פיזיקה ב

פרק 5 - פוטנציאל

תוכן העניינים

מהו פוטנציאל:

רקע:

פוטנציאל:

$$\varphi = -\int \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית:

$$U = q\varphi$$

מתח:

$$V = \Delta\varphi$$

עבודה של הכוח החשמלי:

$$W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$$

עבודה להזיז מטען:

$$W = \Delta U = q\Delta\varphi$$

פוטנציאל של מטען נקודתי:

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

מוליכים:

- מטענים חופשיים לזוז.
- השדה (או ליתר דיוק הכוח) יהיה אפס בתוך המוליך.
- על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.
- המטען הכולל בתוך המוליך הוא אפס (במצב סטטי) למעט על השפה.
- הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארקה - חיבור לקרקע , מאפסת את הפוטנציאל.

שאלות:

1) עבודה להביא מטען מהאינסוף

מהי העבודה הדרושה להביא מטען $Q = 2 \cdot 10^{-6} c$
מהאינסוף למרחק $r = 50c.m$ ממטען $Q = 3 \cdot 10^{-6} c$
המקובע במקום?

תשובות סופיות:

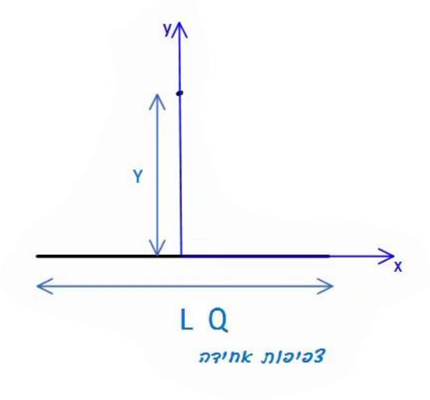
1) $W = 108 \cdot 10^{-3} J$

שיטה 1, סופרפוזיציה:

שאלות:

1) **שיטה ראשונה, סופרפוזיציה**

תיל באורך L טעון במטען כולל Q המפולג בתיל בצורה אחידה. התיל מונח על ציר ה-x.
מצא את הפוטנציאל על ציר ה-y העובר במרכז התיל.



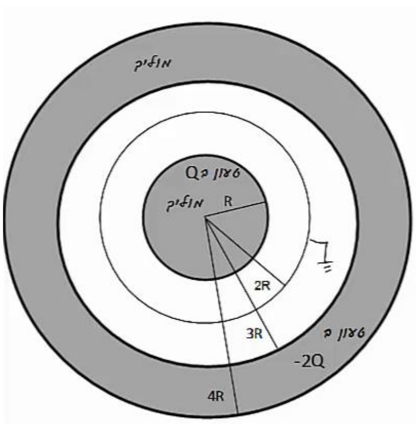
תשובות סופיות:

1) $$\varphi = k\lambda \ln\left|\frac{\frac{L}{\alpha}+\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2}}{-\frac{L}{\alpha}+\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2+y^2}}\right|$$

שיטה 2, שאלות חוק גאוס:

שאלות:

1) דרך שניה, שאלות חוק גאוס



כדור מוליך בעל רדיוס R טעון במטען Q.
מסביב לכדור ברדיוס 2R, נמצאת מעטפת כדורית דקה, מוליכה ומוארקת.
כל המערכת מוקפת במעטפת עבה ומוליכה עם רדיוס פנימי 3R ורדיוס חיצוני 4R.
המעטפת החיצונית טעונה במטען 2Q- (ראה ציור).
לכדור ולמעטפות מרכז משותף, Q , R נתונים.

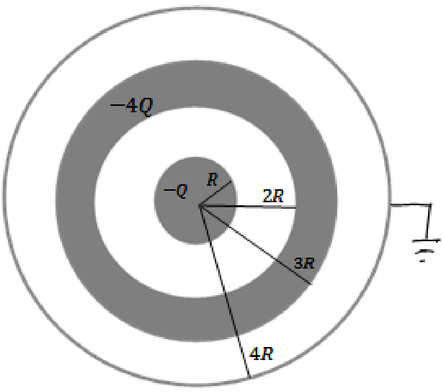
א. מהו הפוטנציאל בכל המרחב?
ומהי התפלגות המטען בכל המרחב?

2) פוטנציאל של קליפה כדורית

מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של קליפה כדורית ברדיוס R הטעונה במטען כולל Q. הנח שהמטען מפוזר בצורה אחידה על השפה.

