קורס קדם במכניקה 140001

פרק 10 - עבודה ואנרגיה

תוכן העניינים

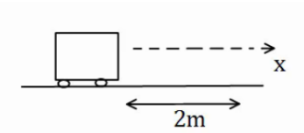
1. העבודה שמבצע כוח 1
2. אנרגיה קינטית והקשר לעבודה 3
3. אנרגיה פוטנציאלית-כובדית 4
4. אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה 5
5. עבודת החיכוך וחום 8
6. אנרגיה פוטנציאלית אלסטית-קפיץ 10
7. חוק שימור האנרגיה- הרחבה ..... (ללא ספר)
8. סיכום הפרק ..... (ללא ספר)
9. תרגילים 11

העבודה שמבצע כוח:

שאלות:

1) דוגמה 1

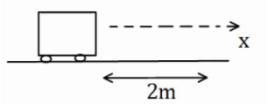
כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה-x.
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



א. בכיוון ציר ה-x.
ב. בכיוון $30°$ עם ציר ה-x.
ג. בכיוון $30°$ מתחת לציר ה-x.

2) דוגמה 2

כוח F שגודלו 5N פועל על גוף הנע מרחק של שני מטרים בכיוון ציר ה-x.
חשב את עבודת הכוח אם כיוונו הוא:



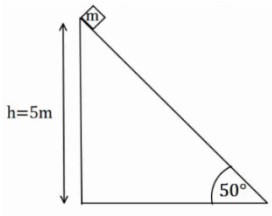
א. בכיוון ציר ה-y.
ב. בכיוון $30°$ מעל ציר ה-x השלילי.
ג. בכיוון $30°$ מתחת לציר ה-x השלילי.

3) דוגמה 3

גוף נופל נפילה חופשית מגובה של 8 מטרים מעל הקרקע. מסת הגוף היא 3kg.

א. חשב את עבודת כוח הכובד עד לפגיעה בקרקע.
ב. חשב שוב את העבודה אם הגובה והמסה נתונים כפרמטרים: m , h.

4) דוגמה 4



גוף שמסתו $m = 2kg$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור.
זווית השיפוע של המישור היא $50°$.

א. חשב את העבודה שמבצע הנורמל על הגוף במהלך תנועתו.
ב. חשב את עבודת כוח הכובד על הגוף.
ג. חשב את עבודת החיכוך הקינטי אם ידוע שמקדם החיכוך הוא: $\mu_k = 0.2$.

5) דוגמה 5

גוף נע מהנקודה $(1,2)$ לנקודה $(3,5)$.

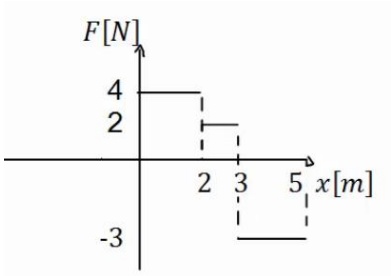
חשב את עבודת הכוחות הבאים הפעלו על הגוף:

א. $\vec{F}=(2,1)$

ב. $\vec{F}=(-3,2)$

6) כוח כתלות במיקום

נתון גרף של הכוח כתלות במיקום.



א. מהי העבודה הכוללת שמבצע הכוח הבא?

ב. מהי עבודת הכוח בשני המטרים האחרונים של התנועה?

תשובות סופיות:

1) א. $W=10$ ב. $W=5\cdot\sqrt{3}$ ג. $W=5\cdot\sqrt{3}$

2) א. $W=0$ ב. $W\approx-8.66$ ג. $W\approx-8.66J$

3) א. $W_g=240J$ ב. $W_g=mgh$

4) א. $W_N=0$ ב. $W_g=100J$ ג. $W_{fk}=-16.79J$

5) א. $W=7J$ ב. $W=0$

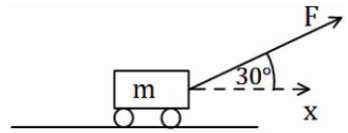
6) א. $W=4J$ ב. $W=-6J$

אנרגיה קינטית והקשר לעבודה:

שאלות:

1) כוח מושך קרונית בזווית

כוח $F=50N$ מושך קרונית בזווית של $30°$ מעל ציר ה- x.
מסת הקרונית היא 3 ק"ג.



