תורת הגלים להנדסה רפואית

פרק 5 - קווי תמסורת

תוכן העניינים

1. קווי תמסורת ללא הפסדים 1

קווי תמסורת ללא הפסדים

רקע

הקשרים בין המתח לזרם (בקו ללא הפסדים):

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -C_0 \frac{\partial V}{\partial t} \qquad \frac{\partial V}{\partial x} = -L_0 \frac{\partial I}{\partial t}$$

משוואות הגלים:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \qquad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

כאשר C_0 ו- L_0 הם הקיבול וההשראות ליחידת אורך.

עכבה

עכבה כללית מוגדרת לפי: $Z = \frac{V}{I}$ והיא יכולה להיות תלויה במיקום

עכבה אופיינית:

$$\frac{V^+(x,t)}{I^+(x,t)} = -\frac{V^-(x,t)}{I^-(x,t)} = Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

לא תלויה במיקום (בדר"כ כשנתונה העכבה הכוונה לעכבה אופיינית).

החזרה והעברה

$$V^-(x_0,\mathrm{t}) = -rV^+(x_0,\mathrm{t}) \qquad I^-(x_0,\mathrm{t}) = rI^+(x_0,\mathrm{t})$$

$$r = \frac{Z_0 - Z_\mathrm{L}}{Z_L + Z_0}$$

$$V_\mathrm{L}^+(x_0,\mathrm{t}) = tV^+(x_0,\mathrm{t}) \qquad I_\mathrm{L}^+(x_0,\mathrm{t}) = tI^+(x_0,\mathrm{t})$$

$$t = \frac{2Z_0}{Z_L + Z_0}$$

הערה: הנוסחאות הן בהנחה שאין גל חוזר בעומס.

כאשר יש קצר בקצה בקו, $Z_L = 0$, מקבלים גל עומד.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

שאלות

1) עכבת כניסה

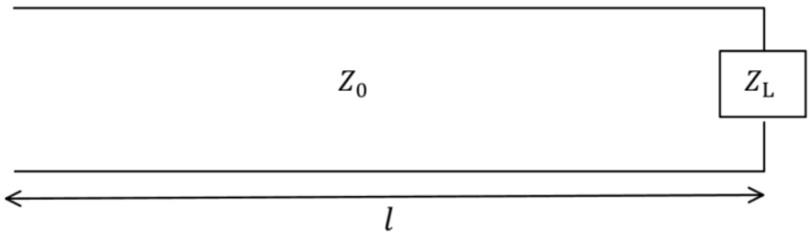
קו תמסורת באורך l ועכבה אופיינית Z_0 מחובר בקצה לעומס בעל עכבה אופיינית Z_L. הניחו כי אין גל חוזר בעומס וכי אמפליטודת הגל המתקדם בכיוון החיובי ידועה.

א. רשמו את פונקציות המתח והזרם של הגל הפוגע והגל החוזר אם ראשית הצירים נמצאת בנקודת החיבור עם העומס.

ב. חזרו על סעיף א אם הראשית בתחילת הקו.

ג. חשבו עבור סעיפים א' ו- ב' את העכבה בתחילת הקו, עכבה זו נקראת עכבת הכניסה Z_{in} .

ד. חשבו עבור סעיף ב את העכבה בדיוק באמצע הקו.



2) גל בכבל קואקסיאלי פוגע בצומת

נתון קו תמסורת חשמלי המורכב מכבל קואקסיאלי ארוך מאוד שבו צומת כך שהעכבות האופייניות משני צידי הצומת הן Z_1 ו- Z_2.
לצומת מגיע גל הרמוני. נתונים האמפליטודה, התדירות ואורך הגל של גל הזרם המגיע לצומת: $\omega, \lambda_1 I_0^+$.
על סמך הנתונים הנ"ל:

א. האם ניתן לחשב את אמפליטודת גל הזרם העובר והחוזר?

ב. האם ניתן לחשב את אמפליטודות של שלושת גלי המתח?

ג. האם ניתן לחשב את אורך הגל של הגל החוזר ואת אורך הגל של הגל העובר?

ד. האם ניתן לחשב את ההספק של כל אחד מהגלים?

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

3) קו תמסורת פתוח עם תנאי התחלה

נתון קו תמסורת בעל השראות ליחידת אורך של: $0.03nH/m$

וקיבוליות ליחידת אורך של: $4\ \mu F/m$. אורך הקו הוא: $l = 400m$

והוא פתוח משני קצוותיו.

ברגע: $t = 0$ המתח בקו מתאפס והזרם הוא:

$$I(x) = \begin{cases} I_0 \dfrac{x}{l} & ,\ 0 \le x \le l/2 \\ 0 & ,\ l/2 \le x \le l \end{cases}$$

כאשר: $I_0 = 20A$.

א. מהי מהירות הגלים בקו? האם הקו נמצא בריק?

