

שאלון 481 - פתרון בגרויות משנים קודמות

פרק 2 - פתרון בוידאו של בחינות 2022

תוכן העניינים

1. מועד חורף 1
2. חורף מועד נבצרים 6
3. קיץ מועד א (ללא ספר)
4. קיץ מועד ב (ללא ספר)

בגרות חורף 2022:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

- (1) אורי ודוד רצו לאורך מסלול ישר AB. כל אחד מהם רץ במהירות קבועה. ביום ראשון הם התחילו לרוץ יחד מאמצע המסלול AB:

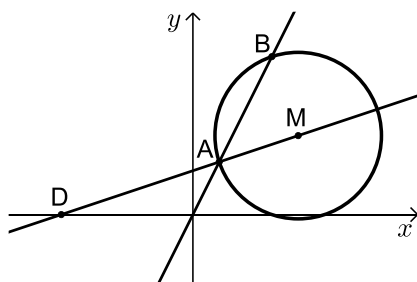


- אורי רץ מאמצע המסלול לנקודה B, ואילו דוד רץ מאמצע המסלול לנקודה A. אורי הגיע לנקודה B אחרי 40 דקות, ודוד הגיע לנקודה A אחרי שעה. נסמן ב- x את המהירות של דוד (בקמ"ש).
 א. הבע את המהירות של אורי באמצעות x .
 ביום שני הם התחילו לרוץ יחד מנקודה C הנמצאת על המסלול AB:



- אורי רץ מן הנקודה C לנקודה B, ואילו דוד רץ מן הנקודה C לנקודה A. אורך AC הוא 4.5 ק"מ. אורי הגיע לנקודה B חצי שעה אחרי שדוד הגיע לנקודה A. כל אחד מהם רץ באותה המהירות שבה הוא רץ ביום ראשון.
 ב. מצא את אורך המסלול AB.

- (2) הנקודה M היא מרכז המעגל שמשוואתו: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 10$. הישר $y = 2x$ חותך את המעגל בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט שלפניך.

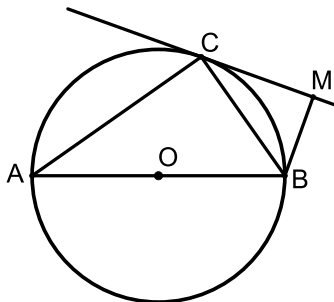


- א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 הישר AM חותך את ציר ה- x בנקודה D (ראה סרטוט).
 ב. מצא את שיעורי הנקודה D.
 ג. הוכח כי BM מאונך ל-DM.
 ד. האם הישר DB משיק למעגל? נמק.
 ה. חשב את שטח המשולש ABD.

- 3 במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד : חוג כדורגל וחוג טניס. אפשר להשתתף בחוג אחד בלבד מבין שני החוגים האלה. סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם. 80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל. מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל. בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת). א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל? ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן? ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכל. ג. (1) כמה משתתפים סך הכל (בנים ובנות) יש בחוג טניס? (2) מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה). מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס? דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

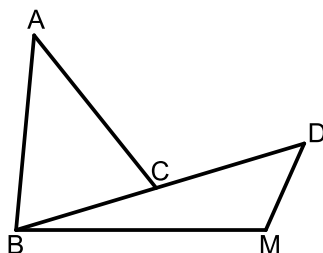
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

- 4 בסרטוט שלפניך מתואר מעגל שמרכזו בנקודה O. AB הוא קוטר במעגל. דרך הנקודה C שעל המעגל, העבירו משיק למעגל. מן הנקודה B העבירו אנך למשיק, החותך אותו בנקודה M, כמתואר בסרטוט.



- א. הוכח: $\angle MBC = \angle CBA$.
 ב. הוכח: $BC^2 = AB \cdot BM$.
 דרך מרכז המעגל, O, העבירו ישר מקביל ל-BC. ישר זה חותך את AC בנקודה E. נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 3.24 משטח המשולש CBM, $OE = 5$.
 ג. מצא את AB.

