

שדות אלקטרו מגנטיים

פרק 13 - קוואזיסטטיקה

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

הרצאות ותרגילים:

שאלות:

1) שני לוחות ומקור זרם

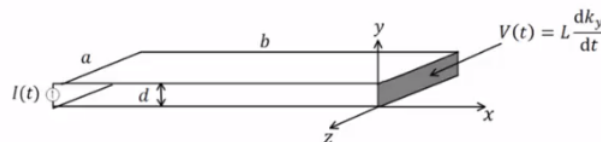
נתון התקן העשוי משני לוחות מוליכים אידיאליים בגודל $a \times b$ ומרחק d ביניהם. בצד אחד של הלוחות ישנו מקור זרם המספק זרם: $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$. בצד השני הלוחות מחוברים על יד דופן בעלת תכונות השראתיות כך שעל הדופן מתקיים: $V(t) = L \frac{dk_y}{dt}$. נתון כי על פני המקור לזרם מסדר גבוה.

כמו כן: $b \gg a \gg d$ וניתן להניח שהשדות מחוץ להתקן מתאפסים.

- חשב את השדות מסדר אפס בתוך ההתקן.
- חשב את התיקונים מסדר ראשון לשדות.
- מהי צפיפות המטען המשטחית על פני הלוח התחתון?
- חשב את התיקון מסדר שני לצפיפות הזרם המשטחית בלוח התחתון.
- השווה את $k^{(2)}$ ל- $k^{(0)}$ ותן תנאי לכונות הקירוב הקוואזיסטטי

$$\left(\frac{L}{\mu_0 d} \gg b \right) \text{ (ניתן להניח)}$$

- חשב את הווקטור פויינטינג בהתקן עד סדר ראשון.
- הראה כי משפט פויינטינג בצורתו הדיפרנציאלית מתקיים בתוך ההתקן עד סדר ראשון.



2) גיזרה גלילית

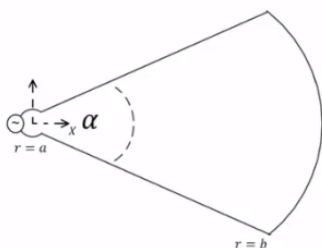
מקור זרם $I(t)$ מחובר למבנה שחתכו מתואר באיור. המבנה מורכב משני לוחות מוליכים ב- $\theta = \pm \frac{\alpha}{2}$, $a < r < b$, וחלק מקליפה גלילית מוליכה ב- $-\frac{\alpha}{2} \leq \theta \leq \frac{\alpha}{2}$, $r = b$. הרדיוס הפנימי a הינו קטן מאוד. עומק המבנה בציר z הוא l כך ש- $l \gg b$ ולכן ניתן להזניח את התלות של השדה ב- z . הנח שהשדות מחוץ למבנה מתאפסים.

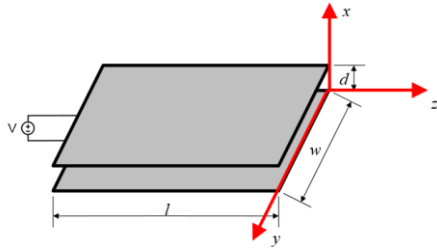
$$\text{א. חשב את: } \vec{H}^{(0)}(r, \theta, t)$$

ב. חשב את ההשראות ומתח ההדקים של המבנה.

ג. חשב את: $\vec{E}^{(1)}(r, \theta, t)$, הנח E בכיוון $\hat{\theta}$ בלבד.

ד. חשב את מתח ההדקים מתוך ערכו של E ב- $r = a$ והראה כי התוצאה זהה למה שקיבלת בסעיף ב'.

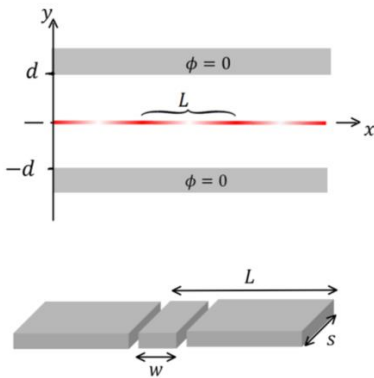




(3) התכנסות למשוואת מקסוול

נתונים שני לוחות מקבילים במרחק d זה מזה. אורך הלוחות הוא l ורוחבם w כאשר $d \ll l, w$. בין הלוחות בנקודה $z = -l$, מחובר מקור מתח, התנהגות המקור ב- $z = 0$ היא: $V(t) = A \cos(\omega t)$. ללא תיקונים מסדר גבוה. פתור את הסעיפים הבאים בקירוב הקוויזיסטטי.

- א. מצא את $\vec{E}^{(0)}, \vec{H}^{(0)}$.
- ב. מצא את $\vec{E}^{(1)}, \vec{H}^{(1)}$.
- ג. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z = -l$. הוכח כי בסדר ראשון ההתקן מתנהג כקבל לוחות ומצא את הקיבול.
- ד. מצא את $\vec{E}^{(2)}, \vec{H}^{(2)}$.
- ה. מצא את הזרם הכולל I והמתח בנקודה $z = -l$. מהו מעגל התמורה של ההתקן בסדר שני?
- ו. מצא את $\vec{E}^{(3)}, \vec{H}^{(3)}$.
- ז. הסק באינדוקציה מהו הפתרון מסדר n כלשהו.
- ח. הראה שהפתרון מתכנס לפתרון משוואות מקסוול המלאות.



