מבנים אלגבריים להנדסת תוכנה 1

פרק 9 - פירוקים של מטריצה (פירוק LU, פירוק SVD, פירוק QR)

תוכן העניינים

1. פירוק LU 1
2. פירוק SVD 2
3. פירוק QR 6

פירוק LU

שאלות

1) רשמו את פירוק LU של המטריצה $A=\begin{pmatrix}1&-1&-1\\3&-4&-2\\2&-3&-2\end{pmatrix}$.

2) רשמו את פירוק LU של המטריצה $A=\begin{pmatrix}1&2&-3&4\\2&3&-8&5\\1&3&1&3\\3&8&-1&13\end{pmatrix}$.

3) רשמו את פירוק LU של המטריצה $A=\begin{pmatrix}2&-6&6\\-4&5&-7\\3&5&-1\\-6&4&-8\\8&-3&9\end{pmatrix}$.

תשובות סופיות

1)
$$\underbrace{\begin{pmatrix}1&-1&-1\\3&-4&-2\\2&-3&-2\end{pmatrix}}_{A}=\underbrace{\begin{pmatrix}1&0&0\\3&1&0\\2&1&1\end{pmatrix}}_{L}\cdot\underbrace{\begin{pmatrix}1&-1&-1\\0&-1&1\\0&0&-1\end{pmatrix}}_{U}$$

2)
$$\underbrace{\begin{pmatrix}1&2&-3&4\\2&3&-8&5\\1&3&1&3\\3&8&-1&13\end{pmatrix}}_{A}=\underbrace{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\2&1&0&0\\1&-1&1&0\\3&-2&2&1\end{pmatrix}}_{L}\cdot\underbrace{\begin{pmatrix}1&2&-3&4\\0&-1&-2&-3\\0&0&2&-4\\0&0&0&3\end{pmatrix}}_{U}$$

3)
$$\underbrace{\begin{pmatrix}2&-6&6\\-4&5&-7\\3&5&-1\\-6&4&-8\\8&-3&9\end{pmatrix}}_{A}=\underbrace{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\-2&1&0&0&0\\\frac{3}{2}&-2&1&0&0\\-3&2&0&1&0\\4&-3&0&0&1\end{pmatrix}}_{L}\cdot\underbrace{\begin{pmatrix}2&-6&6\\0&-7&5\\0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}}_{U}$$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

פירוק SVD

שאלות

1) נתונה המטריצה $A=\begin{bmatrix}3 & 2 & 2\\ 2 & 3 & -2\end{bmatrix}$.

מצאו את הערכים הסינגולריים ואת הווקטורים הסינגולריים השמאליים והימניים של המטריצה.

2) נתונה המטריצה $A=\begin{bmatrix}0 & -1 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$.

מצאו את הערכים הסינגולריים ואת הווקטורים הסינגולריים **הימניים** של המטריצה.

3) נתונה המטריצה $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$.

מצאו את הערכים הסינגולריים ואת הווקטורים הסינגולריים **השמאליים** של המטריצה.

4) נתונה המטריצה $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ \sqrt{2} & 2 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$.

מצאו את הערכים הסינגולריים ואת הווקטורים הסינגולריים **השמאליים** של המטריצה.

5) נתונה המטריצה $A=\begin{bmatrix}-1 & -2\\ -2 & 2\end{bmatrix}$.

מצאו את הערכים הסינגולריים ואת הווקטורים הסינגולריים **השמאליים** של המטריצה.

6) נתונה המטריצה $A=\begin{bmatrix}1 & i\\ i & -1\end{bmatrix}$.

מצאו את הערכים הסינגולריים ואת הווקטורים הסינגולריים **השמאליים** של המטריצה.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

7) מצאו פירוק SVD של המטריצה $A=\begin{bmatrix}0 & -1 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$.

8) מצאו פירוק SVD של המטריצה $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$.

9) מצאו פירוק SVD של המטריצה $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ \sqrt{2} & 2 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$.

10) מצאו פירוק SVD של המטריצה $A=\begin{bmatrix}-1 & -2\\ -2 & 2\end{bmatrix}$.

