# חדוא 2

## פרק 16 - פונקציות סתומות

### תוכן העניינים

1. פונקציות סתומות - הפן הטכני ..... 1

# פונקציות סתומות – הפן הטכני

## שאלות

**1)** מצאו את $y'$ , כאשר $x^2+y^5=xy+1$ ,
וחשבו את $y'(0)$ .

**2)** מצאו את $y'(1)$ , כאשר $e^{xy}+x^2y^2=5x-4$ .

**3)** מצאו את $y'(e)$ , $y''(e)$ , כאשר $2\ln x+\ln y=1$ .

**4)** נתון $z^2-e^{x^2+y^2}+(x+y)\sin z=0$ $\left(z=z(x,y)\geq 0\right)$ .
חשבו את $\frac{\partial z}{\partial y}(0,0)$, $\frac{\partial z}{\partial x}(0,0)$ .

**5)** נתון $z^2-e^{x^2+y^2}+(x+y)\sin z=-e^4$ $\left(y=y(x,z)\geq 0\right)$ .
חשבו את $y_z(0,0)$, $y_x(0,0)$ .

**6)** נתונה המשוואה $x-y=x\cdot y\cdot f\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{z}\right)$ .
הוכיחו כי $x^2\cdot z_x+y^2\cdot z_y=z^2$ .

**7)** נתון $z^3-2xz+y=0$ $\left(z=z(x,y)\geq 0\right)$ .
מצאו $z_{xx}(1,1)$ .

**8)** נתונה משוואה $z^3-3xyz=4$ ונקודה $(2,1,-2)$ . מצאו את:
א. $z_{xx}(2,1)$
ב. $z_{xy}(2,1)$
ג. $z_{yy}(2,1)$


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

**9)** נתונה מערכת משוואות: $\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \end{cases}$.

א. חשבו את $u_x, v_x, u_y, v_y$.

ב. הראו כי $u_{xy} = u_{yx}$.

*הערה: בסעיף ב' אין להסתמך על משפט הנגזרות המעורבות.

**10)** נתונה מערכת משוואות: $\begin{cases} x = u + v \\ y = u^2 + v^2 \\ w = u^3 + v^3 \end{cases}$.

א. חשבו את $w_x$, $w_y$.

ב. חשבו $y_x$, $y_w$.

**11)** נתונה מערכת משוואות: $\begin{cases} xyz = 4 \\ x + y + z = 4 \end{cases}$.

הוכיחו כי $z''(x) + y''(x) = 0$.

**12)** נתונה המערכת: $\begin{cases} x\cos u + y\sin u + \ln z = f(u) \\ -x\sin u + y\cos u = f'(u) \end{cases}$.

הוכיחו כי:

א. $(z_x)^2 + (z_y)^2 = z^2$

ב. $z_{xy} = z_{yx}$

*הערה: בסעיף ב' אין להסתמך על משפט הנגזרות המעורבות.


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

## תשובות סופיות

1) $y'(0)=\frac{1}{5}$

2) $y'(1)=5$

3) $y'(e)=-\frac{2}{e^2},\ y''(e)=\frac{6}{e^3}$

4) $z_x(0,0)=z_y(0,0)=-\frac{\sin 1}{2}$

5) $y_x(0,0)=0,\ y_z(0,0)=\frac{1}{2e^4}$

6) שאלת הוכחה.

7) $z_x(1,1)=-16$

8) $z_{xx}(2,1)=z_{xy}(2,1)=1,\ z_{yy}(2,1)=4$

9) א. $u_x=\frac{12v-1}{8uv-1}, u_y=\frac{4v+2}{8uv-1}, v_x=\frac{3-2u}{8uv-1}, v_y=\frac{4u+1}{8uv-1}$ $\left(uv\neq\frac{1}{8}\right)$

ב. שאלת הוכחה.

10) א. $\frac{\partial w}{\partial x}=-3uv,\ \frac{\partial w}{\partial y}=\frac{3}{2}(v+u)$ $\left(u\neq v\right)$

ב. $\frac{\partial y}{\partial x}=-\frac{2uv}{v+u},\ \frac{\partial y}{\partial w}=\frac{2}{3(v+u)}$ $\left(u\neq\pm v\right)$

11) שאלת הוכחה.

12) שאלת הוכחה.


כתב ופתר – גיא סלומון ©