

מכינת קדם הנדסה מכניקה

פרק 32 - קבלים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

הרצאות ותרגילים:

רקע:

קבל הוא רכיב חשמלי היכול לאגור מטען
קיבול הוא היחס בין המטען על הקבל לבין המתח בו הוא נמצא
 הנוסחה הבסיסית של קבל:

$$C = \frac{Q}{V}$$

C - הקיבול של הרכיב
 V - המתח בין שני החלקים
 Q - המטען על הלוח החיובי

יחידות הקיבול הן Farad

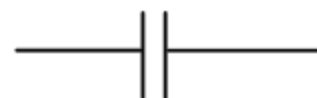
$$1 \cdot \text{Farad} = \frac{1 \cdot \text{Coulomb}}{1 \cdot \text{Volt}}$$

סוגי קבלים נפוצים- קבל לוחות, קבל כדורי וקבל גלילי. בדרי"כ נעסוק בקבלים עם שני לוחות (קבל לוחות)

הקיבול של קבל לוחות: $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$
 A - שטח כל לוח. d - המרחק בין הלוחות.

תכונת הקיבול - הקיבול תלוי רק במבנה הגיאומטרי (אף פעם לא יהיה תלוי במטען על הקבל או במתח שנופל עליו) לכן הוא תמיד קבוע במעגל.

סימון הקבל במעגל הוא



כאשר מחברים קבל למקור הוא מתחיל לאגור מטען, תהליך זה נקרא טעינה. התהליך נפסק כאשר המתח בקבל שווה והפוך למתח המופעל עליו, ברגע זה כבר לא יזרום זרם דרך הקבל.
 לכן נהוג לומר שלאחר שעבר זמן רב הקבל מתנהג כמו נתק במעגל.

חיבור קבלים במקביל:

תנאי- המתח על הקבלים שווה וזהה למתח על הקבל השקול
נוסחה לקבל השקול :

$$C_T = C_1 + C_2$$

המטען על הקבל השקול שווה לסכום המטענים על כל הקבלים.

חיבור קבלים בטור :

תנאי : המטען על כל הקבלים זהה

נוסחה לקבל השקול :

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

המתח על הקבל השקול שווה לסכום המתחים של כל הקבלים

אנרגיה האגורה בקבל :

$$U_c = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

העבודה שמבצעת הסוללה לטעינת קבל :

$$W = QV = 2U_c$$

חומרים דיאלקטרים בקבל :

הכנסת חומר דיאלקטרי לקבל מקטינה את השדה והמתח בקבל ולכן מגדילה את הקיבול

נוסחה לקבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד :

$$C' = \epsilon_r C_0$$

במידה והקבל אינו מלא בחומר אחיד , ניתן לפצל אותו לקבלים חלקיים, לחשב את הקיבול של כל אחד ולחבר חזר לפי החוקים של חיבור קבלים בטור או במקביל.

טעינה של קבל :

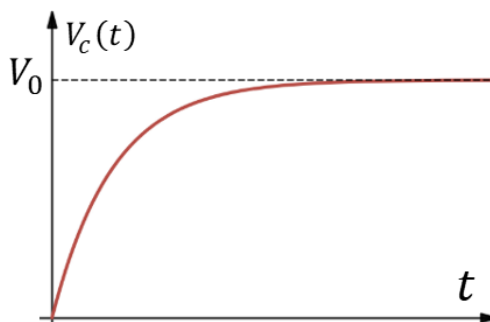
המתח והמטען כתלות בזמן במהלך הטעינה

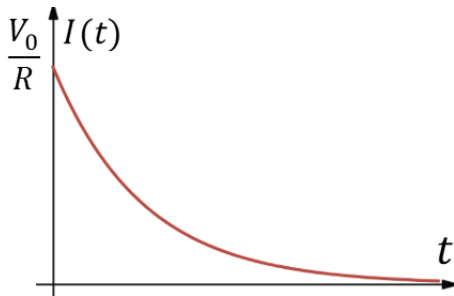
$$V_c(t) = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$q_c(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