3) קליפות גליליות מוליכות

גליל מוליך בעל רדיוס R ואורך L טעון במטען Q-.
סביב הגליל נמצאת קליפה גלילית עבה מוליכה, בעלת רדיוס פנימי 2R ורדיוס חיצוני 3R.
אורך הקליפה הוא L גם כן.
הקליפה טעונה במטען כולל של 4Q-.
מסביב לקליפה העבה נמצאת קליפה דקה מוליכה ומוארקת ברדיוס 4R ואורך זהה.
הנח כי $R << L$ ולקליפות ציר מרכזי משותף.



א. כיצד מתפלג המטען במערכת?
ב. מה הפוטנציאל בכל המרחב?
ג. פרוטון בעל מסה m_p ומטען |e| משוחרר ממנוחה במרחק r=2R.
מהי מהירות הפרוטון לאחר שעבר מרחק R?

4) שדה ופוטנציאל של כדור מלא

נתון כדור מלא בעל רדיוס R וצפיפות מטען נפחית אחידה p .

א. מצא את פונקציית השדה בכל המרחב.
ב. מצא את פונקציית הפוטנציאל בכל במרחב.

תשובות סופיות:

1) א. פוטנציאל:

$$\varphi=\begin{cases}C_1 & r<R\\ \frac{kQ}{r}+C_2 & R<r<2R\\ \frac{k(Q+q)}{r}+C_3 & 2R<r<3R\\ C_4 & 3R<r<4R\\ \frac{k(q-Q)}{r}+C_5 & 4R<r\end{cases}$$

התפלגות: ראה סרטון

2)

$$\varphi=\begin{cases}\frac{KQ}{R} & r<R\\ \frac{KQ}{r} & R>r\end{cases}$$

3) א. ראה סרטון

ב.

$$\varphi=\frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\cdot\begin{cases}\ln\frac{1}{2}+5\ln\frac{3}{4} & r<R\\ \ln\frac{r}{2R}+5\ln\frac{3}{4} & R<r<2R\\ 5\ln\frac{3}{4} & 2R<r<3R\\ 5\ln\frac{r}{4R} & 3R<r<4R\\ 0 & 4R<r\end{cases}$$

ג.

$$v=\sqrt{\frac{|e|Q\ln 2}{\pi L\varepsilon_0 m_p}}$$

4) א.

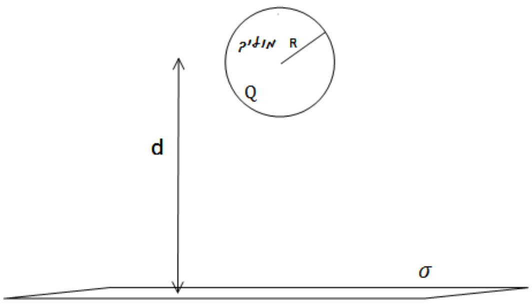
$$E=\begin{cases}\frac{\rho r}{3\varepsilon_o}\hat{r} & r<R\\ \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & R<r\end{cases}$$

ב.

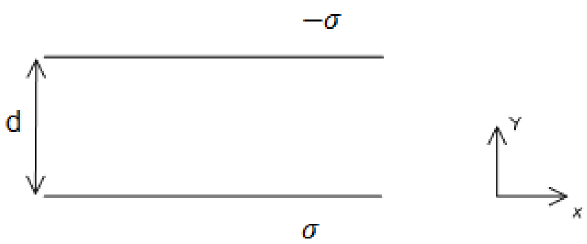
$$\varphi=\begin{cases}-\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_o}+C_1 & r<R\\ -\left(-\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}\right)+C_2 & R<r\end{cases}$$

שיטה 3, חישוב מפורש:

שאלות:



1) **דרך שלישית, חישוב מפורש**
נתון משטח אינסופי הטעון בצפיפות מטען משטחית σ.
במרחק d מעל המשטח ממוקם כדור מוליך בעל רדיוס R ומטען Q.
מצא את הפרש הפוטנציאלים בין המישור לבין שפת הכדור.



2) **מתח בין לוחות**
מצא את הפרש הפוטנציאלים בין שני לוחות, כאשר לוח אחד טעון בצפיפות מטען אחידה ליחידת שטח σ והלוח השני טעון בצפיפות אחידה ליחידת שטח $-\sigma$.
נתון כי המרחק בין הלוחות הוא d וכי שטח הלוחות גדול בהרבה מהמרחק ביניהם.

תשובות סופיות:

1) $$\Delta\varphi_{B\to A} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(d-R)+\frac{kQ}{R}-\left[Q+\frac{KQ}{\lambda}\right]$$

2) $$V=|E|d$$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) יצירת היסוד קיריום

בשנת 1944 המדענים גלן סיבורג (חתן פרס נובל לכימיה), ראלף ג'יימס ואלברט גיורסו ייצרו לראשונה את היסוד הכימי שמספרו 96 וקראו לו "קיריום" על שם מארי קירי. לשם כך הם "הפציצו" גרעינים של פלוטוניום (שמספרו האטומי 94 , כלומר יש לו 94 פרוטונים) בגרעיני הליום – 4 (בהם יש 2 פרוטונים ושני נויטרונים, והמסה שלו היא: $M = 6.6\times10^{-27}\,\text{kg}$.

א. אפשר להתייחס בקירוב אל גרעין הפלוטוניום כאל כדור ברדיוס: $R = 7\times10^{-15}\,\text{m}$, בו המטען של 94 הפרוטונים מפוזר באופן אחיד בנפחו.
אם כך, מה הפוטנציאל על פניו (יחסית לאינסוף)?

ב. מה צריכה להיות האנרגיה של גרעין ההליום בשביל שהוא יוכל להגיע אל פני גרעין הפלוטוניום?
תנו את התשובה גם ביחידות eV וגם ביחידות J .

ג. מה צריכה להיות המהירות שלו רחוק מהגרעין ("באינסוף")?

ד. באיזה מרחק ממרכז הגרעין המהירות שלו יורדת ל-80% מהמהירות בסעיף ג'?

2) דיפול

במרחב נמצאים שני מטענים:

$q_1 = -q$ בנקודה $\vec{r}_1 = -a\hat{y} = (-a,0,0)$

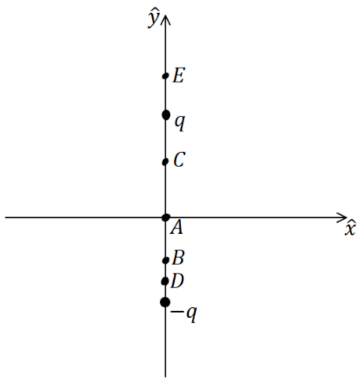
$q_2 = -q$ בנקודה $\vec{r}_2 = a\hat{y} = (a,0,0)$

א. מה הפוטנציאל (יחסית לאינסוף), ומה השדה החשמלי בכל אחת מהנקודות הבאות: $\vec{r}_E = \frac{3}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_D = -\frac{3}{4}a\hat{y}$, $\vec{r}_C = \frac{1}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_B = -\frac{1}{2}a\hat{y}$, $\vec{r}_A = 0$?

ב. היכן הפוטנציאל (יחסית לאינסוף) מתאפס? תארו את המקום הגאומטרי של כל הנקודות בהן זה קורה.

ג. ציירו גרפים סכמתיים של הפוטנציאל לאורך ציר y ולאורך שני צירים שמקבילים לציר y בשני מרחקים שונים.

ד. ציירו את קווי השדה ואת המשטחים שווי הפוטנציאל.



3) **מטען q ומטען 3q**

במרחב נמצאים שני מטענים.

מטען 3q בנקודה $(a,0,0)$ ומטען $-q$ בנקודה $(-a,0,0)$.

א. מה הפוטנציאל φ (יחסית לאינסוף) ומה השדה החשמלי בראשית הצירים.

ב. מצאו על ציר x שתי נקודות בהן הפוטנציאל מתאפס.

ג. מה השדה החשמלי בשתי הנקודות שמצאתם בסעיף ב'?

ד. הראו שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות בהן הפוטנציאל יחסית לאינסוף מתאפס הוא כדור.
מצאו את הרדיוס שלו ואת מרכזו (בשביל למצוא את הרדיוס והמרכז אפשר להיעזר בתוצאה של סעיף ב').

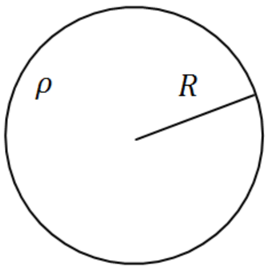
ה. מצאו איפה השדה החשמלי מתאפס. מה הפוטנציאל שם?