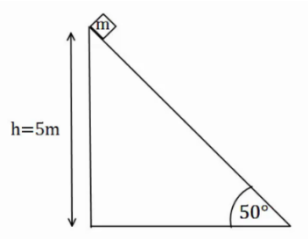
א. שרטט תרשים כוחות הפועלים על הקרונית.

ב. מצא את העבודה של כל כוח, אם ידוע שהקרונית התקדמה 5 מטרים בכיוון ציר ה- x.

ג. מהי מהירות הקרונית לאחר 5 המטרים, אם התחילה לנוע ממנוחה?

2) המשך לדוגמה 4

גוף שמסתו $m=2kg$ מחליק על מישור משופע מגובה 5 מטרים ועד לתחתית המישור.
זווית השיפוע של המישור היא $50°$.
מקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k=0.2$.

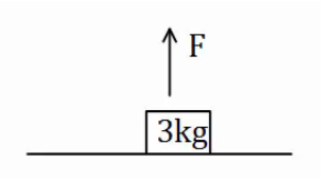


א. מצא את עבודת הכוחות.

ב. מהי מהירות הגוף בתחתית המדרון, אם התחיל ממנוחה?

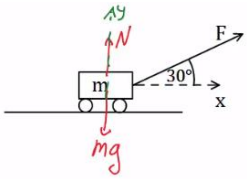
3) כוח מושך גוף ישר למעלה

כוח $F=50N$ מושך גוף כלפי מעלה.
מצא את מהירות הגוף בגובה 8 מטרים מעל הקרקע.
מסת הגוף היא 3 ק"ג.



תשובות סופיות:

1) א.



ב. $W_N=0=W_g\ ,W_F\approx 216.51J$

ג. $v_F\approx 12.01\frac{m}{sec}$

2) א. $W_N=0\ ,\ W_g=100J\ ,W_{fk}=-16.79$

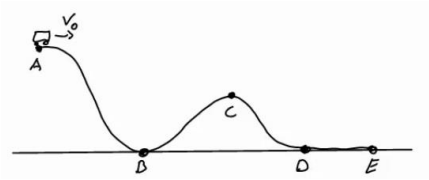
ב. $v_F\approx 9.12\frac{m}{sec}$

3) $v_p\approx 10.33\frac{m}{sec}$

אנרגיה פוטנציאלית-כובדית:

שאלות:

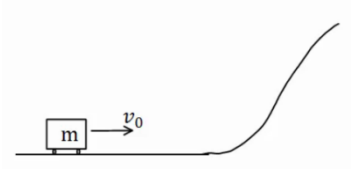
1) רכבת הרים



רכבת הרים מתחילה בנסיעה מהנקודה A הנמצאת בגובה 20 מטרים.
מהירותה בנקודה A היא 5 מטרים לשנייה.
מצא את מהירותה בנקודות B , D , E הנמצאות על הקרקע, ובנקודה C הנמצאת בגובה 10 מטרים.

2) עגלה עולה על גבעה

עגלה נעה בתחתית גבעה עם מהירות התחלתית של 20 מטר לשנייה.
אין חיכוך בין העגלה לאדמה.



א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע העגלה?
לאחר שהגיעה לגובה המקסימלי מתחילה העגלה להתדרדר חזרה במורד הגבעה.

ב. מה תהיה מהירותה כשתגיע חזרה לתחתית?