V_0 - המתח של הסוללה

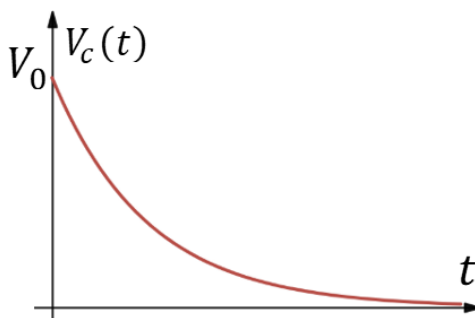
R - התנגדות המעגל





הזרם כתלות בזמן:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$



פריקה של קבל:

המתח והמטען כתלות בזמן במהלך הטעינה

$$V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q_c(t) = CV_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

V_0 - המתח ההתחלתי (המטען ההתחלתי)

$$(Q_0 = CV_0)$$

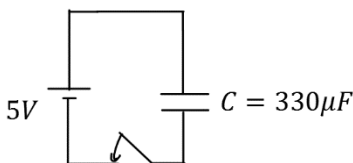
הזרם כתלות בזמן זהה לטעינה

זמן אופייני $\tau = RC$ נהוג להגיד שלאחר זמן של 5τ הקבל טעון/פרוק לגמרי

שאלות:

(1) קבל ומקור דוגמה בסיסית

קבל בעל קיבול $C = 330\mu F$ מחובר לסוללה במתח $V = 5V$. סוגרים את המפסק במעגל וממכים זמן רב.



א. מה יהיה הזרם במעגל?

ב. מה יהיה המתח בין לוחות הקבל?

ג. מה יהיה המטען על הלוחות? ציין איפה יהיה המטען החיובי ואיפה השלילי.

ד. חזור על הסעיפים במקרה שבו מחובר גם נגד בטור במעגל

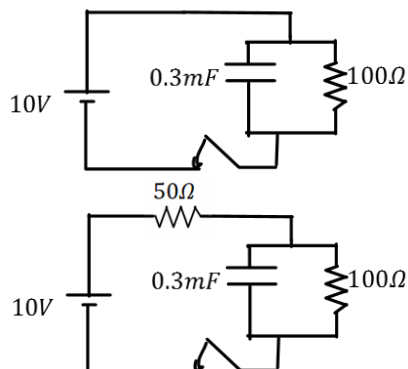
(2) מוציאים מטען מהקבל

קבל טעון במטען של $5\mu C$. מד מתח שמחובר לקבל מראה קריאה של 3 וולט.

א. מצא את הקיבול של הקבל.

כעת מוציאים $2\mu C$ מהמטען על הקבל (ו- $2\mu C$ מהצד השלילי).

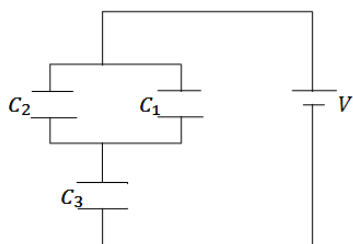
ב. מה יראה מד המתח?

(3) קבל במקביל לנגד

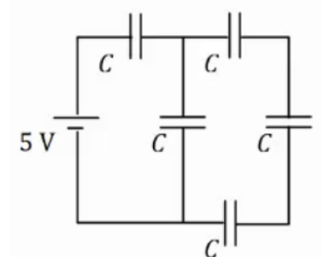
- במעגל הבא סוגרים את המפסק ומחכים זמן רב.
- מצא את המתח והמטען על הקבל.
 - האם יזרום זרם במעגל?
אם כן, מצא את גודלו וכיוונו.
 - חזור על הסעיפים עבור המקרה בו יש נגד נוסף במערכת (ראה תרשים).

