חדוא 1

פרק 14 - פתרון משוואות (משפט ערך הביניים ומונוטוניות)

תוכן העניינים

1. מציאת מספר הפתרונות של משוואה 1
2. שיטת ניוטון-רפסון לפתרון מקורב של משוואות 4

מציאת מספר הפתרונות של משוואה

שאלות

בשאלות **1-4** הוכיחו שלמשוואות יש בדיוק פתרון אחד:

1) $x^3+4x-1=0$

2) $x^2=-\ln x$

3) $x-0.25\sin x=7$

4) $-4x^3+21x^2-48x+28=0$

5) נתונה המשוואה $ax^3+bx^2+cx+d=0$, ונתון כי $b^2<3ac$.
מהו מספר הפתרונות של המשוואה? הוכיחו זאת.

עבור כל אחת מהמשוואות **6-9**, מצאו את מספר הפתרונות ופתרו אותה:

6) $e^{x-1}=x$

7) $\arctan x-x=0$

8) $\ln(x+5)-4=x$

9) $x^2+x\sin x=1-\cos x$

10) תהי f פונקציה גזירה לכל x, המקיימת: $f(1)=2,\ f(0)=1,\ f'(x)\le 1$.
הוכיחו שלמשוואה $f(x)+\sin x=4x$ יש בדיוק פתרון אחד.

הוכיחו שלמשוואות בשאלות **11-13** יש בדיוק שני פתרונות:

11) $e^x-5x=0$ **12)** $4x^3+5x-\frac{1}{x}=0$ **13)** $1+4x^4=8x^3$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

בכל אחת מהמשוואות **14-17**, מצאו קשר בין הפרמטרים, על מנת שלמשוואות יהיה בדיוק פתרון אחד (הניחו שכל הפרמטרים שונים מאפס):

14) $ax^2+bx+c=0$

15) $ax^3+bx^2+cx+d=0$

16) $x+a\cos(bx)=1$

17) $(n>4,\ odd)\ ax^n+bx^{n-2}+cx^{n-4}-d=0$

18) מצאו את מספר הפתרונות של המשוואה $a^2x+e^x=a$ כאשר a קבוע ממשי.

19) הוכיחו שלמשוואה $2ax^3+a^2+x^2=0$ קיים פתרון אחד ויחיד כאשר a קבוע ממשי.

20) הוכיחו שלמשוואה $x^2+x^3+5x=1$ יש לפחות פתרון אחד ולכל היותר פתרון אחד.

הערה: שאלה זו יש לפתור תוך שימוש במשפט רול.

21) נתון הפולינום $p(x)=3x^4-2x^3+x^2+cx-1$.

א. הוכיחו שלפולינום יש לכל היותר שני שורשים.

ב. נתון בנוסף כי $|c|<1$.

מה מספר השורשים של הפולינום?

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1) שאלת הוכחה.
2) שאלת הוכחה.
3) שאלת הוכחה.
4) שאלת הוכחה.
5) פתרון יחיד.
6) $x=1$
7) $x=0$
8) $x=-4$
9) $x=0$
10) שאלת הוכחה.
11) שאלת הוכחה.
12) שאלת הוכחה.
13) שאלת הוכחה.
14) $b^2-4ac=0$
15) $4b^2-12ac<0$
16) $\frac{1}{ab}<-1\ ,\ \frac{1}{ab}>1$
17) $b^2(n-2)^2-4anc(n-4)<0$
18) אם $a=0$, למשוואה אין פתרון. אם $a\neq 0$, למשוואה יש פתרון יחיד.
19) שאלת הוכחה.
20) שאלת הוכחה.
21) א. שאלת הוכחה. ב. שני שורשים שונים.

שיטת ניוטון-רפסון לפתרון מקורב של משוואות

שאלות

פתרו את המשוואות הבאות (שאלה **2** בשיטת ניוטון-רפסון):

1) $1+4x^4=8x^3$

2) $-4x^3+21x^2-48x+28=0$

תשובות סופיות

1) פתרון מדויק $x=-1$.

2) פתרונות מקורבים: $x=1.9672$, $x=0.5576$.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©