- 5 בסרטוט שלפניך מתוארים משולש BDM ומשולש ABC.

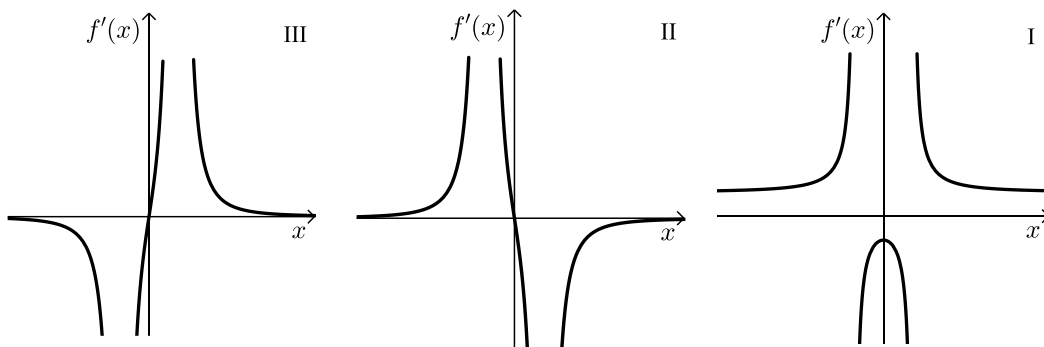


- הנקודה C היא אמצע הצלע BD. נתון: שטח המשולש ABC הוא 27.8, $\angle BAC = 44^\circ$, $AB = 10$.
 א. מצא את אורך הצלע AC.
 ב. מצא את אורך הצלע BC.
 נתון: $\angle BMD > 90^\circ$, $\angle BDM = 50^\circ$, $BM = 11.4$.
 ג. מצא את גודל הזווית BMD.
 מן הנקודה A העבירו חוצה זווית BAC החותך את הצלע BM בנקודה F.
 ד. מצא את גודל הזווית המשולש AFB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{4x^2 - 1} + b$, b הוא פרמטר.

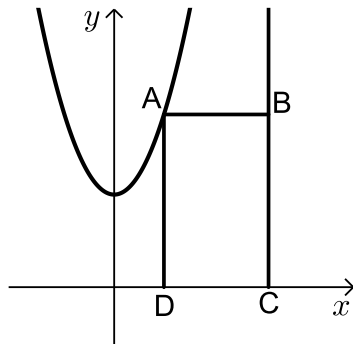
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה (אם צריך, הבע באמצעות b).
- (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון כי הישר $y = -2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.
- ג. מצא את b .
- הצב את b שמצאת בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ד-ו.
- ד. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
- (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.
- ה. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
- ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \frac{1}{3}$, ועל ידי ציר ה- x .



7 נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot \sqrt{x+18}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = -2 \cdot f(x)$.
- (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.
- (2) נסמן ב-A ו-B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בהתאמה. הנקודה O היא ראשית הצירים. חשב את שטח המשולש ABO.

8 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + 3$ ונתון הישר $x = 5$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון משמאל לישר.

מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה- x

וחותך את הישר הנתון בנקודה B.

הנקודות C ו-D נמצאות על ציר ה- x

כך שהמרובע ABCD הוא מלבן (ראה סרטוט).

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

א. מצא את הערך של t שבעבורו

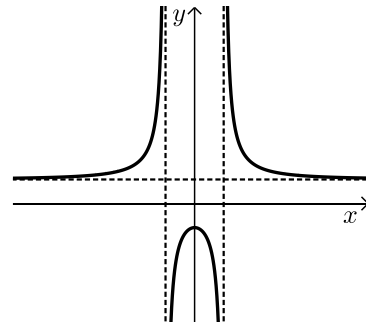
שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

ב. האם ייתכן מלבן ABCD שנבנה

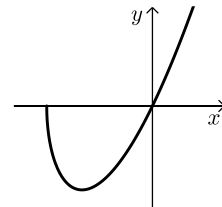
באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמק.