תשובות סופיות:

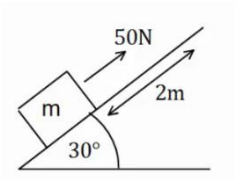
1) $v_B \approx 20.62\frac{m}{sec} = v_E = v_D \ , v_C \approx 15\frac{m}{sec}$

2) א. $h_{max} = 20m$ ב. $v_F = \pm v_0$

אנרגיה כללית ומשפט עבודה אנרגיה:

שאלות:

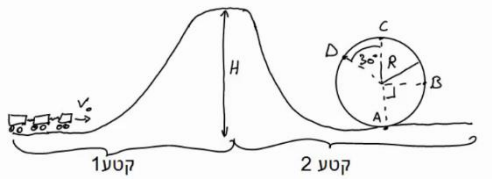
1) כוח מעלה במדרון משופע



כוח של 50 ניוטון פועל על גוף במקביל למשטח משופע בעל זווית של $30°$.
מסת הגוף היא $m = 4kg$ והוא מתחיל תנועתו ממנוחה.
חשב את מהירות הגוף לאחר שהתקדם 2 מטרים במעלה המדרון (אין חיכוך).

2) עוד רכבת הרים

רכבת הרים מתחילה בנסיעה בצדו השמאלי של המסלול באיור.
לרכבת מהירות התחלתית נמוכה v_0.

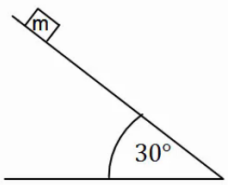


בקטע הראשון כוח F מושך את הרכבת כלפי מעלה במהירות קבועה עד לשיא הגובה H.
בשיא הגובה הכוח נפסק ולאחר מכן הרכבת נעצרת (באמצעות מעצור) למספר שניות, על מנת שהנוסעים יוכלו לפחד לקראת הנפילה.
בקטע השני הרכבת נופלת (ללא הכוח F) ומבצעת סיבוב אנכי - "לופ".
התייחס למסת הרכבת והנתונים באיור כפרמטרים נתונים.

א. מצא את העבודה הכוללת המבצע הכוח F על הרכבת.

ב. מצא את מהירות הרכבת בכל הנקודות המצוינות באיור.

3) מסה מחליקה במדרון



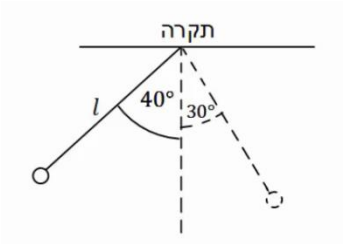
מסה $m = 4kg$ מונחת במנוחה בגובה $h = 5m$ על מדרון משופע.
שיפוע המדרון הוא $30°$.

א. מצא את מהירות המסה בתחתית המדרון אם אין חיכוך בינה למשטח.

ב. חזור על סעיף א' עבור מקרה בו יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

ג. חזור על סעיף ב' אם בנוסף לחיכוך יש גם כוח $F = 60N$, במקביל למדרון ובכיוון תנועת המסה.

4) מטוטלת



מטוטלת בעלת אורך חוט $l = 50cm$ תלויה מהתקרה.
מרימים את המטוטלת לזווית של $40°$ ביחס לאנך מהתקרה ומשחררים ממנוחה.

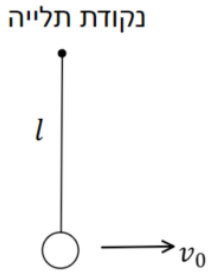
א. מהי עבודת כוח המתיחות לאורך התנועה?

ב. מהי מהירות המטוטלת בתחתית המסלול?

ג. מהי מהירות המטוטלת לאחר שעלתה זווית של $30°$?

ד. מהי הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת?

5) כדור תלוי על חוט מבצע מעגל



כדור תלוי במנוחה על חוט שאורכו $l = 30cm$.

א. מקנים לכדור מהירות התחלתית בכיוון אופקי של $v_0 = 2\frac{m}{sec}$.

i. מה יהיה הגובה המקסימלי אליו יגיע?

ii. מה תהיה זווית החוט המקסימלית ביחס לאנך לקרקע?