(4) חישוב קיבול של קבל לוחות

- קבל לוחות מורכב מלוחות זהים בעלי שטח 2cm^2 ומרחק בין הלוחות 0.3mm .
- חשב את הקיבול של הקבל.
 - מה יהיה המטען על הקבל אם נחבר אותו למקור מתח $V = 3\text{V}$ (לאחר זמן רב)?

(5) חיבור במקביל ובטור

- במעגל הבא נתון מתח הסוללה $V = 3\text{V}$ והקיבול של כל קבל: $C_1 = 2\mu\text{F}$, $C_2 = 3\mu\text{F}$, $C_3 = 5\mu\text{F}$.
- מצא את המטען על כל קבל.

(6) חיבור 5 קבלים

- במעגל הבא לכל הקבלים קיבול זהה $C = 200\mu\text{F}$.
- המתח של הסוללה הוא $V = 5\text{V}$.
- מצא את הקיבול השקול של המעגל.
 - מצא את המתח והמטען על כל קבל זמן רב לאחר סגירת המעגל.

(7) מרחיקים לוחות בקבל

- קבל לוחות מורכב מלוחות זהים בעלי שטח 3cm^2 ומרחק בין הלוחות 0.4mm .
- חשב את הקיבול של הקבל
 - מה יהיה המטען על הקבל אם נחבר אותו למקור מתח $V = 3\text{V}$ (לאחר זמן רב).
 - כעת מנתקים את הקבל ממקור המתח ומגדלים את המרחק בין הלוחות פי 2.
 - מצא את הקיבול החדש.
 - מצא את המטען והמתח על הקבל החדש.
 - חזור על סעיפים ג' ו-ד', אם היינו מרחיקים את הלוחות מבלי לנתק את מקור המתח.

(8) אנרגיה של קבל לוחות

- קבל לוחות מורכב מלוחות זהים בעלי שטח 5cm^2 ומרחק בין הלוחות 2mm .
- חשב את הקיבול של הקבל.
 - מחברים את הקבל לסוללה במתח 4 וולט.
 - מהי האנרגיה האגורה בקבל לאחר זמן רב?

(9) מקרבים את הלוחות

- קבל לוחות מורכב מלוחות זהים בעלי שטח 6cm^2 ומרחק בין הלוחות 3mm .
- חשב את הקיבול של הקבל.
 - מחברים את הקבל לסוללה במתח 5 וולט.
 - מהי האנרגיה האגורה בקבל לאחר זמן רב?
 - מקרבים את הלוחות הקבל למרחק 1mm .
 - מצא את האנרגיה החדשה אם הקבל מחובר לסוללה במשך כל התהליך.
 - רשום גם את שינוי האנרגיה בקבל.
 - חזור על ג' עבור המקרה שבו מנתקים את הקבל מהסוללה לפני שמקרבים את הלוחות.

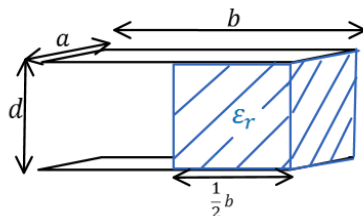
(10) מכניסים חומר לקבל בשתי דרכים

- קבל בעל קיבול של $5\mu\text{F}$ מחובר למקור מתח של 12V .
- חשב את המטען, המתח והאנרגיה האגורה בקבל זמן רב לאחר החיבור למקור.
 - מכניסים לקבל חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי $\epsilon_r = 1.2$ הממלא את כל הרווח בין הלוחות הקבל.
 - בהנחה שהקבל מחובר למקור בכל התהליך.
 - חשב את המתח המטען והאנרגיה בקבל לאחר זמן רב.
 - חשב את השינוי במטען ובאנרגיה בעקבות הכנסת החומר.
 - חזור על סעיף ב' אם מנתקים את הקבל מהמקור לפני שמכניסים את החומר הדיאלקטרי.

11) מכניסים ומוציאים חומר מקבל

קבל בעל קיבול של $8\mu\text{F}$ מחובר למקור מתח של 12V .

