

שאלון 482 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 2 - פתרון בידאו של בחינות 2022

תוכן העניינים

1. מועד חורף 1
2. מועד נבצרים 5
3. קיץ מועד א (ללא ספר)
4. קיץ מועד ב (ללא ספר)

בגרות חורף 2022:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) a_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_2 + a_4 = 124$.

א. מצא את a_3 .

נתון: $a_4 = 76$.

ב. מצא את a_1 ואת הפרש הסדרה.

ג. (1) הבע באמצעות n את האיבר a_n .

(2) הסבר מדוע כל איבר בסדרה a_n הוא זוגי.

נתון כי הסדרה a_n היא בת 64 איברים.

ד. בסדרה הנתונה כל איבר שלישי ($a_3, a_6, \dots$) נמחק.

מהו סכום האיברים שנותרו בסדרה?

(2) בציור שלפניך מתוארת תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא מלבן.

נתון: $AD' = 12$, הזווית בין AD' לבין הבסיס $ABCD$ היא 60° .

א. מצא את אורך גובה התיבה.

נתון כי נפח התיבה הוא 432.

ב. מצא את אורכי צלעות הבסיס $ABCD$.

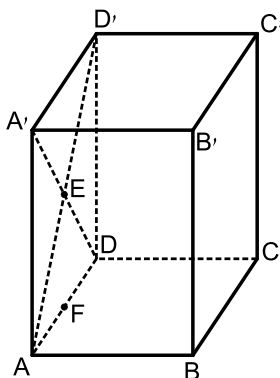
הנקודה E היא מפגש האלכסונים AD' ו- $A'D'$.

הנקודה F היא אמצע הצלע AD (ראה ציור).

ג. (1) מצא את אורך הקטע BF .

(2) מצא את גודל הזווית בין EB לבין בסיס

$ABCD$ התיבה





פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

(3) נתונות הפונקציות: $f(x) = \cos(x)$, $g(x) = \cos(2x)$ המוגדרות בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

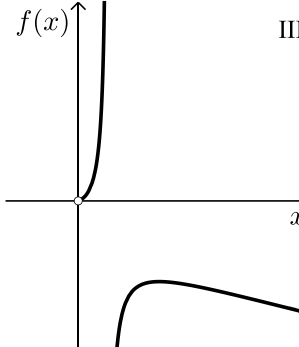
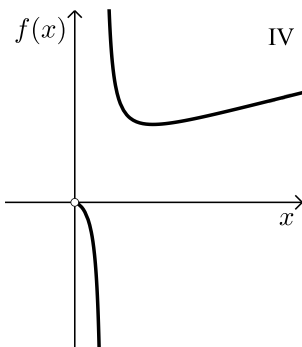
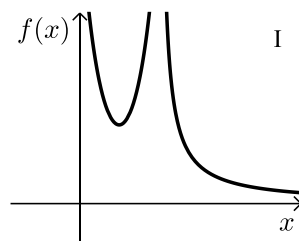
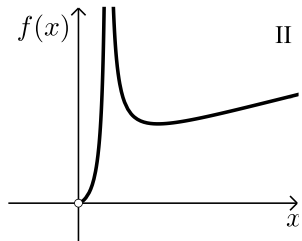
- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
 - ב. (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
(2) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.
 - ג. סרטט באותה מערכת צירים את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
- $a > 0$ הוא פרמטר.
- נתון כי גודל השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $a \cdot f(x)$ ועל ידי גרף הפונקציה $a \cdot g(x)$ בין שתי נקודות החיתוך שלהן הוא $3\sqrt{3}$.
- ד. מצא את a .

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{8}{e^x} + \frac{e^x}{2} + c$, c הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.
- ב. מצא את c .
- הצב בפונקציה $f(x)$ את הערך של c שמצאת בסעיף ב, וענה על הסעיפים ג-ו.
- ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $-f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $2 \cdot f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- ו. בעבור כל אחד מן השטחים S_1 ו- S_2 קבע אם הוא גדול מ- S , קטן ממנו או שווה לו. נמק את קביעותיך.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4x}{1 + \ln(2x)}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמק.
- (2) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ה. אחד מן הסרטוטים IV-I שבסוף השאלה מתאים לגרף הפונקציה $f(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
- ו. מצא את התחום שבעבורו מתקיים $f(x) \cdot f'(x) < 0$.



