חשבון דיפרנציאלי 10142

פרק 17 - פתרון ממן 13 לדוגמה

תוכן העניינים

1. כללי 1

פתרון ממן 13 לדוגמה:

שאלות:

1) ענה על הסעיפים הבאים:

א. שרטט את מפת העקומות שוות הערך של $f:\mathbf{R}^2\to\mathbf{R}$, $f(x,y)=100-5x-2y$.
באיזה כיוון עליך לזוז מעקומה לעקומה על מנת להגדיל את הערך של f?

ב. נגדיר $f(x,y)=\begin{cases}3x+y & y>x\\ 4x & y\le x\end{cases}$. הנח כי $x,y\ge 0$.
שרטט את העקומות שוות הערך $f(x,y)=4,12$ עבור הפונקציה הנתונה.

ג. שרטט את מפת העקומות שוות הערך של $f:\mathbf{R}_+^2\to\mathbf{R}_+$, $f(x,y)=\min\left(\frac{x}{3},y\right)$.

2) תהיי $u(x,y)=(x+p)(y+q)$, $x\ge 0$, $y\ge 0$ פונקציית תועלת של פרט.
הנקודות $(0,14)$, $(3,2)$, $(1,6)$ מונחות על אותה עקומת אדישות.

א. מצא את p ו-q. הצב אותם בפונקציית התועלת.

ב. מהי משוואת עקומת האדישות עליה מונחות הנקודות הנתונות?
עליך להגיע למשוואה מפורשת. שרטט את עקומת האדישות.

ג. על העקומה שציירת סמן שתי נקודות כלליות C ו-D
כך ש-C היא הנקודה העליונה.
הוכח כי $16\ge MRS(C)>MRS(D)\ge\frac{1}{4}$.

3) ענה על הסעיפים הבאים:

א. (1) תהי $g(x,y)=xy$ ותהי $f(t)=e^t$ פונקציה של משתנה אחד.
נגדיר פונקציה חדשה של שני משתנים $h(x,y)=f\left(g(x,y)\right)$.
מצא את $h_y(x,y)$.

(2) תהי $g(x,y)=4x+5y$ ותהי $f(t)$ פונקציה יורדת של משתנה אחד.
נגדיר פונקציה חדשה של שני משתנים $h(x,y)=f\left(g(x,y)\right)$.
- האם הנקודות $(3,0)$, $(1,2)$ מונחות על אותה עקומה שוות ערך של h?
- הוכח כי $MRS_z=MRS_h$ בכל נקודה (x,y).

4) יצרן מוכר מחשבונים, בארץ ובסין.
עלות מחשבון בארץ היא 6$ ועלות מחשבון בסין היא 8$.
מנהל השיווק עומד את הביקוש Q_1 למחשבון בארץ
ואת הביקוש Q_2 למחשבון בסין על ידי:

$$Q_1 = 116 - 30P_1 + 20P_2$$
$$Q_2 = 144 + 16P_1 - 24P_2$$

כיצד צריכה החנות לקבוע את מחירי המחשבונים P_1 ו-P_2,
על מנת למקסם את הרווח? מה רווח זה?

5) תהי $D(p)$ פונקציית ביקוש יורדת ותהי $S(p)$ פונקציית היצע עולה.
במצב של שיווי משקל בשוק, **הביקוש שווה להיצע** והמחיר p נקרא מחיר שיווי משקל.
מסיבות כלכליות חל גידול ב-a. כלומר, הביקוש החדש הוא $a + D(p)$.

א. רשום את המשוואה המגדירה את מחיר שיווי המשקל.

ב. המשוואה שרשמת מגדירה את p כפונקציה סתומה של a.
הראה, בעזרת המשפט הפונקציות הסתומות, כי $\frac{dp}{da} > 0$,
נסח את התוצאה במילים.

6) נתונה התועלת $u(x,y) = 2\ln x + \ln y$, $y > 0$, $x > 0$.
באיור שלפניך עקומת האדישות של u.
הנקודה (e,e) מונחת על העקומה.

א. מצא את רמת התועלת של העקומה הנ"ל.

ב. על עקומת האדישות 0 יש נקודה בה שיעור החלופה השולי הוא 2.
מצא את הנקודה. הגדם עוד נקודה על עקומת אדישות זאת.

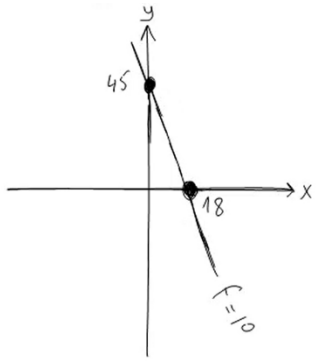
ג. הישר $y = -2x + b$ משיק לעש"ע 3 של הפונקציה.
מצא את b ואת נקודת ההשקה.

ד. האם הפונקציה $y = \frac{1}{x}$ היא עש"ע של הפונקציה u?

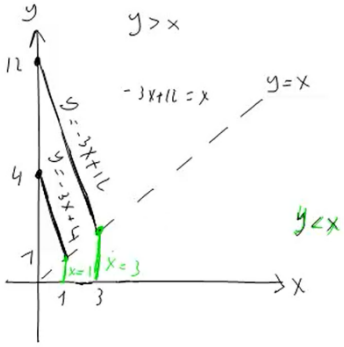
תשובות סופיות:

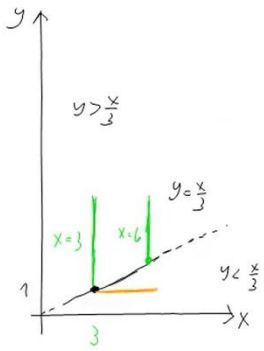
1) א. $y=45-\frac{5}{2}x$,

ב. להלן סרטוט:



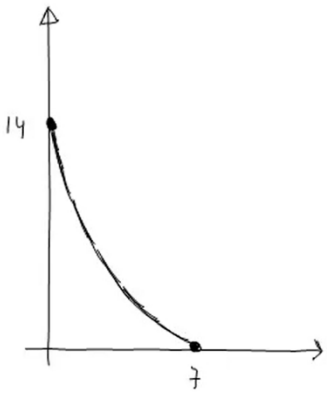
ג. להלן סרטוט:





2) א. $p=1$, $q=2$, $u(x,y)=(x+1)(y+2)$.

ב. $y=\frac{16}{x+1}-2$, להלן סרטוט:



ג. ראה סרטון.

3) א. (1) $h_y(x,y)=e^{xy}\cdot x$

א. (2) לא, ראה סרטון.

4) 288$.

5) א. $a+D(p)=S(p)$

ב. ראה סרטון.

6) א. 3

ב. (e,e^{-2})

ג. (e,e) , $b=3e$.

ד. הפונקציה אינה עש"ע.