- א. חשב את המטען, המתח והאנרגיה האגורה בקבל זמן רב לאחר החיבור למקור.
- מכניסים לקבל חומר דיאלקטרי בעל מקדם דיאלקטרי $\epsilon_r = 1.4$ הממלא את כל הרווח בין לוחות הקבל.
- ב. בהנחה שהקבל מחובר למקור בכל התהליך.
- חשב את המתח המטען והאנרגיה בקבל לאחר זמן רב.
- כעת מנתקים את הקבל מהמקור ומוציאים את החומר הדיאלקטרי.
- ג. מה יהיה המתח המטען והאנרגיה בקבל לאחר זמן רב?
- ד. חשב את שינוי האנרגיה בכל שלב בתהליך.

12) קבל עם חצי ימין מלא

קבל לוחות מורכב משני לוחות בעלי שטח $A = a \times b$ ומרחק d בין הלוחות. $a = 3\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$, $d = 2\text{mm}$.

א. מצא את הקיבול של הקבל.

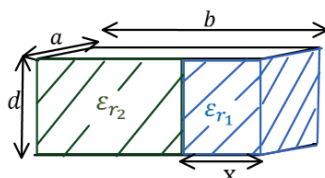
ממלאים את חציו הימני של הקבל בחומר דיאלקטרי

בעל מקדם $\epsilon_r = 3$ וחציו השמאלי נשאר ריק (ראה איור).

ב. מצא את הקיבול החדש של הקבל.

ג. מחברים את הקבל למקור מתח $V_0 = 5\text{V}$.

כמה מטען יהיה על כל לוח ומה תהיה האנרגיה של הקבל?

13) קבל עם חלק ימין שונה מחלק שמאל

קבל לוחות מורכב משני לוחות בעלי שטח $A = a \times b$ ומרחק d בין הלוחות. $a = 5\text{cm}$, $b = 6\text{cm}$, $d = 1\text{mm}$.

ממלאים את חלק של הקבל ברוחב $x = 1\text{cm}$ בחומר

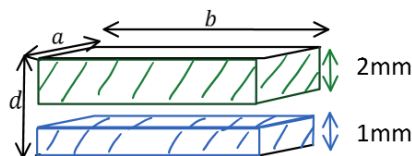
דיאלקטרי בעל מקדם $\epsilon_{r1} = 4$, ואת החלק הנותר

בחומר דיאלקטרי בעל מקדם $\epsilon_{r2} = 2$ (ראה איור).

א. מצא את הקיבול החדש של הקבל.

ב. מחברים את הקבל למקור מתח $V_0 = 5\text{V}$.

כמה מטען יהיה על כל לוח ומה תהיה האנרגיה של הקבל?

(14) קבל עם שלושה חלקים אחד מעל השני

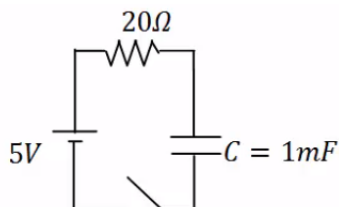
קבל לוחות מורכב משני לוחות בעלי שטח $A = a \times b$, ומרחק d בין הלוחות. $a = 5\text{cm}$, $b = 6\text{cm}$, $d = 4\text{mm}$. ממלאים חלק של הקבל בגובה 1mm ולכל הרוחב בחומר דיאלקטרי בעל מקדם $\epsilon_{r1} = 4$.

את החלק מגובה 2mm ועד הלוח העליון ממלאים בחומר דיאלקטרי בעל מקדם $\epsilon_{r2} = 2$ (ראה איור).

א. מצא את הקיבול החדש של הקבל.

ב. מחברים את הקבל למקור מתח $V_0 = 5\text{V}$.

כמה מטען יהיה על כל לוח ומה תהיה האנרגיה של הקבל?

