימי של המספרים, אלא רק לגלות אילו מספרים עלו בגורל. מה הסיכוי לגלות את המספרים שעלו בגורל אם:  
 א. אסור לבחור את אותו מספר יותר מפעם אחת.  
 ב. מותר לחזור על אותו מספר יותר מפעם אחת.

- (10)** ישנם 5 כדורים להכניס ל-6 תאים.  
 חשבו את מספר האפשרויות להכנסת הכדורים כאשר:
- הכדורים שונים ותא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
  - הכדורים זהים ותא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
  - הכדורים שונים ותא לא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
  - הכדורים זהים ותא לא יכול להכיל יותר מכדור אחד.

- (11)** ישנם  $k$  כדורים להכניס ל- $n$  תאים ( $n > k$ ).  
 חשבו את מספר האפשרויות להכנסת הכדורים כאשר:
- הכדורים שונים ותא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
  - הכדורים זהים ותא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
  - הכדורים שונים ותא לא יכול להכיל יותר מכדור אחד.
  - הכדורים זהים ותא לא יכול להכיל יותר מכדור אחד.

## תשובות סופיות:

(1) .495

(2) .21

(3) א. .45 ב. .6561

(4) א.  $4^{10}$  ב. .286

(5) .4

(6) .1771

(7) .15

(8) .10

(9) א.  $\frac{1}{4845}$  ב.  $\frac{1}{8855}$

(10) א. 7776 ב. .252 ג. .720 ד. .6

(11) א.  $n^k$  ב.  $\binom{n+k-1}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$  ג.  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!}$  ד. .6

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{ד.}$$