11) מצאו פירוק SVD של המטריצה $A=\begin{bmatrix}1 & i\\ i & -1\end{bmatrix}$.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1 $\sigma_1=5,\ \sigma_2=3\ ;\ u_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix},\ u_2=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}\ ;\ v_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix},\ v_2=\frac{1}{\sqrt{18}}\begin{bmatrix}1\\-1\\4\end{bmatrix},\ v_3=\frac{1}{3}\begin{bmatrix}-2\\2\\1\end{bmatrix}$

2 $\sigma_1=\sqrt{3},\ \sigma_2=1\ ;\ v_1=\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}-1\\-2\\1\end{pmatrix},\ v_2=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\ v_3=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$

3 $\sigma_1=\sqrt{3},\ \sigma_2=1\ ;\ u_1=\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix},\ u_2=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix},\ u_3=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}$

4 $\sigma_1=\sqrt{8},\ \sigma_2=\sqrt{2}\ \ ;\ \ u_1=\frac{1}{\sqrt{6}}\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix},\ u_2=\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix},\ u_3=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}-1\\0\\1\end{bmatrix}$

5 $\sigma_1=3,\ \sigma_2=2\ ;\ u_1=\frac{1}{\sqrt{1.25}}\begin{bmatrix}-0.5\\1\end{bmatrix},\ u_2=\frac{1}{\sqrt{5}}\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$

6 $\sigma_1=2\ ;\ u_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}-i\\1\end{bmatrix},\ u_2=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}i\\1\end{bmatrix}$

7
$$\begin{bmatrix}0&-1&1\\1&1&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{-1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sqrt{3}&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{-1}{\sqrt{6}}&\frac{-2}{\sqrt{6}}&\frac{1}{\sqrt{6}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}&0&\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{-1}{\sqrt{3}}&\frac{1}{\sqrt{3}}&\frac{1}{\sqrt{3}}\end{bmatrix}$$

8
$$\begin{bmatrix}1&-1\\0&1\\1&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2}{\sqrt{6}}&0&\frac{-1}{\sqrt{3}}\\\frac{-1}{\sqrt{6}}&\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{-1}{\sqrt{3}}\\\frac{1}{\sqrt{6}}&\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{3}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sqrt{3}&0\\0&1\\0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{-1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}$$

9
$$\begin{bmatrix}0&1&1\\\sqrt{2}&2&0\\0&1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{6}}&\frac{1}{\sqrt{3}}&\frac{-1}{\sqrt{2}}\\\frac{2}{\sqrt{6}}&\frac{-1}{\sqrt{3}}&0\\\frac{1}{\sqrt{6}}&\frac{1}{\sqrt{3}}&\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sqrt{8}&0&0\\0&\sqrt{2}&0\\0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{6}}&\frac{\sqrt{3}}{2}&\frac{\sqrt{3}}{6}\\\frac{-1}{\sqrt{3}}&0&\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\\\frac{\sqrt{2}}{2}&\frac{-1}{2}&\frac{1}{2}\end{bmatrix}$$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

$$\begin{bmatrix}-1 & -2\\ -2 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}}\\ \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}3 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}}\\ \frac{-2}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{\sqrt{5}}\end{bmatrix}$$ **(10**

$$\begin{bmatrix}1 & i\\ i & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{-i}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}i & \frac{-1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{\sqrt{2}}i & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}$$ **(11**

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

פירוק QR

שאלות

בשאלות **1-4** הפעילו את תהליך גרם-שמידט על הקבוצה הנתונה, נרמלו את קבוצת הווקטורים שהתקבלה לאחר התהליך וסמנו קבוצה זו ב- W.

1) $U=\{u_1=(1,1,0),\ u_2=(0,1,1),\ u_3=(1,0,1)\}$

2) $U=\{u_1=(1,0,1),\ u_2=(2,1,0),\ u_3=(0,1,1)\}$

3) $U=\{u_1=(1,3),\ u_2=(2,4)\}$

4) $U=\{u_1=(2,2,2,2),\ u_2=(1,1,2,4),\ u_3=(1,2,-4,-3)\}$

בשאלות **5-7**:

א. הפעילו את תהליך גרם-שמידט על הקבוצה הנתונה, נרמלו את קבוצת הווקטורים שהתקבלה לאחר התהליך, וסמנו קבוצה זו ב- W.

ב. השלימו את הקבוצה W מסעיף א' לקבוצה אורתונורמלית של 3 וקטורים.

5) $U=\{u_1=(1,1,1),\ u_2=(2,2,2),\ u_3=(2,3,4)\}$

6) $U=\{u_1=(1,2,3),\ u_2=(4,5,6),\ u_3=(7,8,9)\}$

7) $U=\{u_1=(1,1,1),\ u_2=(2,2,2),\ u_3=(3,3,3)\}$

8) א. הפעילו את גרם-שמידט על הקבוצה $U=\{u_1=(2,3),\ u_2=(4,6)\}$, נרמלו את קבוצת הווקטורים שהתקבלה לאחר התהליך, וסמנו קבוצה זו ב- W.
ב. השלימו את הקבוצה W מסעיף א' לקבוצה אורתונורמלית של 2 וקטורים.

