סדנת ריענון במתמטיקה למדעי החברה

פרק 6 - פונקציות

תוכן העניינים

1. פונקציה - הגדרה ותכונות בסיסיות ..... (ללא ספר)
2. הפונקציה הלינארית 1
3. הפונקציה הריבועית 11
4. הפונקציה המעריכית ..... (ללא ספר)
5. הפונקציה הלוגריתמית ..... (ללא ספר)
6. פונקציות מפורסמות נוספות ..... (ללא ספר)
7. הזזות שיקופים מתיחות וכיווצים של פונקציה ..... (ללא ספר)
8. הפונקציות הטריגונומטריות ..... (ללא ספר)
9. הפונקציות הטריגונומטריות ההפוכות ..... (ללא ספר)

הפונקציה הליניארית

סיכום כללי

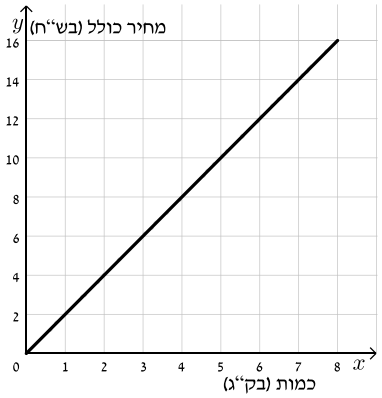
ניתן להציג תהליכים שונים באמצעות יחס ישר בין שני משתנים.

יחס זה מוצג בתור קו ישר מהצורה: $\frac{y}{x}=m$ או $y=mx$.

הפונקציה מהצורה: $y=mx$ מתאר יחס ישר בין x ל-y.

שאלות

1) המחיר של 1 ק"ג עגבניות הוא 2 ₪.
הקו הישר שבסרטוט מתאר את מחיר העגבניות הכולל כפונקציה של משקל העגבניות.



א. מה המחיר של 3 ק"ג עגבניות?

ב. מהי כמות העגבניות שניתן לקנות ב-12 ₪?

ג. מהו היחס בין כמות העגבניות (בק"ג) שניתן לרכוש לבין מחירם?

ד. כתוב ביטוי אלגברי שייצג את המחיר הכולל של העגבניות כתלות במשקלם.

שיפוע ישר – סיכום

ישר שמשוואתו היא $y=mx$ הוא בעל שיפוע m כאשר:

- אם $m>0$ הישר עולה.
- אם $m<0$ הישר יורד.
- אם $m=0$ הישר קבוע (אינו עולה ואינו יורד).

חישוב שיפוע בשיטת המדרגות

בכל התקדמות של יחידה אחת לאורך ציר x נבדוק כמה יחידות עלינו או ירדנו לאורך ציר y. שיפוע הישר יתאים להתקדמות בציר ה-y.

שיפוע בין שתי נקודות

ניתן לחשב שיפוע בין שתי נקודות כלליות הנמצאות על ישר.

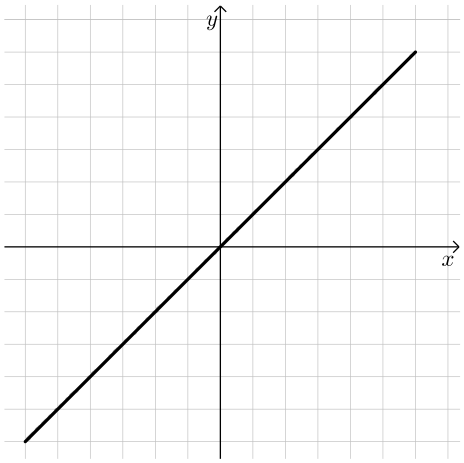
נניח ישר העובר דרך שתי נקודות $A(x_1,y_1)$ ו- $B(x_2,y_2)$.

שיפוע הישר יחושב: $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (כאשר $\Delta x\neq 0$).

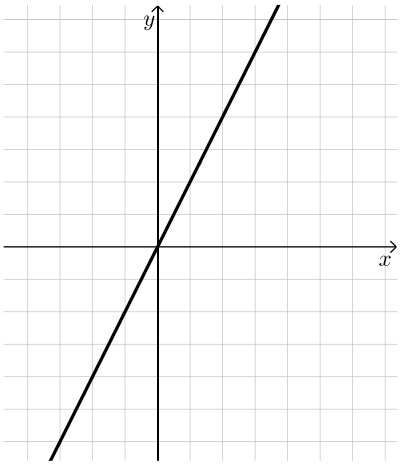
חשוב להקפיד על חיסור של אותן הנקודות במונה ובמכנה.

2) לפניך הגרפים של הישרים הבאים:

i.



ii.

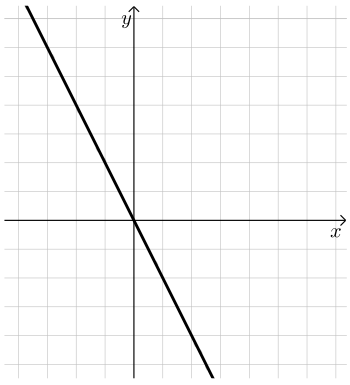


א. מצא את השיפוע של כל אחד מהם.

