

חשבון דיפרנציאלי 10142

פרק 17 - פתרון ממן 13 לדוגמה

תוכן העניינים

1. כללי 1

פתרון ממך 13 לדוגמה:

שאלות:

(1) ענה על הסעיפים הבאים:

א. שרטט את מפת העקומות שוות הערך של $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = 100 - 5x - 2y$

באיזה כיוון עליך לזוז מעקומה לעקומה על מנת להגדיל את הערך של f ?

ב. נגדיר $f(x, y) = \begin{cases} 3x + y & y > x \\ 4x & y \leq x \end{cases}$. הנח כי $x, y \geq 0$.

שרטט את העקומות שוות הערך $f(x, y) = 4, 12$ עבור הפונקציה הנתונה.

ג. שרטט את מפת העקומות שוות הערך של $f: \mathbb{R}_+^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$, $f(x, y) = \min\left(\frac{x}{3}, y\right)$

(2) תהיי $u(x, y) = (x + p)(y + q)$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ פונקציית תועלת של פרט.

הנקודות $(0, 14)$, $(3, 2)$, $(1, 6)$ מנוחות על אותה עקומת אדישות.

א. מצא את p ו- q . הצב אותם בפונקציית התועלת.

ב. מהי משוואת עקומת האדישות עליה מנוחות הנקודות הנתונות?

עליך להגיע למשוואה מפורשת. שרטט את עקומת האדישות.

ג. על העקומה שציירת סמן שתי נקודות כלליות C ו-D

כך ש-C היא הנקודה העליונה.

הוכח כי $MRS(C) > MRS(D) \geq \frac{1}{4}$.

(3) ענה על הסעיפים הבאים:

א. (1) תהי $g(x, y) = xy$ ותהי $f(t) = e^t$ פונקציה של משתנה אחד.

נגדיר פונקציה חדשה של שני משתנים $h(x, y) = f(g(x, y))$.

מצא את $h_y(x, y)$.

(2) תהי $g(x, y) = 4x + 5y$ ותהי $f(t)$ פונקציה יורדת של משתנה אחד.

נגדיר פונקציה חדשה של שני משתנים $h(x, y) = f(g(x, y))$.

- האם הנקודות $(3, 0)$, $(1, 2)$ מנוחות על אותה עקומה שוות ערך של h ?

- הוכח כי $MRS_z = MRS_h$ בכל נקודה (x, y) .



- (4) יצרן מוכר מחשבוני, בארץ ובסין. עלות מחשבון בארץ היא \$6 ועלות מחשבון בסין היא \$8. מנהל השיווק עומד את הביקוש Q_1 למחשבון בארץ ואת הביקוש Q_2 למחשבון בסין על ידי:
- $$Q_1 = 116 - 30P_1 + 20P_2$$
- $$Q_2 = 144 + 16P_1 - 24P_2$$
- כיצד צריכה החנות לקבוע את מחירי המחשבוני P_1 ו- P_2 , על מנת למקסם את הרווח? מה רווח זה?

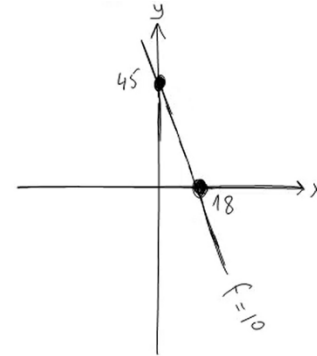
- (5) תהי $D(p)$ פונקציית ביקוש יורדת ותהי $S(p)$ פונקציית היצע עולה. במצב של שיווי משקל בשוק, הביקוש שווה להיצע והמחיר p נקרא מחיר שיווי משקל. מסיבות כלכליות חל גידול ב- a . כלומר, הביקוש החדש הוא $a + D(p)$.
- א. רשום את המשוואה המגדירה את מחיר שיווי המשקל.
 ב. המשוואה שרשמת מגדירה את p כפונקציה סתומה של a . הראה, בעזרת המשפט הפונקציות הסתומות, כי $\frac{dp}{da} > 0$, נסח את התוצאה במילים.

- (6) נתונה התועלת $u(x, y) = 2 \ln x + \ln y$, $x > 0$, $y > 0$. באיור שלפניך עקומת האדישות של u . הנקודה (e, e) מונחת על העקומה.
- א. מצא את רמת התועלת של העקומה הנ"ל.
 ב. על עקומת האדישות 0 יש נקודה בה שיעור החלופה השולי הוא 2. מצא את הנקודה. הגדם עוד נקודה על עקומת אדישות זאת.
 ג. הישר $y = -2x + b$ משיק לעש"ע 3 של הפונקציה. מצא את b ואת נקודת ההשקה.
 ד. האם הפונקציה $y = \frac{1}{x}$ היא עש"ע של הפונקציה u ?

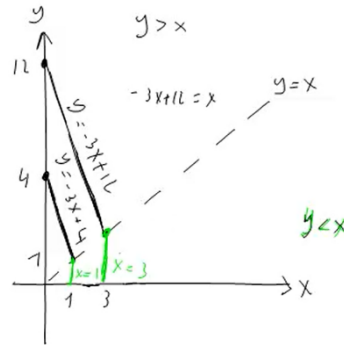
תשובות סופיות:

(1) א. $y = 45 - \frac{5}{2}x$

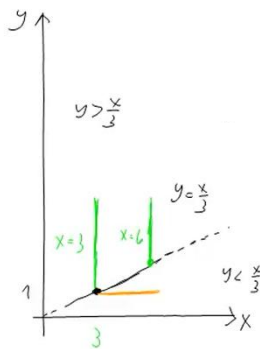
להלן סרטוט:



ב. להלן סרטוט:



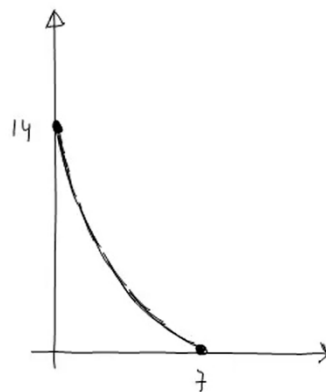
ג. להלן סרטוט:



(2) א. $u(x, y) = (x+1)(y+2)$, $p=1$, $q=2$

ב. להלן סרטוט: $y = \frac{16}{x+1} - 2$

ג. ראה סרטון.



א. (2) לא, ראה סרטון.

(3) א. $h_y(x, y) = e^{xy} \cdot x$

(4) 288\$

ב. ראה סרטון.

(5) א. $a + D(p) = S(p)$

ב. (e, e^{-2})

ג. $b = 3e$, (e, e)

(6) א. 3

ד. הפונקציה אינה עש"ע.