(4) קרן אלקטרונים משטחית בין שני מוליכים

קרן משטחית של אלקטרונים נמצאת על מישור xz ונעה בכיוון ציר x במהירות v . צפיפות המטען של האלקטרונים בקרן היא:

$$\eta(x) = \eta_0 + \eta_1 \cos\left(\frac{2\pi}{L}(x - vt)\right)$$

הקרן עוברת בין שני מוליכים הנמצאים בגובה $\pm d$. בהנחה ש- $v \ll c$ ניתן להשתמש בקירוב הקוויזיסטטי "ולקהפיא את הבעיה" כלומר להתייחס לזמן כפרמטר קבוע בחישוב השדות.

- א. מצא את הפוטנציאל בין המוליכים על ידי פתרון משוואת לפלאס מתחת ומעל הקרן.
- ב. מצא את השדה החשמלי בין המוליכים.
- ג. מבודדים מהלוח העליון חתיכה ברוחב L , מתוך החתיכה חותכים חתיכה נוספת ברוחב w . מחברים בין שתי החתיכות באמצעות נגד R שהתנגדותו נמוכה מאוד (ניתן להניח שהפוטנציאל בשתי החתיכות עדיין אפס) מצא את המטען הכולל בחתיכה ברוחב w וההספק שהולך לאיבוד לחום בנגד. הנח עומק החתיכה הוא s וכי $s \ll L$.

תשובות סופיות:

$$\cdot E_y^{(1)} = \mu_0 \frac{\dot{I}}{a} \left(x + \frac{L}{\mu_0 d} \right), H^{(1)} = 0 \quad \text{ב.} \quad \cdot \vec{H}^{(0)} = -k\hat{z} = -\frac{I}{a} \hat{z}, \vec{E}^{(0)} = 0 \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$\cdot K_x^{(2)} = -\frac{\varepsilon_0 \mu_0 \ddot{I}}{a} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{Lx}{\mu_0 d} + \frac{Lb}{\mu_0 d} - \frac{b^2}{2} \right) \quad \text{ד.} \quad \cdot \eta^{(1)} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\dot{I}}{a} \left(x + \frac{L}{\mu_0 d} \right) \quad \text{ג.}$$

$$\vec{S} = \frac{\mu_0 \dot{I}}{Q^2} \left(x + \frac{L}{\mu_0 d} \right) (-\hat{x}) \quad \text{ו.} \quad \cdot \lambda \gg \frac{L}{\mu_0 d} \quad \text{ה.}$$

ז. הוכחה.

$$\cdot L = \frac{\mu_0 \alpha (b^2 - a^2)}{2l} \quad \text{ב.} \quad \cdot \vec{H}^{(0)} = -\frac{I}{l} \hat{z} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\cdot V = \frac{\mu_0 \dot{I}}{2l} (b^2 - a^2) \alpha \quad \text{ד.} \quad \cdot E_\theta = \frac{\mu_0 \dot{I}}{2l} \left(r - \frac{b^2}{r} \right) \quad \text{ג.}$$

$$\cdot \vec{E}^1 = 0, \vec{H}_y^{(1)} = \frac{\varepsilon_0 \dot{V}}{d} z, K_z = -\frac{\varepsilon_0 \dot{V}}{d} z \quad \text{ב.} \quad \cdot \vec{E}^{(0)} = -\frac{V}{d} \hat{x}, \vec{H}^{(0)} = 0 \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$\cdot E_x^{(2)} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\ddot{V}}{2d} z^2, H^{(2)} = 0 \quad \text{ד.} \quad \cdot I = \frac{\varepsilon_0 l w}{d} \dot{V}, C = \frac{\varepsilon_0 l w}{d} \quad \text{ג.}$$

$$\cdot E^{(3)} = 0, H_y^{(3)} = -\varepsilon_0^2 \mu_0 \frac{\ddot{V}}{2d} \frac{z^3}{3} \quad \text{ו.} \quad \cdot V^2 = \frac{\mu_0 l d}{2w} \ddot{I}, I^2 = 0 \quad \text{ה.}$$

ח. הוכחה.

ז. ראה סרטון.

$$\cdot \phi_1 = \frac{\eta_0}{2\varepsilon_0} (d+y) + \frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y+d)) \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$\cdot \phi_2 = \frac{\eta_0}{2\varepsilon_0} (d-y) - \frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y-d))$$

$$\cdot k = \frac{2\pi}{L}, \varphi = -Vt \quad \text{כאשר}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y-d)) \hat{x} + \quad \text{ב.}$$

$$\left(\frac{\eta_0}{2\varepsilon_0} + \frac{\eta_1}{2\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \cosh(k(y-d)) \right) \hat{y}$$

$$\vec{E}_1 = \frac{-\eta_1}{2k\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \sinh(k(y+d)) \hat{x} +$$

$$\left(\frac{-\eta_0}{2\varepsilon_0} - \frac{\eta_1}{2\varepsilon_0 \cosh(kd)} \cos(k(x+\varphi)) \cosh(k(y+d)) \right) \hat{y}$$

$$\cdot I_0 = \frac{5\omega k v \eta_1}{2 \cosh(kd)} \quad \text{כאשר} \quad q \approx -5 \left(\frac{\eta_0 \omega}{2} + \frac{\eta_1 \omega \cos k\varphi}{2 \cosh(kd)} \right), \bar{\rho} = \frac{1}{2} I_0^2 R \quad \text{ג.}$$