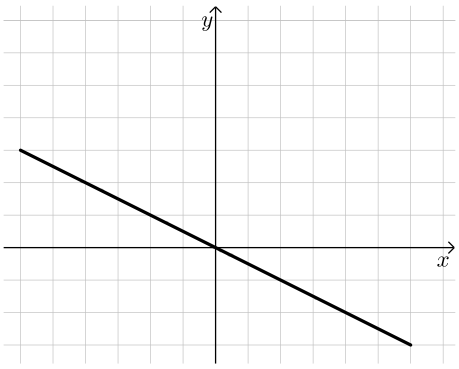
ב. רשום פונקציה מהצורה: $y=mx$ לכל אחד מהישרים.

3) לפניך הגרפים של הישרים הבאים:

i.



ii.



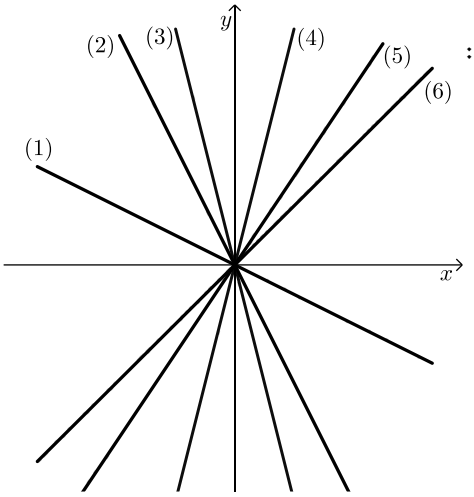
א. מצא את השיפוע של כל אחד מהם.

ב. רשום פונקציה מהצורה: $y=mx$ לכל אחד מהישרים.

4) לפניך 6 ישרים במערכת צירים אחת ו-6 שיפועים:

$$-\frac{2}{3}\ ,\ 2\ ,\ -2\ ,\ 1.2\ ,\ -4\ ,\ 4\ .$$

התאם כל שיפוע לכל ישר.



הקו הישר הכללי – סיכום

- משוואת הקו הישר הכללית היא מהצורה: $y=mx+b$
כאשר m הוא שיפוע הישר ו- b הוא האיבר החופשי כמשוואה.
- האיבר החופשי מייצג את נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- y
אשר תמיד תהיה $(0,b)$.
- ישרים המקבילים זה לזה על בעלי אותו השיפוע (אותו m) ואיברים חופשיים שונים (b שונה), למשל: $y=4x-5$, $y=4x+1$.
- ישרים המקבילים לצירים הם מהצורות הבאות:
  - ישר המקביל לציר ה- x: $y=n$.
  - ישר המקביל לציר ה- y: $x=k$.

5) כתוב מהו m ומהו b במשוואות הישרים הבאות:

א. $y=3x-2$

ב. $y=x+6$

ג. $y=\frac{x}{3}+\frac{2}{5}$

ד. $y=\frac{x-3}{2}$

ה. $y=3+2(x-1)$

ו. $3y-2x+1=0$

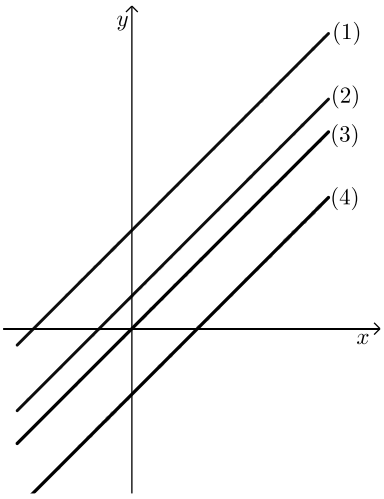
6) כתוב את משוואות הישרים הבאות:

א. ישר בעל שיפוע $m=3$ אשר חותך את ציר ה- y בנקודה שבה $y=-1$.

ב. ישר בעל שיפוע 5- שפוגש את ציר ה- y כאשר $y=6$.

ג. ישר קבוע שחותך את ציר ה- y ב-4.

7) התאם בין הגרפים למשוואות הישרים:



א. $y=x+3$

ב. $y=x+1$

ג. $y=x$

ד. $y=x-2$

מציאת משוואת ישר – סיכום

שיפוע ישר לפי שתי נקודות

שיפוע ישר העובר דרך שתי נקודות $A(x_1,y_1)$ ו- $B(x_2,y_2)$ יחושב: $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

(כאשר $\Delta x\neq 0$).

משוואת ישר

ניתן למצוא משוואת ישר מהצורה $y=mx+b$ כאשר נתונות שתי נקודות הנמצאות עליו לפי השלבים הבאים:

- מציאת הפרמטר m (שיפוע הישר) לפי: $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.
- מציאת הפרמטר b (האיבר החופשי) ע"י הצבת m ואחת מן הנקודות הנתונות במשוואת הישר.

לחילופין ניתן לבצע את שתי הפעולות יחד לפי הנוסחה: $y-y_1=m(x-x_1)$.

חישוב שיפוע בין שתי נקודות

8) חשב את השיפוע של ישר העובר דרך הזוגות הבאים:

א. $(0,4)$, $(8,0)$

ב. $(0,0)$, $(3,-4)$

ג. $(1,8)$, $(7,-9)$

ד. $\left(\frac{2}{3},2\right)$, $\left(1\frac{1}{3},5\right)$

מציאת משוואת ישר באמצעות נקודה ושיפוע

9) מצא את משוואת הישרים הבאות:

א. שיפועו 3 והוא עובר דרך הנקודה $(2,8)$.

ב. שיפועו 0.5- והוא עובר דרך הנקודה $(0,-7)$.

ג. שיפועו 0 והוא עובר דרך הנקודה $(-1,-3)$.