תשובות סופיות:

- (1) א. המהירות של אורי: $1.5x$.
 ב. אורך מסלול AB: 18 ק"מ.
 ג. הוכחה.
 ד. לא.
- (2) א. $A(1,2)$, $B(3,6)$.
 ב. $D(-5,0)$.
 ג. $S_{\triangle ABD} = 10$ יח"ר.
- (3) א. 0.4.
 ב. $\frac{4}{19}$.
 ג. (1) 95 משתתפים. (2) 0.224.
- (4) א. הוכחה.
 ב. הוכחה.
 ג. $AB = 18$.
- (5) א. $AC = 8$.
 ב. $BC = 6.99$.
 ג. $\angle BMD = 110.12^\circ$.
 ד. $\angle AFB = 85.46^\circ$, $\angle BAF = 22^\circ$, $\angle ABF = 72.54^\circ$.
- (6) א. $x \neq -\frac{1}{2}$, $x \neq \frac{1}{2}$.
 ב. (1) נקודת מקסימום. $(0, -4+b)$.
 ב. (2) תחומי עלייה: $-\frac{1}{2} < x < 0$ או $x < -\frac{1}{2}$, תחומי ירידה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x > \frac{1}{2}$.
 ג. $b = 2$.
 ד. (1) $y = 2$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{2}$.
 ד. (2) להלן סקיצה: ה. גרף II. ו. $S = 3.2$ יח"ר.



- (7) א. $x \geq -18$.
 ב. $(-18, 0)$, $(0, 0)$.
 ג. $\min(-12, -12\sqrt{6})$, $\max(-18, 0)$.
 ד. להלן סקיצה:
 ה. (1) $\max(-12, 24\sqrt{6})$, $\min(-18, 0)$.
 ה. (2) $S_{\triangle ABO} = 216\sqrt{6}$ יח"ר.



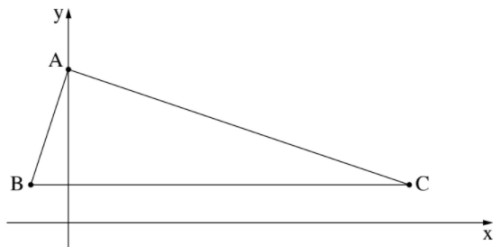
- (8) א. $t = 3$.
 ב. לא, כי השטח המקסימאלי הוא 24.

בגרות חורף נבצרים 2022:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

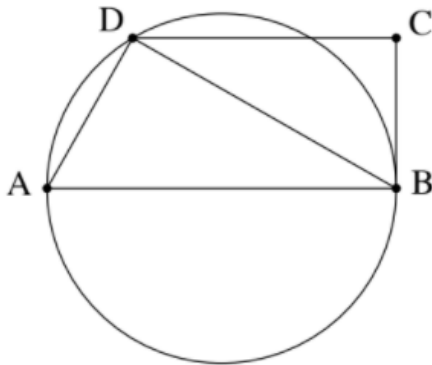
- (1) המרחק בין יישוב א' ליישוב ב' הוא 36 ק"מ.
 יוסי יצא מיישוב א' לכיוון יישוב ב' בשעה 8:00.
 הוא צעד שעתיים במהירות קבועה, עצר למנוחה של שעה, ולאחר מכן המשיך במהירות קבועה הגבוהה ב-25% ממהירותו הקודמת.
 נועה יצאה מיישוב ב' לכיוון יישוב א' בשעה 11:00 באותו היום.
 היא צעדה במהירות קבועה הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה צעד יוסי אחרי המנוחה.
 יוסי ונועה נפגשו באמצע הדרך בין שני היישובים.
 א. מה הייתה מהירותו של יוסי לפני המנוחה?
 ב. באיזו שעה נפגשו יוסי ונועה?



