

אלגברה לינארית 2 (חלקי מאוד)

פרק 7 - פירוק SVD

תוכן העניינים

1. פירוק SVD.....1

פירוק SVD

שאלות

(1) נתונה המטריצה $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$.

מצאו את הערכים הסינגולריים ואת הווקטורים הסינגולריים השמאליים והימניים של המטריצה.

(2) נתונה המטריצה $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

מצאו את הערכים הסינגולריים ואת הווקטורים הסינגולריים הימניים של המטריצה.

(3) נתונה המטריצה $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

מצאו את הערכים הסינגולריים ואת הווקטורים הסינגולריים השמאליים של המטריצה.

(4) נתונה המטריצה $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ \sqrt{2} & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

מצאו את הערכים הסינגולריים ואת הווקטורים הסינגולריים השמאליים של המטריצה.

(5) נתונה המטריצה $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$.

מצאו את הערכים הסינגולריים ואת הווקטורים הסינגולריים השמאליים של המטריצה.

(6) נתונה המטריצה $A = \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & -1 \end{bmatrix}$.

מצאו את הערכים הסינגולריים ואת הווקטורים הסינגולריים השמאליים של המטריצה.

7 מצאו פירוק SVD של המטריצה $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

8 מצאו פירוק SVD של המטריצה $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

9 מצאו פירוק SVD של המטריצה $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ \sqrt{2} & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

10 מצאו פירוק SVD של המטריצה $A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

11 מצאו פירוק SVD של המטריצה $A = \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & -1 \end{bmatrix}$

תשובות סופיות

$$\sigma_1 = 5, \sigma_2 = 3 ; u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} ; v_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, v_2 = \frac{1}{\sqrt{18}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}, v_3 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\sigma_1 = \sqrt{3}, \sigma_2 = 1 ; v_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\sigma_1 = \sqrt{3}, \sigma_2 = 1 ; u_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, u_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\sigma_1 = \sqrt{8}, \sigma_2 = \sqrt{2} ; u_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, u_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, u_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\sigma_1 = 3, \sigma_2 = 2 ; u_1 = \frac{1}{\sqrt{1.25}} \begin{bmatrix} -0.5 \\ 1 \end{bmatrix}, u_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\sigma_1 = 2 ; u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -i \\ 1 \end{bmatrix}, u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ \sqrt{2} & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{8} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{6} \\ \frac{-1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{-2}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & i \\ i & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-i}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}i & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}i & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (11)$$