ד. שיפועו $-\frac{5}{8}$ והוא עובר דרך הנקודה $(-8,2)$.

ה. שיפועו 1 והוא עובר דרך ראשית הצירים.

10) מצא משוואת ישר המקביל לישר $y=3x-1$ וחותך את ציר ה-y בנקודה $(0,4)$.

11) מצא משוואת ישר המקביל לישר $y=-4x+9$ ועובר דרך הנקודה $(-5,7)$.

12) מצא משוואת ישר המקביל לישר $5y-4x+9=0$ ועובר דרך ראשית הצירים.

מציאת משוואת ישר באמצעות שתי נקודות

13) מצא את משוואות הישרים העוברים דרך הנקודות הבאות:

א. $(3,6)$, $(1,8)$ ב. $(-4,-6)$, $(0,6)$

14) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות $(2,-6)$ ו-$(5,3)$.

ב. מצא את משוואת הישר המקביל לישר שמצאת בסעיף הקודם ועובר דרך הנקודה $(-1,10)$.

חיוביות ושליליות של קו ישר – סיכום

חיתוך של פונקציה קווית עם הצירים

- כדי למצוא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה הקווית $y=mx+b$ עם ציר ה-y יש להציב $x=0$ במשוואתה. מתקבל: $y=b$, כלומר: $(0,b)$ היא נקודת החיתוך של הפונקציה הקווית עם ציר ה-y.
- כדי למצוא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה הקווית עם ציר ה-x יש להציב $y=0$. זו היא נקודת האפס של של הפונקציה.

חיתוך בין פונקציות קוויות

כדי למצוא את נקודת החיתוך בין שתי פונקציות קוויות $f(x)$ ו-$g(x)$ יש להשוות את משוואותיהם: $f(x)=g(x)$ ולהציב את ערך ה-x המתקבל כפתרון באחת המשוואות כדי לקבל את ערך ה-y של נקודת החיתוך.

תחומי חיוביות ושליליות של פונקציה

- תחום החיוביות של פונקציה הוא אוסף כל ערכי ה-x המקיימים: $f(x)>0$.
- תחום השליליות של פונקציה הוא אוסף כל ערכי ה-x המקיימים: $f(x)<0$.

ניתן למצוא תחומי חיוביות ושליליות ע"י ידיעת נקודת האפס של הפונקציה תחילה.

15) מצא את נקודות החיתוך של כל ישר עם הצירים:

א. $y=2x+5$

ב. $y=3x-1$

16) נתונה הפונקציה: $f(x)=3x-4$.

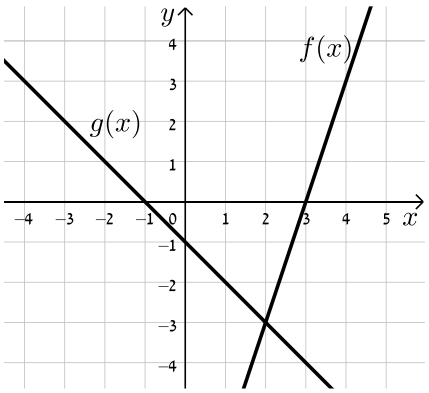
א. מצא את הנקודה שבה: $f(x)=0$.

ב. מצא את התחום שבו $f(x)>0$ ואת התחום שבו $f(x)<0$.

ג. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y.

ד. סרטט את הפונקציה במערכת צירים והראה את התחומים שמצאת.

17) לפניך שני גרפים של פונקציות קוויות.
(הרווח בין השנתות מתאר יחידה אחת).



א. מהן נקודות האפס של כל פונקציה?

ב. מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?

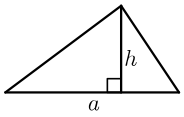
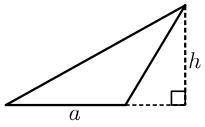
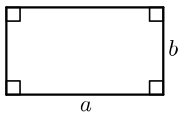
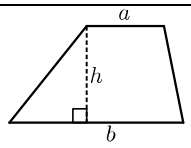
ג. מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$?

ד. מהי נקודת החיתוך של הפונקציות?

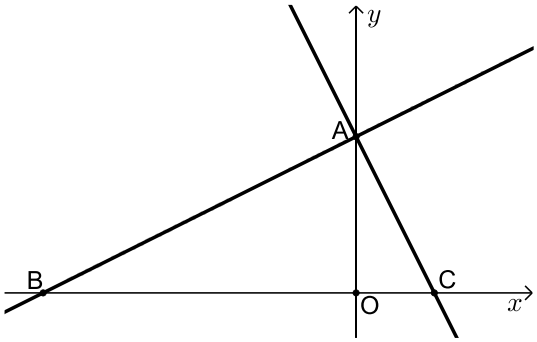
ה. מהו התחום בו $f(x)>g(x)$ ומהו התחום בו $f(x)<g(x)$.

חישובי שטחים עם הפונקציה הקווית – סיכום

שטחים של משולשים ומרובעים

שם הצורה	איור	אופן החישוב
משולש		$S=\frac{a\cdot h}{2}$
משולש קהה זווית		$S=\frac{a\cdot h}{2}$
מלבן		$S=a\cdot b$
טרפז		$S=\frac{(a+b)h}{2}$

18) בסרטוט שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=\frac{1}{2}x+4$ ו- $g(x)=-2x+4$.