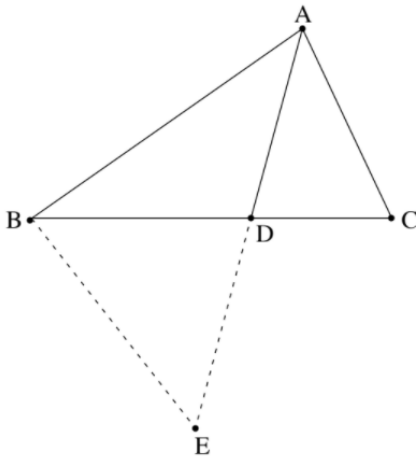
- (2) לפניך משולש ABC (ראה סרטוט).
 נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה- y .
 הנקודות B ו-C נמצאות על הישר: $y = 2$.
 משוואת הישר AB היא: $y = 3x + 8$.
 א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 נתון: אורך הצלע AC הוא $\sqrt{360}$.
 הנקודה C נמצאת ברביע הראשון.
 ב. מצא את שיעורי הנקודה C.
 ג. הוכח כי הצלע AB מאונכת לצלע AC.
 הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.
 דרך הנקודה M העבירו ישר המקביל לציר ה- y . הישר חותך את הצלע AC בנקודה E.
 ד. חשב את שטח המרובע ABME.

- 3) מועמדים לבית ספר מסוים נדרשו להיבחן בשתי בחינות: בחינה במתמטיקה ובחינה באנגלית.
- 80% מן המועמדים עברו את הבחינה במתמטיקה.
 60% מן המועמדים עברו את הבחינה באנגלית.
 40% מן המועמדים עברו רק אחת משתי הבחינות.
 בוחרים באקראי מועמד אחד מבין המועמדים שנבחנו.
 נסמן ה- p את ההסתברות שהמועמד שנבחר עבר את הבחינה במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית.
- א. מצא את p .
- ב. אם ידוע שהמועמד הזה עבר רק בחינה אחת, מהי ההסתברות שהוא עבר רק את הבחינה במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית? ידוע שהיו 200 מועמדים סך הכול.
- ג. (1) כמה מבין המועמדים עברו את שתי הבחינות?
 (2) מבין כל המועמדים בחרו באקראי בזה אחר זה שני מועמדים (ללא החזרה). מהי ההסתברות ששניהם עברו את שתי הבחינות? בתשובתך דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



- 4) המשולש ADB חסום במעגל (ראה סרטוט). הנקודה C נמצאת מחוץ למעגל כך ש-BC משיק למעגל בנקודה B. נתון: $DC \parallel AB$.
- א. הוכח: $\triangle ADB \sim \triangle BCD$.
 נתון: $\angle DAB + \angle CDB = 90^\circ$.
- ב. הוכח כי AB הוא קוטר במעגל.
 נתון: רדיוס המעגל הוא 4 ס"מ.
 היחס בין שטח המשולש ADB לבין שטח המשולש BCD הוא $\frac{4}{3}$.
- ג. (1) מצא את אורך הצלע DB.
 (2) מצא את אורך הצלע DC.



- 5) לפניך משולש ABC (ראה סרטוט). הנקודה D נמצאת על הצלע BC. נתון: $AC = 1.5 \cdot CD$, $\angle BAC = \angle ADC = 75^\circ$.
- א. מצא את גודל הזווית $\angle BAC$. נתון: $AC = 6$.
- ב. מצא את אורך הקטע DB. הנקודה E נמצאת על המשך הקטע AD, כמתואר בסרטוט. שטח המשולש BDE הוא 19.
- ג. מצא את אורך הצלע BE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 9}{x^2}$