9) א. הפעילו את גרם-שמידט על הקבוצה
$U=\{u_1=(1,1,0),\ u_2=(0,1,1),\ u_3=(1,2,1),\ u_4=(1,3,2)\}$, נרמלו את קבוצת הווקטורים שהתקבלה לאחר התהליך, וסמנו קבוצה זו ב- W.
ב. השלימו את הקבוצה W מסעיף א' לקבוצה אורתונורמלית של 2 וקטורים.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

10) הפעילו את תהליך גרם-שמידט על הקבוצה:

$U=\{u_1=(1-i,1+i),\ u_2=(1+2i,1-2i)\}$.

נרמלו את קבוצת הווקטורים שהתקבלה לאחר התהליך וסמנו קבוצה זו ב-W.

הערה: תרגיל זה מיועד רק למי שלמד מספרים מרוכבים.

11) א. מצאו פירוק QR למטריצה: $A=\begin{bmatrix}1&2&0\\0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}$.

ב. בעזרת הפירוק מסעיף א' פתרו את המערכת: $\begin{cases}x+2y=3\\y+z=-1\\x+z=-1\end{cases}$.

12) מצאו פירוק QR ל- $A=\begin{bmatrix}1&2\\3&4\end{bmatrix}$.

13) מצאו פירוק QR ל- $A=\begin{bmatrix}2&1&1\\2&1&2\\2&2&-4\\2&4&-3\end{bmatrix}$.

14) מצאו פירוק QR ל- $A=\begin{bmatrix}1&4&7\\2&5&8\\3&6&9\end{bmatrix}$.

15) מצאו פירוק QR ל- $A=\begin{bmatrix}1&2&3\\1&2&3\\1&2&3\end{bmatrix}$.

16) מצאו פירוק QR ל- $A=\begin{bmatrix}1&0&1&-1\\0&2&2&0\\1&3&4&0\\0&4&4&1\end{bmatrix}$.

17) מצאו פירוק QR ל- $A=\begin{bmatrix}2&4\\3&6\end{bmatrix}$.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

18) מצאו פירוק QR ל- $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 1 & 2\end{bmatrix}$.

19) מצאו פירוק QR ל- $A=\begin{bmatrix}1-i & 1+2i\\ 1+i & 1-2i\end{bmatrix}$.

הערה: תרגיל זה מיועד רק למי שלמד על מטריצות אוניטריות.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1) $W=\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{2}}(1,1,0)\ ,\ \hat{w}_2=\frac{1}{\sqrt{6}}(-1,1,2),\ \hat{w}_3=\frac{1}{\sqrt{3}}(1,-1,1)\right\}$

2) $W=\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,1)\ ,\ \hat{w}_2=\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,-1),\ \hat{w}_3=\frac{1}{\sqrt{6}}(-1,2,1)\right\}$

3) $W=\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{10}}(1,3)\ ,\ \hat{w}_2=\frac{1}{\sqrt{10}}(3,-1)\right\}$

4) $W=\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{4}(2,2,2,2)\ ,\ \hat{w}_2=\frac{1}{\sqrt{6}}(-1,-1,0,2),\ \hat{w}_3=\frac{1}{5\sqrt{2}}(1,3,-6,2)\right\}$

5) א. $W=\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1),\ \hat{w}_2=\frac{1}{\sqrt{2}}(-1,01)\right\}$

ב. $\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1),\ \hat{w}_2=\frac{1}{\sqrt{2}}(-1,0,1),\ \hat{w}_3=\frac{1}{\sqrt{6}}(1,-2,1)\right\}$

6) א. $W=\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{14}}(1,2,3),\hat{w}_2=\frac{1}{\sqrt{21}}(4,1,-2)\right\}$

ב. $\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{14}}(1,2,3),\ \hat{w}_2=\frac{1}{\sqrt{21}}(4,1,-2),\ \hat{w}_3=\frac{1}{\sqrt{6}}(1,-2,1)\right\}$

7) א. $W=\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1)\right\}$

ב. $\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1),\ \hat{w}_2=\frac{1}{\sqrt{2}}(-1,0,1),\ \hat{w}_3=\frac{1}{\sqrt{6}}(1,-2,1)\right\}$

8) א. $W=\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{13}}(2,3)\right\}$ ב. $\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{13}}(2,3),\ \hat{w}_2=\frac{1}{\sqrt{13}}(-3,2)\right\}$

9) א. $W=\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{2}}(1,1,0),\ \hat{w}_2=\frac{1}{\sqrt{6}}(-1,1,2)\right\}$

ב. $\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{\sqrt{2}}(1,1,0),\ \hat{w}_2=\frac{1}{\sqrt{6}}(-1,1,2),\ \hat{w}_3=\frac{1}{\sqrt{3}}(1,-1,1)\right\}$