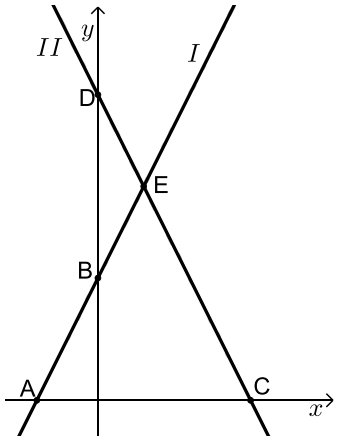
א. מצא את שיעורי נקודת המפגש של שתי הפונקציות (הנקודה A).

ב. מצא את נקודות החיתוך של כל פונקציה עם ציר ה-x (הנקודות B ו-C).

ג. מצא את אורך הקטע BC ואת אורך הקטע AO.

ד. חשב את $S_{\Delta ABC}$.

19) נתונים הישרים: $y=2x+4$ ו- $y=-2x+10$ המתוארים באיור הבא:

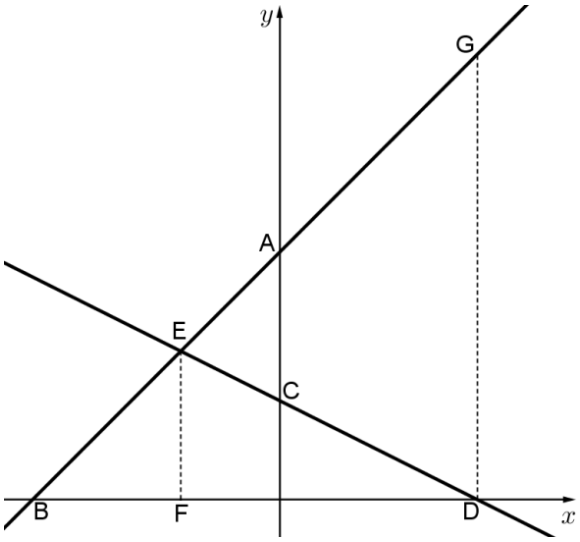


א. התאם לכל משוואה את הישר המתאים ונמק.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A , B , C , D , E.

ג. מצא את שטחי המשולשים ACE ו-BDE.

20) בסרטוט שלפניך מתוארים הישרים AE ו-DE.



משוואת הישר DE היא $y=-\frac{1}{2}x+2$.

נתון כי: 3 יחידות אורך = EF

(מקביל לציר ה-y) וכן: $A(0,5)$.

א. חשב את שיעורי הנקודה E.

ב. מצא את משוואת הישר AE.

ג. חשב את שיעורי הנקודות B ו-D.

ד. נתון כי DG מקביל לציר ה-y.

חשב את שטח הטרפז EFDG.

תשובות סופיות

1) א. 6 ש"ח ב. 6 ק"ג ג. 2:1 ד. $y=2x$

2) i. א. $m=1$ ב. $y=x$ ii. א. $m=2$ ב. $y=2x$

3) i. א. $m=-2$ ב. $y=-2x$ ii. א. $m=-\frac{1}{2}$ ב. $y=-\frac{1}{2}x$

4) $m_{(1)}=-\frac{2}{3}$, $m_{(2)}=-2$, $m_{(3)}=-4$, $m_{(4)}=4$, $m_{(5)}=2$, $m_{(6)}=1.2$

5) א. $m=3,b=-2$ ב. $m=1,b=6$ ג. $m=\frac{1}{3},b=\frac{2}{5}$

ד. $m=\frac{1}{2},b=-\frac{3}{2}$ ה. $m=2,b=1$ ו. $m=\frac{2}{3},b=-\frac{1}{3}$

6) א. $y=3x-1$ ב. $y=-5x+6$ ג. $y=4$.

7) א. (1) ב. (2) ג. (3) ד. (4)

8) ג. -0.5 ד. $-\frac{4}{3}$ ה. $-2\frac{5}{6}$ ו. 4.5

9) א. $y=3x+2$ ב. $y=-\frac{1}{2}x-7$ ג. $y=-3$ ד. $y=-\frac{5}{8}x-3$

ה. $y=x$

10) $y=3x+4$

11) $y=-4x-13$

12) $y=\frac{4}{5}x$

13) א. $y=-x+9$ ב. $y=3x+6$

14) א. $y=3x-12$ ב. $y=3x+13$

15) א. $(-2.5,0)$, $(0,5)$ ב. $\left(\frac{1}{3},0\right)$, $(0,-1)$

16) א. $\left(\frac{4}{3},0\right)$ ב. $f(x)<0:\ x<\frac{4}{3}$, $f(x)>0:\ x>\frac{4}{3}$

ג. $(0,-4)$ ד. לאיור מלא עיין בסרטון.

17) א. $g(x):\ (-1,0)$; $f(x):\ (3,0)$

ב. חיובית: $x>3$, שלילית: $x<3$ ג. חיובית: $x<-1$, שלילית: $x>-1$.

ד. $(2,-3)$ ה. עבור: $f(x)>g(x)$, עבור: $f(x)<g(x)$ ו- $x>2$.

18) א. $(0,4)$ ב. $B(-8,0)$, $C(2,0)$ ג. $BC=10$, $AO=4$ ה. 20 יח"ש.

19) א. $I: y=2x+4$, $II: y=-2x+10$

ב. $A(-2,0)$, $B(0,4)$, $C(5,0)$, $D(0,10)$, $E(1.5,7)$

ג. $S_{ACE}=$ 24.5 יח"ש , $S_{BDE}=$ 4.5 יח"ש .