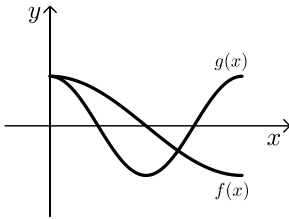
תשובות סופיות:

(1) א. $a_3 = 62$ ב. $d = 14$, $a_1 = 34$ ג. (1) $a_n = 14n + 20$ (2) הסבר. ד. 20,278

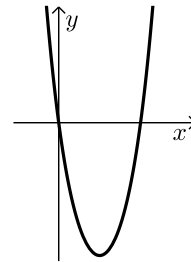
(2) א. גובה התיבה: $6\sqrt{3} = 10.39$ ב. $AB = 4\sqrt{3} = 6.93$, $AD = 6$ ג. (1) $BF = \sqrt{57} = 7.551$ (2) 34.53°

(3) א. $(0,1)$, $\left(\frac{2\pi}{3}, -\frac{1}{2}\right)$ ב. (1) $\min(\pi, -1)$, $\max(0,1)$

ג. (2) $\max\left(\frac{\pi}{2}, -1\right)$, $\max(\pi, 1)$, $\max(0,1)$ ד. $a = 4$



(4) א. כל x ב. $c = -8.5$ ג. $(2.773, 0)$ ד. $\min(\ln 4, -4.5)$ ה. $S_2 > S$, $S_1 = S$



(5) א. $x \neq \frac{1}{2e}$, $x > 0$ ב. (1) לא ג. $\min\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

ד. תחומי עלייה: $x > \frac{1}{2}$, תחומי ירידה: $0 < x < \frac{1}{2e}$ או $\frac{1}{2e} < x < \frac{1}{2}$

ג. גרף IV. ו. $\frac{1}{2e} < x < \frac{1}{2}$

בגרות חורף נבצרים 2022:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה - $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

(1) נתונה הסדרה: $a_n = 2n + 1$.

א. (1) הוכח כי a_n היא סדרה חשבונית.

(2) מצא את a_1 ואת הפרש הסדרה.

נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n הוא 1,443.

ב. מצא את n .

מן הסדרה הנתונה בנו סדרה חשבונית חדשה, b_n .

נתון: $b_n = 1 + 3 \cdot a_n$, לכל n טבעי.

ג. מצא את הפרש הסדרה החדשה.

בסדרה החדשה יש n איברים - n הוא המספר שמצאת בסעיף ב.

ד. מצא את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה החדשה.

טריגונומטריה במרחב

(2) נתונה פירמידה משולשת ישרה SABC, שבסיסה ABC, הוא משולש שווה צלעות.

גובה הפירמידה הוא SO.

CD הוא הגובה לצלע AB במשולש ABC (ראה סרטוט).

נתון כי היקף המשולש ABC הוא $6a$.

א. הבע באמצעות a את אורך הגובה CD.

נתון: $CO = 4\sqrt{3}$.

ב. מצא את a .

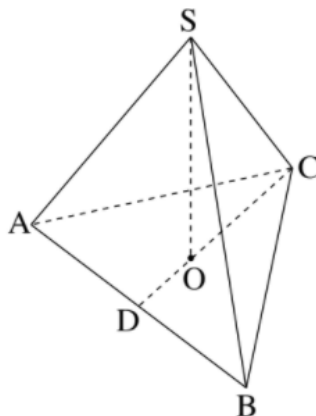
ענה על סעיף ג בעבור: $a = 6$.

נתון: גודל הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה

ובין הבסיס הוא 50° .

ג. (1) מצא את אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה.

(2) חשב את שטח המעטפת של הפירמידה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \cos(2x) + 2 \cdot \cos(x) + 3$ המוגדרת בתחום: $0 \leq x \leq 2\pi$.

א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הישר המשיק

לגרף הפונקציה בנקודות המינימום שלה (בתחום שבין נקודות המינימום שלה).

נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$, c הוא פרמטר.

נתון כי הישר: $y = -2$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודות המינימום שלה.

ד. (1) מצא את c .

(2) בעבור הערך של c שמצאת בתת-סעיף ד(1), כמה נקודות חיתוך יש לגרף

הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמק.

(4) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq 0$.

בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את

ציר ה- x בנקודה $(a, 0)$ בלבד.

א. הבע באמצעות a את תחומי העלייה

והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון: הפונקציה שמתוארת בתחילת השאלה

$$\text{היא: } f(x) = \frac{e^{2x}}{1-e^x}$$

ב. (1) מצא את משוואת האסימפטוטה

המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

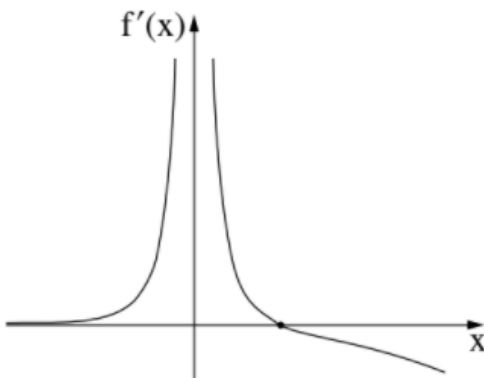
(2) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמק.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ורשום את הערך של a .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי

הישר $x = \ln 3$ ועל ידי ציר ה- x .





(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(ax^2 - x)$, $a > 0$ הוא פרמטר.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום: $x > \frac{1}{a}$, $x < 0$.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=1$ הוא 3.

א. מצא את a .

הצב $a=2$ בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

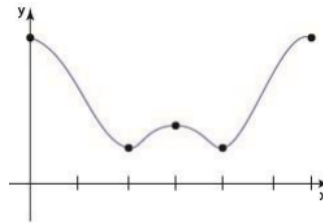
נתון: הפונקציה $g(x)$ מוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$, והיא

מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

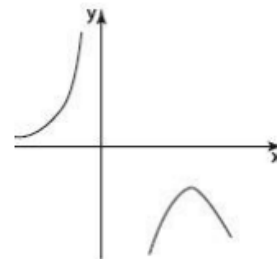
ד. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

תשובות סופיות:

- (1) א. הוכחה. (2) הפרש הסדרה: $d = 2$, האיבר הראשון: $a_1 = 3$.
 ב. $n = 37$. ג. הפרש הסדרה החדשה הוא 6. ד. 2,242.
 (2) א. $CD = \sqrt{3a}$. ב. $a = 6$. ג. (1) 10.78. (2) 161.2.
 (3) א. $(2\pi, 6)$ מקסימום, $\left(\frac{4\pi}{3}, 1.5\right)$ מינימום, $(\pi, 2)$ מקסימום, $\left(\frac{2\pi}{3}, 1.5\right)$ מינימום,
 (0,6) מקסימום. ב. להלן סרטוט: ג. 0.544 יח"ש. ד. (1) $c = -3.5$.



- (2) שתי נקודות חיתוך.
 (4) א. עלייה: $0 < x < a$ או $x < 0$, ירידה: $x > 0$.
 ב. (1) $x = 0$. (2) לא. ג. $(\ln 2, -4)$ מקסימום.
 ד. להלן סרטוט: ה. 0.5 יח"ש.



- (5) א. $a = 2$. ב. (1) $x = 0$, $x = \frac{1}{2}$. (2) $(-0.5, 0)$, $(1, 0)$.
 (3) עליה: $x > 0.5$, ירידה: $x < 0$. ג. להלן סרטוט:
 ד. $x = 1$ מינימום, $x = -0.5$ מקסימום