10) $W=\left\{\hat{w}_1=\frac{1}{2}(1-i,1+i),\ \frac{1}{2}(1+i,1-i)\right\}$

11) א. $\begin{bmatrix}1&2&0\\0&1&1\\1&0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{3}}&\frac{-1}{\sqrt{6}}\\0&\frac{1}{\sqrt{3}}&\sqrt{\frac{2}{3}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{-1}{\sqrt{3}}&\frac{1}{\sqrt{6}}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\sqrt{2}&\sqrt{2}&\frac{1}{\sqrt{2}}\\0&\sqrt{3}&0\\0&0&\sqrt{\frac{3}{2}}\end{bmatrix}$ ב. $(x,y,z)=(1,1,-2)$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{10}} & \frac{3}{\sqrt{10}}\\ \frac{3}{\sqrt{10}} & \frac{-1}{\sqrt{10}}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\sqrt{10} & \frac{14}{\sqrt{10}}\\ 0 & \frac{2}{\sqrt{10}}\end{bmatrix} \quad \textbf{(12}$$

$$\begin{bmatrix}2 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 2\\ 2 & 2 & -4\\ 2 & 4 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{50}}\\ \frac{1}{2} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{3}{\sqrt{50}}\\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{-6}{\sqrt{50}}\\ \frac{1}{2} & \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{50}}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}4 & 4 & -2\\ 0 & \sqrt{6} & \frac{-9}{\sqrt{6}}\\ 0 & 0 & \frac{5}{\sqrt{2}}\end{bmatrix} \quad \textbf{(13}$$

$$\begin{bmatrix}1 & 4 & 7\\ 2 & 5 & 8\\ 3 & 6 & 9\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{14}} & \frac{4}{\sqrt{21}} & \frac{1}{\sqrt{6}}\\ \frac{2}{\sqrt{14}} & \frac{1}{\sqrt{21}} & \frac{-2}{\sqrt{6}}\\ \frac{3}{\sqrt{14}} & \frac{-2}{\sqrt{21}} & \frac{1}{\sqrt{6}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{14}{\sqrt{14}} & \frac{32}{\sqrt{14}} & \frac{50}{\sqrt{14}}\\ 0 & \frac{9}{\sqrt{21}} & \frac{18}{\sqrt{21}}\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \quad \textbf{(14}$$

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}}\\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & \frac{-2}{\sqrt{6}}\\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\frac{3}{\sqrt{3}} & \frac{6}{\sqrt{3}} & \frac{9}{\sqrt{3}}\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \quad \textbf{(15}$$

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 2 & 2 & 0\\ 1 & 3 & 4 & 0\\ 0 & 4 & 4 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-3}{7\sqrt{2}} & \frac{-8}{7\sqrt{13}} & \frac{2}{\sqrt{13}}\\ 0 & \frac{4}{7\sqrt{2}} & \frac{-22}{7\sqrt{13}} & \frac{-1}{\sqrt{13}}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{3}{7\sqrt{2}} & \frac{8}{7\sqrt{13}} & \frac{-2}{\sqrt{13}}\\ 0 & \frac{8}{7\sqrt{2}} & \frac{5}{7\sqrt{13}} & \frac{2}{\sqrt{13}}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\sqrt{2} & \frac{3}{\sqrt{2}} & \frac{5}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}}\\ 0 & \frac{7}{\sqrt{2}} & \frac{7}{\sqrt{2}} & \frac{11}{7\sqrt{2}}\\ 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{13}}{7}\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \quad \textbf{(16}$$

$$\begin{bmatrix}2 & 4\\ 3 & 6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2}{\sqrt{13}} & \frac{-3}{\sqrt{13}}\\ \frac{3}{\sqrt{13}} & \frac{2}{\sqrt{13}}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\sqrt{13} & 2\sqrt{13}\\ 0 & 0\end{bmatrix} \quad \textbf{(17}$$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

$$\begin{bmatrix}1&0&1&1\\1&1&2&3\\0&1&1&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{-1}{\sqrt{6}}&\frac{1}{\sqrt{3}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{1}{\sqrt{6}}&\frac{-1}{\sqrt{3}}\\0&\frac{2}{\sqrt{6}}&\frac{1}{\sqrt{3}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sqrt{2}&\frac{1}{\sqrt{2}}&\frac{3}{\sqrt{2}}&\frac{4}{\sqrt{2}}\\0&\frac{3}{\sqrt{6}}&\frac{3}{\sqrt{6}}&\sqrt{6}\\0&0&0&0\end{bmatrix} \quad \textbf{(18}$$

$$\begin{bmatrix}1-i&1+2i\\1+i&1-2i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i&\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\\\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i&\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2&-1\\0&3\end{bmatrix} \quad \textbf{(19}$$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©