20) א. $E(-2,3)$ ב. $y=x+5$ ג. $B(-5,0)$, $D(4,0)$

ד. 36 יחידות שטח.

הפונקציה הריבועית

סיכום כללי

ניתן להציג את משוואת הפונקציה הריבועית במספר צורות:

הצגה סטנדרטית: $y=ax^2+bx+c$ (כאשר: $a\ ,\ b\ ,\ c$ הם פרמטרים ו-$a\neq 0$).

הצגה קודקודית: $y=a\left(x-p\right)^2+k$ (כאשר: $a\ ,\ p\ ,\ k$ הם פרמטרים ו-$a\neq 0$).

הצגה כמכפלה: $y=a\left(x-m\right)\left(x-n\right)$ (כאשר: $a\ ,\ m\ ,\ n$ הם פרמטרים ו-$a\neq 0$).

הערה

הצגה כמכפלה אפשרית רק כאשר יש לפחות נקודת אפס אחת לגרף הפרבולה.

שאלות

1) כתוב פונקציה ריבועית המתאימה לערכי המקדמים הבאים:

א. $a=1\ ,\ b=0\ ,\ c=-4$

ב. $a=-1\ ,\ b=2\ ,\ c=5$

ג. $a=b=3\ ,\ c=-5$

ד. $a=\frac{1}{2}\ ,\ b=\frac{1}{3}\ ,\ c=0$

ה. $a=-\frac{1}{5}\ ,\ b=0\ ,\ c=\frac{1}{20}$

ו. $a=7\ ,\ b=\frac{1}{4}\ ,\ c=-1$

2) נתונה הפונקציה: $y=2x^2+bx-3$.

ידוע כי הפונקציה עוברת בנקודה $\left(1,-1\right)$.

א. מצא את ערך המקדם b.

ב. מצא את ציר הסימטריה של הפרבולה ואת שיעורי נקודת הקדקוד שלה.

ג. תאר אלו פעולות הזזה/מתיחה נעשו על גרף הפונקציה $y=x^2$ לקבלת גרף הפונקציה הנתונה.

סרטוט של גרף הפונקציה הריבועית הכללית – סיכום

בפונקציה הריבועית הנתונה בהצגתה הסטנדרטית: $y=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$:

- הפרמטר a קובע האם הפרבולה היא ישרה או הפוכה וכן את מידת המתיחה שלה.
- הפרמטר c קובע את שיעור ה-y של נקודת החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה-y.
- נוסחה למציאת ציר הסימטריה: $x=-\frac{b}{2a}$.
- שיעורי נקודת הקדקוד עבור פונקציה הנתונה בהצגה סטנדרטית הם: $\left(-\frac{b}{2a},c-\frac{b^2}{4a}\right)$.

3) עבור כל אחת מהפונקציות הבאות:

i. חשב את שיעורי נקודת הקדקוד של הפרבולה המתאימה.

ii. רשום את משוואת ציר הסימטריה של הפרבולה המתאימה.

iii. סרטט סרטוט סכמתי (מקורב) של הפרבולה המתאימה.

א. $y=-2x^2+10$

ב. $y=-x^2+3x$

ג. $y=3x^2-6x+7$

ד. $y=-8x^2-4x+1$

ה. $y=4x^2+20x+25$

מציאת נקודות האפס של פונקציה ריבועית עם a כללי – סיכום

פונקציות ריבועיות חלקיות

- פונקציה חסרת b היא מהצורה: $y=ax^2+c$, $(a\neq 0)$.

אם a ו-c אם שוני סימן אז לפונקציה שתי נקודות אפס ששיעוריהן: $\left(\pm\sqrt{\frac{-c}{a}},0\right)$.

- פונקציה חסרת c היא מהצורה: $y=ax^2+bx$, $(a\neq 0)$.

לפונקציה שתי נקודות אפס ששיעוריהן: $\left(-\frac{b}{a},0\right)$, $(0,0)$.

שיטות לפתרון משוואה ריבועית

- פירוק טרינום (במידה וישנם שני שורשים או שורש כפול).
- השלמה לריבוע.
- נוסחת השורשים: $\boxed{x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$

שאלות עם פונקציות

4) מצא את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפונקציות הריבועיות הבאות:

א. $y=x^2+4x-5$ ב. $y=x^2+6x+10$

5) בכל אחד מהמקרים שלפניך נתון ציר הסימטריה של פרבולה ושיעורי אחת מנקודות האפס שלה. מצא את שיעורי נקודת האפס הנוספת.

א. $x=4\ ;\ (5,0)$ ב. $x=-1\ ;\ (7,0)$

6) נתונה הפונקציה: $y=x^2-2x-15$.

א. מהם שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה-y?

ב. רשום פונקציה ריבועית נוספת בעלת אותה נקודת חיתוך עם ציר ה-y.

ג. מהם שיעורי נקודות האפס של הפרבולה?

ד. כמה נקודות חיתוך יש לפרבולה עם הישרים הבאים:

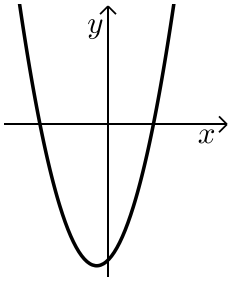
i. $y=-15$.

ii. $y=15$.

iii. $y=-25$.

ה. רשום פונקציה ריבועית נוספת שיש לה את אותן נקודות האפס כמו לפונקציה הנתונה.