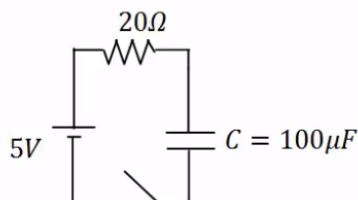
(15) טעינה

במעגל הבא הקיבול של הקבל הוא: $C = 1\text{mF}$, התנגדות הנגד היא: $R = 20\Omega$ ומתח המקור הוא: $V_0 = 5\text{V}$. סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.

א. מהו המטען על הקבל לאחר 0.01 שניות?

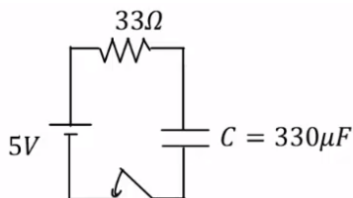
ב. המתח על הקבל באותו הרגע?

ג. מהם המטען והמתח על הקבל לאחר 0.1 שניות?

(16) זמן אופייני

במעגל הבא הקיבול של הקבל הוא: $C = 100\mu\text{F}$, התנגדות הנגד היא: $R = 100\Omega$ ומתח המקור הוא: $V_0 = 5\text{V}$. סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.

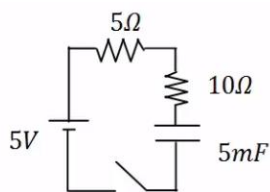
מהו המטען והמתח על הקבל לאחר 0.3 שניות?

(17) חישוב זרם

במעגל הבא הקיבול של הקבל הוא: $C = 330\mu\text{F}$, התנגדות הנגד היא: $R = 33\Omega$ ומתח המקור הוא: $V_0 = 5\text{V}$. סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.

א. מהו הזרם במעגל ב- $t = 0.005\text{sec}$?

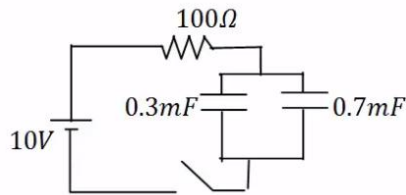
ב. מהו ההספק בנגד באותו הרגע?

(18) שני נגדים

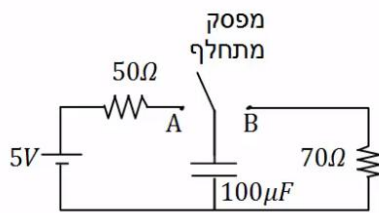
במעגל הבא סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.

א. מהו הזמן האופייני במעגל?

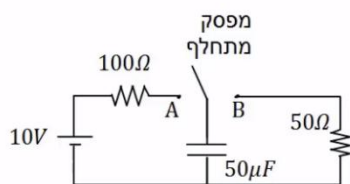
ב. מצא את המתח והזרם בקבל בזמנים: $t = 0.01, 0.6\text{sec}$.

**(19) שני קבלים**

- במעגל הבא סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.
- א. מהו הזמן האופייני במעגל?
- ב. מצא את המתח והמטען בכל קבל בזמנים: $t = 0.2, 0.8 \text{ sec}$.

**(20) דוגמה מסכמת**

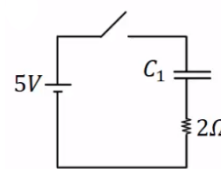
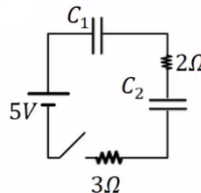
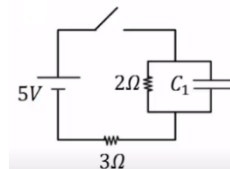
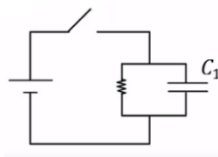
- במעגל הבא מחברים את המפסק המתחלף לנקודה A ומחכים זמן רב.
- א. רשום את המתח על הקבל כתלות בזמן. מהו "זמן רב"?
- לאחר מכן מעבירים את המפסק לנקודה B.
- ב. רשום שוב את המתח על הקבל כתלות בזמן.