ב. בקירוב של שתי הרמוניות ראשונות, חשבו את הזרם ב- $t = 3\mu s$ כתלות ב- x.

ג. מהו המתח באותו זמן בקצוות ובמרכז הקו?

4) קו תמסורת אינסופי עם תנאי התחלה

קו תמסורת עשוי מכבל קואקסיאלי אינסופי בעל עכבה אופיינית של 25Ω

וקיבול ליחידת אורך של: $C_0 = 0.2\ nF/m$.

א. חשבו את מהירות הגלים והקבוע הדיאלקטרי היחסי ε_r.

ניתן להניח: $\mu_r = 1$.

ב. נתון כי: $V(x, t=0) = \frac{aV_0x}{x^2+a^2}$ וכי: $I(x, t=0) = 0$

כאשר: V_0 , a נתונים.

חשבו את גלי המתח והזרם כתלות במיקום ובזמן.

ג. מהי האנרגיה הכוללת החולפת ב- $x = 50\text{m}$ מ- $t = 0$ ועד $t = 1\text{ms}$.

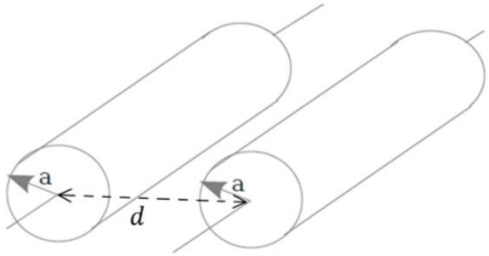
מספיק לרשום את האינטגרל אין צורך לפתור אותו.

5) חישוב השראות וקיבול בכבלים מקבילים

נתון קוו תמסורת העשוי משני כבלים ארוכים מאוד בעלי רדיוס a ומרחק d בין מרכזיהם. הניחו ש- $a << d$ וכי התפלגות המטען על הכבלים היא אחידה ביחס לסיבוב הכבל.

א. מהו הקיבול ליחידת אורך של הכבלים?

ב. מהי ההשראות ליחידת אורך של הכבלים?



לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

6) חישוב השראות וקיבול בכבל קואקסיאלי

כבל קואקסיאלי ארוך מאוד עשוי ממעטפת גלילית ברדיוס a ומעטפת חיצונית ברדיוס b וריק בינהם.

א. מהו הקיבול ליחידת אורך של הכבל?

ב. מהי ההשראות ליחידת אורך של הכבל?

ג. מהי מהירות הגלים בכבל?

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

תשובות סופיות

1) א. $V^+(x)=V_0^+e^{ikx}$, $V^-(x)=-rV_0^+e^{-ikx}$, $I^+(x)=\frac{V_0^+}{Z_0}e^{ikx}$, $I^-(x)=r\frac{V_0^+}{Z_0}e^{-ikx}$

ב. $V^+(x)=V_0^+e^{ikx}$, $V^-(x)=-rV_0^+e^{2ikl}e^{-ikx}$, $I^+(x)=\frac{V_0^+}{Z}e^{ikx}$, $I^-(x)=r\frac{V_0^+}{Z_0}e^{2ikl}e^{-ikx}$

ג. בשני המקרים: $Z_{in}=Z_0\frac{1-re^{2ikl}}{1+re^{2ikl}}$

ד. $Z_0\frac{1-re^{ikl}}{1+re^{ikl}}$

2) א. כן. ב. כן.

ג. אורך הגל החוזר זהה לאורך הגל הפוגע, אין מספיק נתונים לחשב את אורך הגל העובר.

ד. אין מספיק נתונים לחשב את אורך הגל העובר.

3) א. $9.13\cdot10^9\frac{m}{\sec}$ ב. $3.39_A\sin\left(\frac{\pi}{400}x\right)-2.91\sin\left(\frac{2\pi}{400}x\right)$

ג. $V(0,3\mu s)=-0.13V$, $V(l,3\mu s)=1.73V$, $V\left(\frac{l}{2},3\mu s\right)=0.798V$

4) א. $V=2\cdot10^8\frac{m}{\sec}$, $\varepsilon_r=2.25$

ב. $V(x,t)=\frac{1}{2}\left[\frac{aV_0(x-Vt)}{(x-Vt)^2+a^2}+\frac{aV_0(x+Vt)}{(x+Vt)^2+a^2}\right]$,

$I(x,t)=\frac{aV_0}{2VL_0}\left[\frac{x-Vt}{(x-Vt)^2+a^2}-\frac{x+Vt}{(x+Vt)^2+a^2}\right]$

ג. $\Delta E=\int_0^{0.001}V(50,t)I(50,t)\,dt$

5) א. $\frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\left|\frac{d-a}{a}\right|}$ ב. $\frac{\mu_0}{\pi}\ln\left|\frac{d-a}{a}\right|$

6) א. $\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{b}{a}}$ ב. $\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$ ג. מהירות האור.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©