7) לפניך הפרבולה: $y=x^2+x-6$.

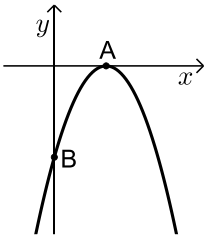


א. חשב את נקודות החיתוך של הפרבולה עם הצירים.

ב. חשב את המרחק של נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-y מראשית הצירים.

ג. חשב את המרחק שבין שתי נקודות החיתוך עם ציר ה-x.

8) לפניך סרטוט של גרף הפונקציה: $y=-x^2+4x-4$.

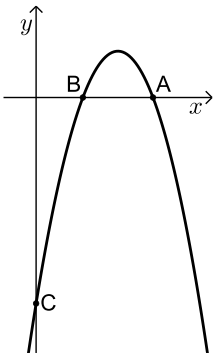


א. מצא את נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.

ב. מצא את מרחק הנקודה A (ראה ציור) מראשית הצירים.

ג. מצא את מרחק הנקודה B מראשית הצירים.

9) לפניך סרטוט של גרף הפונקציה: $y=-x^2+7x-10$.



א. חשב את שיעורי נקודות החיתוך של
גרף הפונקציה עם ציר ה- x .

ב. חשב את שיעורי נקודת החיתוך של
גרף הפונקציה עם ציר ה- y .

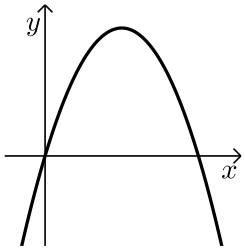
ג. מהו המרחק בין הנקודה C לראשית הצירים?

ד. מצא את המרחק בין נקודה A לנקודה B (ראה סרטוט).

ה. מצא את המרחק בין נקודה A לראשית הצירים.

10) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפרבולה שמשוואתה: $y=-x^2+4x$.

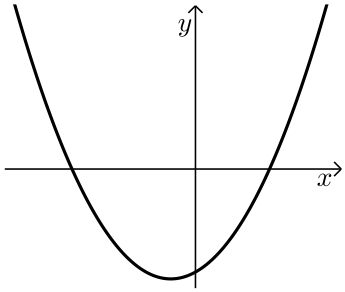
11) נתונה הפרבולה: $y=-2x^2+12x$.



א. מצא את שיעורי קדקוד הפרבולה.

ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפרבולה.

12) נתונה הפרבולה: $y=x^2+2x-15$.



א. לאלו ערכים של x הפונקציה חיובית?

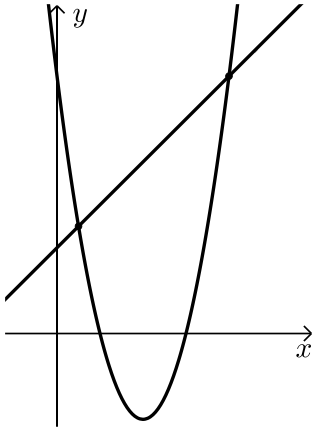
ב. לאלו ערכים של x הפונקציה שלילית?

חיתוך בין ישר ופרבולה – סיכום

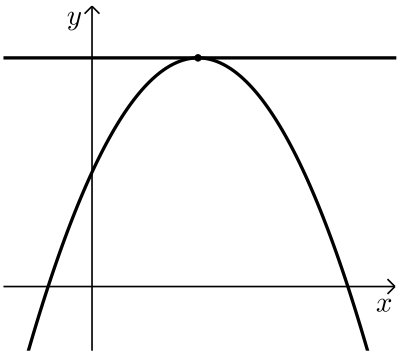
כדי למצוא חיתוך בין ישר $y=mx+b$ ופרבולה: $f(x)=ax^2+bx+c$ אנו נשווה בין משוואותיהם ונפתור עבור x . לאחר מכן נמצא את שיעורי ה- y ע"י הצבה באחת המשוואות (של הישר או הפרבולה). יתכנו 3 מקרים:

- הישר חותך את הפרבולה בשתי נקודות שונות.
- הישר חותך (משיק) לגרף הפרבולה בנקודה אחת בלבד.
- הישר והפרבולה לא חותכים זה את זה כלל.

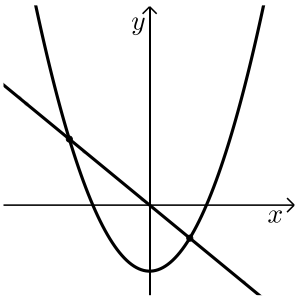
13) לפניך הגרפים של שתי הפונקציות:
$f(x)=x^2-8x+12$ ו- $g(x)=x+4$
מצא את נקודות החיתוך שבין שני הגרפים.



14) מצא את שיעורי הנקודה המשותפת
לגרף הפרבולה $f(x)=-x^2+10x+25$
ו- $y=50$.

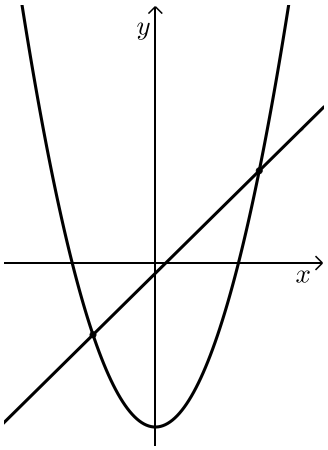


15) נתונים פרבולה $y=x^2-8$ וישר $y=-2x$.