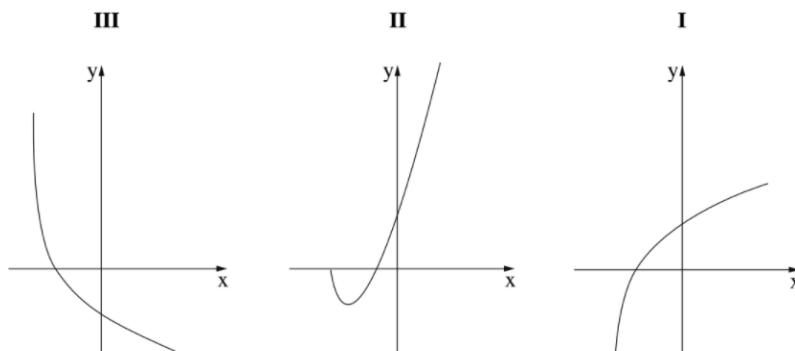
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ד. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
($g(x)$ ו- $g'(x)$ מוגדרות באותו התחום).
העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה- x .
מה הם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

7 נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x \cdot \sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

- א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 הנקודה $(4, 20)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את a .

הצב $a = 2.25$ בפונקציה $f(x)$, וענה על הסעיפים ג-ה.

- ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (2) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ד. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
 ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי הצירים.



8 בסרטוט שלפניך מוצגים הגרפים של

הפונקציות: $f(x) = -x^2 + 16$ ו- $g(x) = (x-4)^2 - 1$.

נקודה A נמצאת ברביע הראשון על

גרף הפונקציה $f(x)$.

מן הנקודה A העבירו שני ישרים:

ישר אחד, המקביל לציר ה- y וחותר את

גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B,

וישא אחר, המקביל לציר ה- x

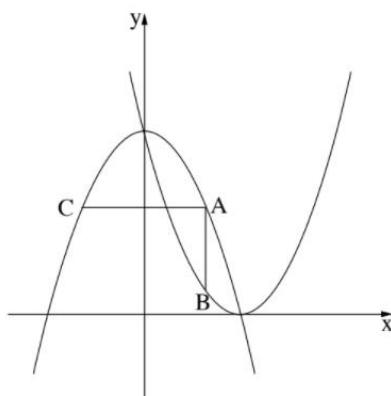
וחותר את גרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה C (ראה סרטוט).

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

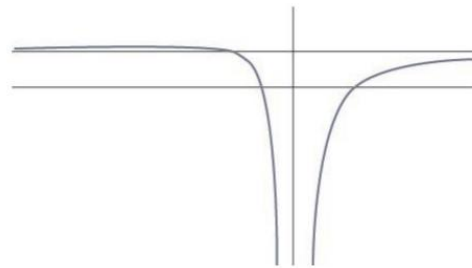
א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A, B ו-C.

ב. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

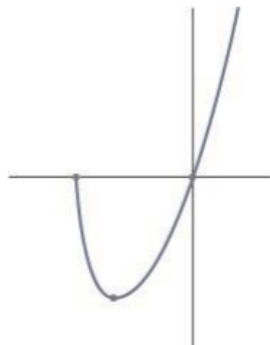


תשובות סופיות:

- (1) א. 3.6 קמ"ש. ב. 13:24
- (2) א. $A(0,8)$, $B(-2,2)$ ב. $C(18,2)$ ג. הוכחה. ד. $43\frac{1}{3}$ יח"ר.
- (3) א. 0.3 ב. $\frac{3}{4}$ ג. (1). 100 ג. (2). 0.249
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1). $4\sqrt{3}$ ג. (2). 6
- (5) א. 80.174° ב. 6.328 ג. 7.63
- (6) א. $x \neq 0$ ב. $y=2$, $x=0$ ג. $(-1.5, 0)$, $(3, 0)$ ד. $\max(-6, 2.25)$ ה. להלן סרטוט:
ג. $x=-1.5$, $x=3$ ג. (1). 7.63



- (7) א. $x \geq -a$ ב. $a=2.25$ ג. (1). $(-2.25, 0)$, $(0, 0)$ ד. גרף I.
(2). $\min(-1.5, -2.598)$, $\max(-2.5, 0)$ ה. 2.598 יח"ר.
(3). להלן סרטוט:



- (8) א. $A(t, -t^2 + 16)$, $B(t, (t-4)^2)$, $C(-t, -t^2 + 16)$ ב. $2\frac{2}{3}$