ב. איזו מהירות מינימלית יש להעניק לכדור (ממצב מנוחה) כדי שיגיע לגובה המקסימלי שהחוט מאפשר לו (l מעל מרכז המעגל) במהירות של $\sqrt{32}\frac{m}{sec}$.
הניחו שהמהירות מספיקה בשביל להשלים את הסיבוב.

ג. במקרה המתואר בסעיף ב' – מה תהיה מהירות הכדור כאשר יחזור לנקודת ההתחלה?

תשובות סופיות:

1) $V_F \approx 5.48\frac{m}{sec}$

2) א. $W_F = mgH$ ב. $v_C = \sqrt{2g(H-2R)}$, $v_D = \sqrt{2g(H-1.87R)}$

3) א. $v_F = 10\frac{m}{sec}$ ב. $v_F \approx 8.08\frac{m}{sec}$ ג. $v_F \approx 19.11\frac{m}{sec}$

4) א. $W_T = 0$ ב. $v_F \approx 1.55\frac{m}{sec}$ ג. $v_F \approx 1.03\frac{m}{sec}$

ד. $\theta_{max} = 40°$

5) א. i. $20cm$ ii. $\theta_{max} \approx 71°$ ב. $v_0 = \sqrt{44}\frac{m}{sec}$

ג. $v_f = \sqrt{44}\frac{m}{sec}$

עבודת החיכוך וחום:

רקע:

חום (Q) - האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.
כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

$$Q = -W_{f_k}$$

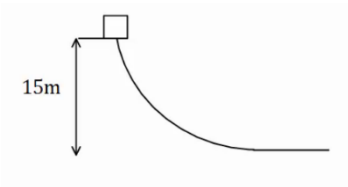
ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

שאלות:

1) חישוב עבודה

גוף שמסתו 5kg מחליק במורד מישור משופע. מהירותו בראש המישור היא $3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, ומהירותו בתחתית המישור, הנמצאת 15m נמוך יותר מנקודת ההתחלה, היא $16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.
מהי עבודת כוח החיכוך שפעל עליו (ביחידות Joule)?

2) גוף נופל ממסלול עקום



גוף נופל ממנוחה ממעלה גבעה בגובה 15 מטר.
בתחתית הגבעה מהירות הגוף היא 5 מטר לשנייה.
כמה אנרגיה הלכה לאיבוד לחום? מסת הגוף היא 2 ק"ג.

תשובות סופיות:

1) $-132.5J$
2) $Q = 275J$

אנרגיה פוטנציאלית אלסטית – קפיץ:

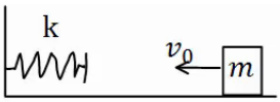
שאלות:

1) מסה וקפיץ במישור אופקי

מסה $m=50gr$ נעה במהירות $v_0=5\frac{m}{sec}$ על משטח אופקי חלק.

המסה נעצרת על ידי קפיץ אופקי אידיאלי (חסר מסה)

בעל קבוע קפיץ $k=10\frac{N}{m}$. הקפיץ רפוי לפני פגיעת המסה.



א. מהי מהירות המסה כאשר הקפיץ מכווץ 5 ס"מ?

ב. מהו הכיווץ המקסימלי אליו מגיע הקפיץ?

ג. חזור על סעיפים א' ו-ב' אם בין המסה למשטח יש חיכוך.

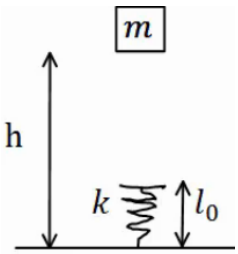
מקדם החיכוך הוא $\mu_k=0.2$ והמרחק ההתחלתי של המסה מקצה הקפיץ הוא $0.5m$.

2) מסה נופלת על קפיץ אנכי

מסה $m=5gr$ משוחררת ממנוחה מגובה $h=1m$ מעל הרצפה.

קפיץ אנכי אידיאלי מחובר לרצפה.