א. מצא את נקודות החיתוך בין גרף הפרבולה והישר.
ב. מצא נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- y
ואת נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- y.
ג. מצא את המרחק שבין נקודת החיתוך של גרף הפרבולה
עם ציר ה- y לבין נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- y.
ד. מצא את קדקוד הפרבולה.
ה. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפרבולה.

16) נתונים פרבולה וישר שהמשוואות שלהם: $y=x^2-16$ ו- $y=2x-1$.

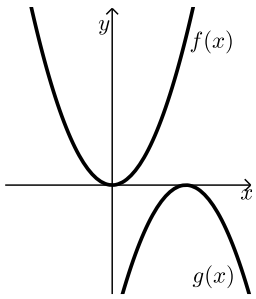


א. מצא את נקודות החיתוך שבין הישר והפרבולה.
ב. תן דוגמא ל- x עבורו הישר נמצא מעל לפרבולה.
ג. תן דוגמא ל- x עבורו הפרבולה נמצאת מעל לישר.
ד. תן דוגמא לנקודה על הפרבולה שערך ה- y שלה חיובי.
ה. תן דוגמא לנקודה על הפרבולה שערך ה- y שלה שלילי.
ו. מצא את נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- x.
ז. מצא את תחום השליליות של הישר.

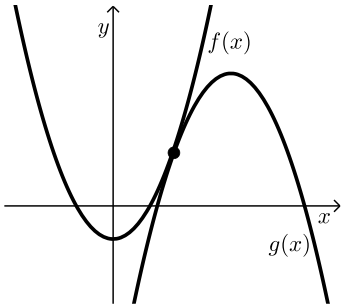
חיתוך בין שתי פרבלות – סיכום

הגרפים של שתי פרבולות $f(x)$ ו-$g(x)$ יכולים להיות באחד משלושה מצבים:

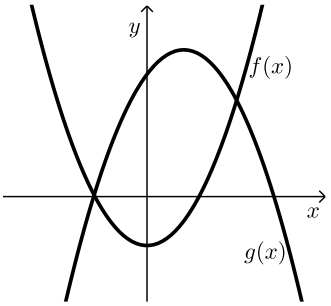
אין חיתוכים



נקודת חיתוך (השקה) אחת



שתי נקודות חיתוך



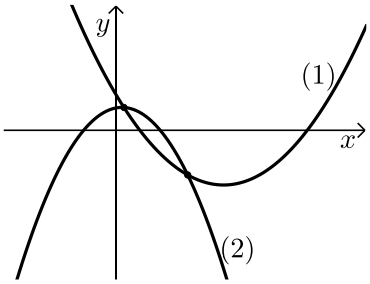
כדי למצוא את נקודות החיתוך עצמן נשווה בין משוואותיהם: $f(x)=g(x)$.
לפי מספר הפתרונות של המשוואה המתקבלת נוכל להסיק באיזה מקרה מדובר.

17) מצא את נקודות החיתוך בין זוגות הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=x^2+4x+5$ ו- $g(x)=-2x^2+x+11$.

ב. $f(x)=x^2-3x+6$ ו- $g(x)=-x^2+5x-2$.

18) לפניך סרטוט של שתי פונקציות ריבועיות:
$f(x)=x^2-9x+8$ ו-$g(x)=-2x^2+x+5$.



א. התאם לכל גרף (1) ו-(2) את הפונקציה המתאימה לו.

ב. מה הם תחומי החיוביות והשליליות של גרף (1)?

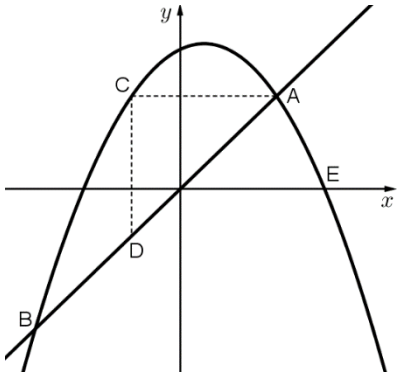
ג. מצא את נקודות החיתוך של שני הגרפים.

שאלות מסכמות שונות

הערה כללית

בנושא זה ישנן שאלות מסכמות העוסקות בכל הנושאים שנלמדו בפרקים על הישר, הפרבולה וחישובי שטחים של צורות הנדסיות. שאלות אלו ברמה הגבוהה משאלות בגרות ומטרתן היא תרגול העשרה של כל החומר הנלמד בפונקציות וגרפים.

19) בסרטוט שלפניך מתוארים
הישר: $y=2x$ והפרבולה: $y=-x^2+x+6$.

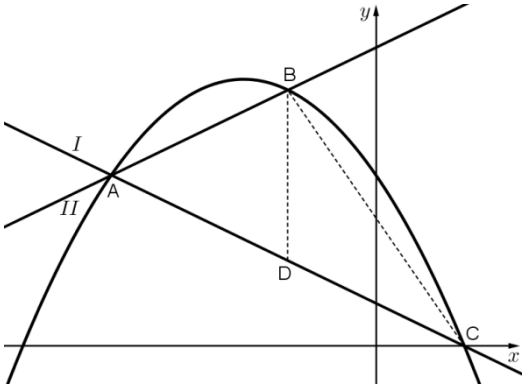


א. חשב את שיעורי נקודות החיתוך
של הישר והפרבולה, A ו-B.

ב. הישר AC מקביל לציר ה-x
והישר CD מקביל לציר ה-y.
חשב את שטח המשולש ACD.