**(21) מתג מתחלף**

- במעגל הבא מחברים ב- $t = 0$ את המפסק המתחלף לנקודה A.
- ב- $t = 0.01$ מעבירים את המפסק לנקודה B.
- א. רשום את המתח על הקבל כתלות בזמן.
- ב. מה המטען על הקבל ב- $t = 0.02$?
- ג. רשום את הזרם כתלות בזמן.
- ד. צייר גרפים עבור המתח והזרם כתלות בזמן.

(22) מציאת זרם במספר מעגלים

- מצא את הזרם, בכל נגד, במעגלים הבאים. ברגע סגירת המתג הנח שהקבלים אינם טעונים לפני הסגירה של המתג וכי הסוללה והחוטמים אידיאליים.
- א. ב. ג. ד.



23) קבלים במעגל בהתחלה ולאחר זמן רב

נתוני הרכיבים במעגל הבא הם :

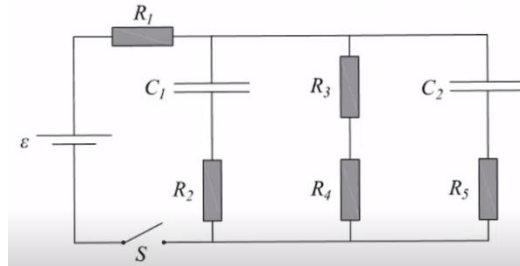
$$R_1 = 4\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 2\Omega, R_4 = 1\Omega, R_5 = 6\Omega, \varepsilon = 24V, C_1 = 2\mu F, C_2 = 4\mu F$$

לפני סגירת המפסק הקבלים אינם טעונים.

א. מהו הזרם דרך כל אחד מהנגדים במעגל ברגע סגירת המפסק?

ב. מהו הזרם דרך כל אחד מהנגדים במעגל זמן רב לאחר סגירת המפסק?

ג. מהו המטען על כל אחד מהקבלים זמן רב לאחר סגירת המפסק?



תשובות סופיות:

1) א. $I = 0$ ב. $|V_c| = 5V$ ג. $1.65mc$ ד. ללא שינוי.

2) א. $1.67\mu F$ ב. $1.8V$

3) א. $V_c = V_0 = 10V, Q = 3mc$ ב. $I = 0.1A$

ג. $I = 0.067A, V_c = 6.7, Q = 2.01mc$

4) א. $C \approx 5.9 \cdot 10^{-12} F$ ב. $Q = 17.7pC$

5) $q_1 = 3\mu C, q_2 = 4.5\mu C, q_3 = 7.5\mu C$

6) א. $C_{T1} = \frac{C}{3}, C_{T2} = \frac{4C}{3}, C_T = 114\mu F$

ב. $q_1 = q_T = 571\mu C, q_2 = q_3 = q_4 = q_{T1} = 143\mu C$

$V_1 = 2.86V, V_5 = 2.14V, V_2 = V_3 = V_4 = 0.715V$

7) א. $C = 6.64pF$ ב. $Q = 19.9pc$ ג. $C' = 3.32pF, V' = 6V, Q' = 19.9pc$

ה. $C' = 3.32pF$ (ג) ד. $V' = 3V, Q' = 9.96pc$

8) א. $C = 2.21pF$ ב. $U_c = 17.68 \cdot 10^{-12} J$

9) א. $C = 1.77pF$ ב. $U_c = 22.13pJ$ ג. $U_c' = 66.375, \Delta U = 44.245pJ$

ד. $U_c' \approx 7.38pJ, \Delta U = -14.76pJ$

10) א. $V_c = 12V, Q = 60\mu C, U_c = 3.6 \cdot 10^{-4} J$ ב. $C' = 6\mu F, U_c' = 432\mu J, Q' = 72\mu C$