אורכו הרפוי של הקפיץ הוא $l_0=10cm$, וקבוע הקפיץ הוא $k=100\frac{N}{m}$.



א. מהי מהירות המסה רגע לפי פגיעתה בקפיץ?

ב. מהו הכיווץ המקסימלי אליו יגיע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה בחזרה?

תשובות סופיות:

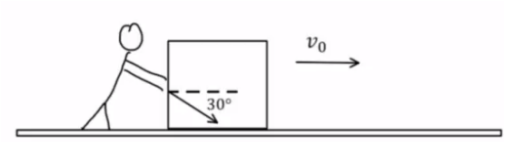
1) א. $v_F\approx 4.95\frac{m}{sec}$ ב. $\Delta x\approx 35.4cm$ ג. $v\approx 4.72\frac{m}{sec}$, $\Delta x\approx 33cm$

2) א. $v_F=4.24\frac{m}{sec}$ ב. $\Delta x_{max}=3cm$ ג. $h_F=h_i$

תרגילים:

שאלות:

1) אדם דוחף ארגז בזווית



אדם דוחף ארגז שמסתו 80 ק"ג לאורך 2 מטרים על משטח אופקי.
מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז למשטח הוא 0.1. האדם דוחף את הארגז בכוח קבוע שגודלו 400 ניוטון בזווית 30 מעלות לכיוון הריצפה.

לארגז גם ישנה מהירות התחלתית שגודלה $v_0 = 0.2\frac{m}{sec}$ וכיוונה ימינה באיור.

א. ציירו תרשים כוחות על הארגז.

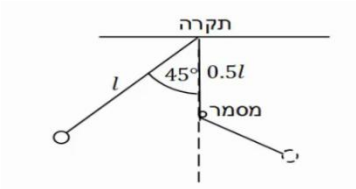
ב. חשבו את העבודה שמבצע כל אחד מהכוחות?

ג. מהו הכוח השקול (גודל וכיוון) ומהי העבודה שמבצע הכוח השקול? וודאו כי התוצאה מתיישבת עם התוצאה של סעיף ב'.

ד. חשבו את מהירותו הסופית של הארגז משיקולי אנרגיה.

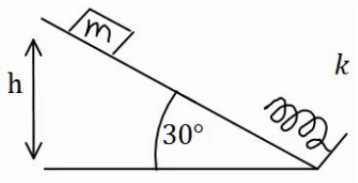
ה. חשבו את תאוצתו של הארגז משיקולי כוחות ומצאו את מהירותו הסופית באמצעות התאוצה שחישבתם.

2) מטוטלת עם מסמר



מטוטלת תלויה מהתקרה באמצעות חוט אידיאלי באורך $l = 80cm$.
המטוטלת מוסטת לזווית של $45°$ ומשוחררת ממנוחה.
בגובה $0.5l$ מתחת לנקודת התליה של המטוטלת תקוע מסמר.
מצא את הזווית המקסימלית אליה תגיע המטוטלת בצידה השני של התנועה.

3) גוף מחליק על מישור משופע ונתקע בקפיץ

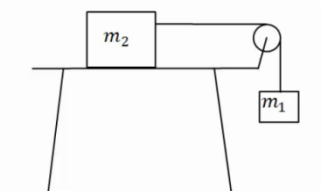


מסה $m = 20gr$ מחליקה מגובה $h = 1m$, וממנוחה, על מדרון משופע בזווית של $30°$.
בתחתית המדרון המסה מתנגשת בקפיץ אידיאלי בעל קבוע קפיץ $k = 100\frac{N}{m}$ ואורך רפוי של 15 ס"מ.

א. מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיץ ומהו הגובה המקסימלי אליו תחזור המסה אם המשטח חלק?

ב. חזור על סעיף א' אם קיים חיכוך בין המשטח למסה, ומקדם החיכוך הקינטי $\mu_k = 0.1$.
הנח שהחיכוך הסטטי אינו חזק מספיק לעצור את המסה.

4) מסה על שולחן ומסה תלויה



מסה $m_2 = 4kg$ נמצאת על שולחן ומחוברת דרך חוט וגלגלת אידיאלית למסה $m_1 = 2kg$ התלויה באוויר.
גובה המסה m_1 מעל הקרקע הוא $h = 2m$.
המערכת מתחילה לנוע ממנוחה.

א. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_1 אם השולחן חלק.

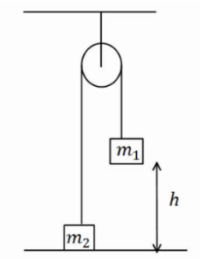
ב. מצא את מהירות המסות כתלות בגובה המסה m_1.

ג. חזור על סעיף א' כאשר קיים חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$.

ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד כחום במקרה של סעיף ג'? חשב בשתי צורות.

5) שתי מסות תלויות מהתקרה

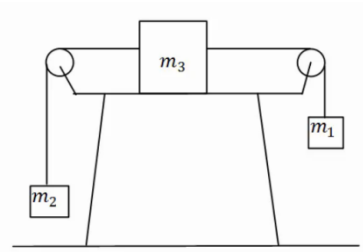
במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.



נתון $m_1 > m_2$, והגובה ההתחלתי של m_1 הוא h.
מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_1, אם המערכת מתחילה ממנוחה.

6) מסה על שולחן ושתי מסות באוויר

במערכת הבאה שלוש מסות: $m_1 = 5kg, m_2 = 2kg, m_3 = 3kg$.
כל הגלגלות והחוטים אידיאליים.
המערכת מתחילה ממנוחה.

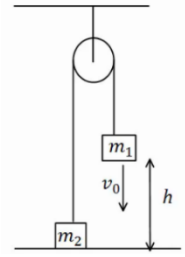


א. מצא את המהירות כתלות בהעתק של m_1.
הנח שהשולחן חלק.

ב. חזור על סעיף א' אם יש חיכוך עם השולחן ומקדם החיכוך הקינטי הוא $\mu_k = 0.2$.

7) שתי מסות תלויות מהתקרה ודחיפה

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.



נתון $m_1 < m_2$ והגובה ההתחלתי של m_1 הוא h.
נותנים ל- m_1 מהירות התחלתית כלפי מטה שגודלה v_0.

א. מצא את הגובה המינימלי אליו תגיע m_1.
(הנח שהיא אינה פוגעת בקרקע).

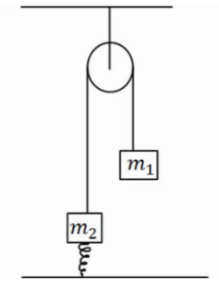
ב. מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של m_2.

8) שתי מסות תלויות מהתקרה וקפיץ

במערכת הבאה המסות תלויות מהתקרה באמצעות גלגלת אידיאלית.

המסה m_2 מחוברת לרצפה באמצעות קפיץ אידיאלי.

משחררים את המערכת ממנוחה במצב בו הקפיץ רפוי.



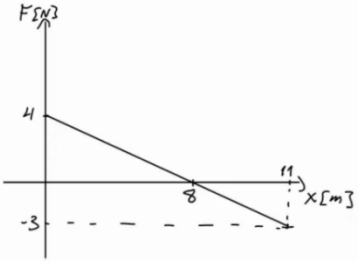
נתון: $m_1 = 4kg$, $m_2 = 2kg$, $k = 10\frac{N}{m}$.

א. מהי התארכות הקפיץ במצב שיווי משקל?

ב. מהי התארכות המסות במצב שיווי משקל?

ג. מהי ההתארכות המקסימלית של הקפיץ?

9) גרף של כוח



נתון גרף של כוח הפועל על גוף כתלות במיקום.

הכוח הוא הכוח היחיד הפועל על הגוף.

מסת הגוף היא $m = 2kg$ והגוף מתחיל תנועתו ממנוחה.

א. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 18m$.