ג. מצא את משוואת הישר המקביל
לישר הנתון ועובר דרך הנקודה E, נקודת החיתוך של גרף הפרבולה עם
ציר ה-x הנמצאת מימין לראשית הצירים.

20) בסרטוט שלפניך מתוארים הגרפים
של שני ישרים I ו-II.
ושל הפרבולה $y=-\frac{1}{2}x^2-3x+8$.



שני הישרים והפרבולה נחתכים בנקודה A.
משוואת הישר II היא: $y=x+14$.

ד. חשב את שיעורי הנקודה A.

ה. חשב את שיעורי הנקודה C,
נקודת החיתוך של גרף הפרבולה עם
ציר ה-x הנמצאת מימין לראשית הצירים.

ו. מצא את משוואת הישר I.

ז. חשב את שיעורי הנקודה B.

ח. הקטע BD מקביל לציר ה-y וחותך את ישר I בנקודה D.
חשב את שטח המשולש BCD.

21) נתונות שתי הפרבולות: $y=x^2-x+6$ ו- $y=ax^2-6x-8$, $a\neq 0$ פרמטר.

ט. לשתי הפרבולות נקודת חיתוך משותפת: $(-2,12)$.
מצא את ערך הפרמטר a.

י. מצא את נקודת החיתוך שנייה של שתי הפרבולות.

יא. סרטט סקיצה של גרף הפרבולה: $y=x^2-x+6$.
(היעזר בנקודות החיתוך עם הצירים ובקדקוד הפרבולה).

תשובות סופיות

1) א. $y=x^2-4$ ב. $y=-x^2+2x+5$

ג. $y=3x^2+3x-5$ ד. $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x$

ה. $y=-\frac{1}{5}x^2+\frac{1}{20}$ ו. $y=7x^2+\frac{1}{4}x-1$.

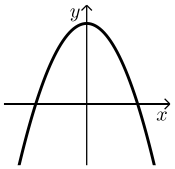
2) א. $b=0$ ב. $x=0$, $(0,-3)$ ג. כיווץ פי 2 והזזה 3 יחידות למטה.

3) א. $x=0$,$(0,10)$ ב. $x=1\frac{1}{2}$,$\left(1\frac{1}{2},2\frac{1}{4}\right)$ ג. $x=1$,$(1,4)$

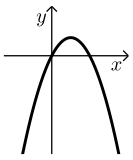
ד. $x=-\frac{1}{4}$,$\left(-\frac{1}{4},1\frac{1}{2}\right)$ ה. $x=-2.5$,$(-2.5,0)$

איורים לסעיפים:

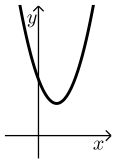
א.



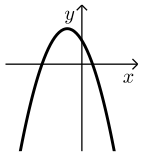
ב.



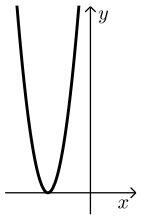
ג.



ד.



ה.



4) א. $(-5,0)$, $(1,0)$ ב. אין חיתוכים.

5) א. $(3,0)$ ב. $(-9,0)$ ג. $(8,0)$ ד. $\left(-15\frac{1}{2},0\right)$.

6) א. $(0,-15)$ ב. $y=x^2-15$ ג. $(-3,0)$, $(5,0)$

ד. i. שתיים. ii. שתיים. iii. אפס. ה. $y=2x^2-4x-30$.

7) א. $(2,0)$, $(-3,0)$ ב. 6 יחידות. ג. 5 יחידות.

8) א. $(0,-4)$, $(2,0)$ ב. 2 יחידות. ג. 4 יחידות.

9) א. $(5,0)$, $(2,0)$ ב. $(0,-10)$ ג. 10 יחידות. ד. 3 יחידות.

ה. 5 יחידות.

10) עולה: $x<2$, יורדת: $x>2$.

11) א. $(3,18)$ ב. עולה: $x<3$, יורדת: $x>3$.

12) א. $x>3$, $x<-5$ ב. $-5<x<3$.

13) $(1,5)$, $(8,12)$

14) $(5,50)$.

15) א. $(-4,8)$, $(2,-4)$ ב. $(0,-8)$, $(0,0)$ ג. 8 יחידות.

ד. $(0,-8)$ ה. עולה: $x>0$, יורדת: $x<0$.

16) א. $(-3,-7)$, $(5,9)$ ב. כל x הגדול מ-5 או קטן מ-3-.

ג. כל x שבין 3- ל-5. ד. כל נקודה שערך ה-x שלה גדול מ-4 או קטן מ-4-.

ה. כל נקודה שערך ה-x שלה בין 4- ל-4. ו. $(0.5,0)$ ז. $x<0.5$

17) א. $(1,10)$, $(-2,1)$ ב. $(2,4)$

18) א. $(1)\to f(x)$, $(2)\to g(x)$

ב. חיובית: $x<1$, $x>8$, שלילית: $1<x<8$. ג. $\left(\frac{1}{3},5\frac{1}{9}\right)$, $(3,-10)$.

19) א. $A(2,4)$, $B(-3,-6)$ ב. 4.5 יחידות שטח. ג. $y=2x-6$.

20) א. $A(-6,8)$ ב. $C(2,0)$ ג. $y=-x+2$

ד. $B(-2,12)$ ה. 16 יחידות שטח.

21) א. $a=2$ ב. $(7,48)$.

ג. להלן סקיצה:

