

מתמטיקה ב לכלכלנים

פרק 24 - פונקציות סתומות - שימושים גיאומטריים

תוכן העניינים

1. פונקציות סתומות - הפן הטכני 1

פונקציות סתומות – הפן הטכני

שאלות

- (1) מצאו את y' , כאשר $x^2 + y^5 = xy + 1$, וחשבו את $y'(0)$.
- (2) מצאו את $y'(1)$, כאשר $e^{xy} + x^2y^2 = 5x - 4$.
- (3) מצאו את $y'(e)$, $y''(e)$, כאשר $2\ln x + \ln y = 1$.
- (4) נתונה המשוואה $x - y = x \cdot y \cdot f\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{z}\right)$. הוכיחו כי $x^2 \cdot z_x + y^2 \cdot z_y = z^2$.
- (5) נתון $z^3 - 2xz + y = 0$ ($z = z(x, y) \geq 0$). מצאו $z_{xx}(1, 1)$.
- (6) נתונה משוואה $z^3 - 3xyz = 4$ ונקודה $(2, 1, -2)$. מצאו את:
 - א. $z_{xx}(2, 1)$
 - ב. $z_{xy}(2, 1)$
 - ג. $z_{yy}(2, 1)$
- (7) נתונה מערכת משוואות:

$$\begin{cases} u^2 - v = 3x + y \\ u - 2v^2 = x - 2y \end{cases}$$
 - א. חשבו את u_x, v_x, u_y, v_y .
 - ב. הראו כי $u_{xy} = u_{yx}$.

*הערה: בסעיף ב' אין להסתמך על משפט הנגזרות המעורבות.

תשובות סופיות

$$y'(0) = \frac{1}{5} \quad (1)$$

$$y'(1) = 5 \quad (2)$$

$$y'(e) = -\frac{2}{e^2}, y''(e) = \frac{6}{e^3} \quad (3)$$

$$\text{שאלת הוכחה.} \quad (4)$$

$$z_x(1,1) = -16 \quad (5)$$

$$z_{xx}(2,1) = z_{xy}(2,1) = 1, z_{yy}(2,1) = 4 \quad (6)$$

$$u_x = \frac{12v-1}{8uv-1}, u_y = \frac{4v+2}{8uv-1}, v_x = \frac{3-2u}{8uv-1}, v_y = \frac{4u+1}{8uv-1} \quad \left(uv \neq \frac{1}{8} \right) \text{ א.} \quad (7)$$

$$\text{ב. שאלת הוכחה.}$$