ג. $\Delta Q = 12\mu C, \Delta U = 72\mu J$ ד. $V' = 10V, U_c = 300\mu J$

11) א. $V_c = 12V, Q = 96\mu F, U_c = 576\mu J$ ב. $V_c' = 12V, Q' = 134.4\mu F, U_c' = 806.4\mu J$

ג. $V_c'' = 16.8V, Q'' = 134.4\mu F, U_c'' \approx 1129\mu J$

ד. במעבר מסעיף א' ל-ב': $\Delta U = 230.4\mu J$, במעבר מסעיף ב' ל-ג': $\Delta U \approx 323\mu J$

$$\text{12) א. } C = 5.31 \text{ pF} \quad \text{ב. } C_T = 10.62 \text{ pF} \quad \text{ג. } U_c = 132.75 \text{ pJ}$$

$$\text{13) א. } C_T = 61.95 \text{ pF} \quad \text{ב. } U_c = 1548.75 \text{ pJ}, Q = 309.75 \text{ pC}$$

$$\text{14) א. } C_T = 11.8 \text{ pF} \quad \text{ב. } U_c = 1.475 \cdot 10^{-7} \text{ J}, q = 59 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$\text{15) א. } q_C(t) \approx 1.97 \cdot 10^{-3} \text{ C} \quad \text{ב. } V_C = 1.97 \text{ V}$$

$$\text{ג. } V_C = 4.97 \text{ V}, q_C(t = 0.1) = 4.97 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

$$\text{16) } V_0 = 5 \text{ V}, V_C = 5 \text{ V}, q_C = 5 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$\text{17) א. } I(0.005) \approx 0.096 \text{ A} \quad \text{ב. } P \approx 0.305 \text{ W}$$

$$\text{18) א. } \tau = 0.075 \text{ sec}$$

$$\text{ב. } I(t = \infty) = 0, V_C(t = \infty) = 5 \text{ V}, I(t = 0.01) \approx 0.292 \text{ A}, V_C(t = 0.01) = 0.624 \text{ V}$$

$$\text{19) א. } \tau = 0.1 \text{ sec}$$

$$\text{ב. } q_2(t = 0.2) = 6.01 \cdot 10^{-3} \text{ C}, q_1(t = 0.2) = 2.60 \cdot 10^{-3} \text{ C}, V_T(t = 0.2) = 8.65 \text{ V}$$

$$\text{20) א. } V_C(t) = 5V \left(1 - e^{-\frac{t}{5 \cdot 10^{-3}}} \right) \quad \text{ב. } V_C(t) = 5 \cdot e^{-\frac{t}{7 \cdot 10^{-3}}}$$

$$\text{21) א. } V_C(t) = \begin{cases} 10 \left(1 - e^{-\frac{t}{0.005}} \right) & 0 < t < 0.01 \\ 8.65 \cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.01 < t \end{cases} \quad \text{ב. } q_C(t = 0.02) \approx 7.92 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$\text{ג. } I(t) = \begin{cases} \frac{10}{100} \cdot e^{-\frac{t}{0.005}} & 0 < t < 0.01 \\ \frac{8.65}{50} \cdot e^{-\frac{t-0.01}{0.0025}} & 0.1 < t \end{cases} \quad \text{ד. ראה סרטון.}$$

$$\text{22) א. } I(t = 0) = 2.5 \text{ A} \quad \text{ב. } I = 1 \text{ A} \quad \text{ג. } I = \frac{5}{3} \text{ A} \quad \text{ד. } I(t = 0) = \infty$$

$$\text{23) א. } I_5 \approx 0.92 \text{ A}, I_{3,4} = 1.85 \text{ A}, I_2 \approx 1.85 \text{ A}, I_T = I_1 \approx 4.62 \text{ A}$$

$$\text{ב. } I_{1,3,4} = 3.43 \text{ A}, I_{2,5} = 0 \quad \text{ג. } q_2 \approx 41.16 \cdot 10^{-6} \text{ C}, q_1 \approx 20.58 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$