ו. ציירו גרף סכמתי של הפוטנציאל לאורך ציר x.
ציינו את המיקומים של נקודות בהן הפוטנציאל ידוע ואת ערכו בהן.

4) **כדור זז מחבר בין שני כדורים**

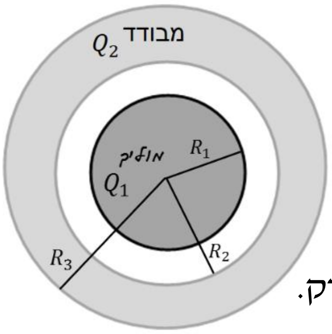
הכדורים 1 ו-2 בתמונה הם מוליכים המקובעים במקומם וטעונים במטען זהה.
הנח שהכדורים מאוד מרוחקים זה מזה וידוע שהכוח הפועל עליהם הוא F.
הכדור השלישי גם הוא זהה אך אינו טעון.
מצמידים את הכדור השלישי לכדור הראשון וממתינים עד שהמערכת תתייצב.
לאחר מכן מנתקים את הכדור השלישי ומצמידים אותו לכדור השני. שוב ממתינים עד שהמערכת תתייצב.
לבסוף מרחיקים את הכדור השלישי לגמרי.
מהו הכוח בין הכדורים 1 ו-2 לאחר כל התהליך?

5) **פוטנציאל של גליל מלא טעון בצפיפות אחידה**



מצא את הפוטנציאל בכל המרחב של גליל אינסופי ברדיוס R וצפיפות מטען אחידה ונתונה ρ.

6) כדור מוליך מוקף בקליפה מבודדת



כדור מוליך בעל רדיוס R_1 טעון במטען Q_1 .
הכדור נמצא במרכזה של קליפה כדורית מבודדת
בעלת רדיוס פנימי R_2 ורדיוס חיצוני R_3.
הקליפה טעונה באופן הומוגני במטען Q_2.

א. חשב השדה החשמלי והפוטנציאל בכל המרחב.

ב. חזור על החישוב הזה במקרה שבו הכדור מוארק.

תשובות סופיות:

1) א. $1.93\cdot10^{7}\,\text{V}$ ב. $6.17\cdot10^{-12}\,\text{J}$

ג. $v=4.32\cdot10^{7}\,\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ד. $r=1.95\cdot10^{-14}\,\text{m}$

2) א. ראה סרטון ב. $y=0$

ג. ראה סרטון ד. ראה סרטון

3) א. פוטנציאל: $\frac{2kq}{\alpha}$, שדה חשמלי: $-\frac{k4q}{d^2}\hat{x}$ ב. $x_1=-\frac{1}{2}a\,,\,x_2=-2a$

ג. $x_1=-\frac{kq}{a^2}\cdot\frac{16}{3}\hat{x}\,,\,x_2=\frac{kq}{a^2}\cdot\frac{2}{3}\hat{x}$ ד. רדיוס: $R=\frac{3}{4}a$, מרכז: $\left(-\frac{5}{4}a,0,0\right)$

ה. איפוס השדה: $x_2=-3.73a$, הפוטנציאל בנקודה זו: $0.27\frac{kq}{a}$

ו. ראו סרטון.

4) $\frac{3}{8}F$

5)

$$\varphi=\begin{cases}-\frac{\rho}{4\varepsilon_0}\left(r^2-R^2\right) & r\le R\\ -\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\ln\frac{r}{R} & r\ge R\end{cases}$$

6) א.

$$\vec{E}=\begin{cases}0 & r<R_1\\ \frac{kQ_1}{r^2}\hat{r} & R_1<r<R_2\\ \frac{k}{r^2}\left(Q_1+Q_2\left(\frac{r^3-R_2^3}{R_3^3-R_2^3}\right)\right)\hat{r} & R_2<r<R_3\\ \frac{k\left(Q_1+Q_2\right)}{r^2}\hat{r} & R_3<r\end{cases}$$

ב.

$$\varphi(r)=\begin{cases}C_1 & r<R_1\\ \frac{kQ_1}{r}+C_2 & R_1<r<R_2\\ \frac{kQ_1}{r}-\frac{kQ_2r^2}{2\left(R_3^3-R_2^3\right)}-\frac{kQ_2R_2^3}{\left(R_3^3-R_2^3\right)r}+C_3 & R_2<r<R_3\\ \frac{k\left(Q_1+Q_2\right)}{r}+C_4 & R_3<r\end{cases}$$