ב. מצא את מהירות הגוף ב- $x = 6m$.

10) כדור מקפץ מאבד אנרגיה

כדור נופל ממנוחה לרצפה מגובה $3m$.

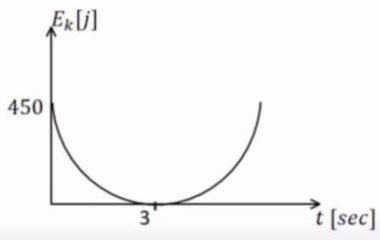
בכל פעם שהכדור פוגע ברצפה הוא מאבד 8% מהאנרגיה שלו.

א. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה הראשונה?

ב. מה הגובה המקסימלי אליו יגיע הכדור לאחר הפגיעה השלישית?

ג. כמה פעמים יפגע הכדור ברצפה עד אשר גובהו המקסימלי יהיה קטן מ-80 ס"מ?

11) זריקה אנכית עם גרף של אנרגיה קינטית



כדור שמסתו 1 ק"ג נזרק אנכית כלפי מעלה.

מישור הייחוס של האנרגיה הפוטנציאלית נבחר בנקודת הזריקה. הגרף הנתון מתאר את האנרגיה הקינטית כפונקציה של הזמן.

א. מהי מהירות הזריקה של הכדור ומתי הגיע לשיא הגובה?

ב. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ג. שרטט גרף של האנרגיה הפוטנציאלית של הכדור כפונקציה של הזמן.
ציין על הגרף מהו הערך המירבי של האנרגיה ומהו הזמן בו חזר הכדור לקרקע.

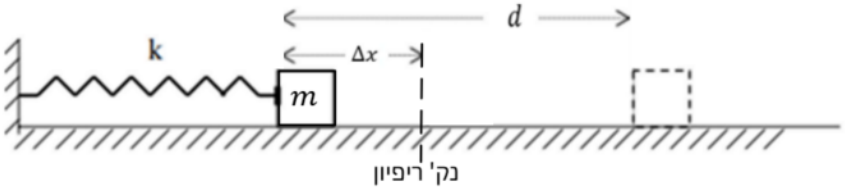
ד. חשב את עבודת כוח הכובד:

i. מרגע הזריקה ועד שיא הגובה.

ii. מרגע הזריקה ועד שהכדור הגיע לגובה 30 מטרים בדרכו חזרה.

12) קפיץ דוחף גוף על שולחן עם חיכוך

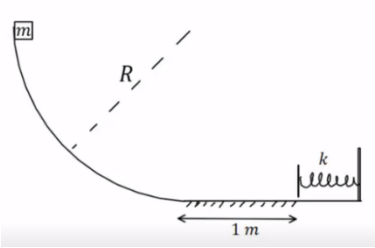
גוף שמסתו $m = 0.3kg$ נלחץ אל קפיץ אופקי ומכווץ את הקפיץ ב- $\Delta x = 0.2m$ כמוראה בציור. לאחר שחרורו, נע הגוף מרחק $d = 0.6m$ על שולחן אופקי לא חלק עד עומדו (הגוף אינו מחובר לקפיץ, הוא מנתק מגע עם הקפיץ כאשר הקפיץ מגיע לאורכו הרפוי). קבוע הכוח של הקפיץ הוא: $k = 14\frac{N}{m}$.



א. מהו מקדם החיכוך שבין הגוף והשולחן?

ב. מהי מהירות הגוף ברגע שהוא עוזב את הקפיץ (מנתק את המגע איתו)?

13) גוף מחליק על חצי מעגל ומכווץ קפיץ



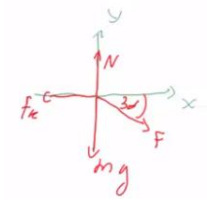
גוף בעל מסה $m = 2kg$ משוחרר ממנוחה מקצה של מסילה חסרת חיכוך בצורת רבע מעגל ברדיוס $R = 2m$. בתחתית המסילה הגוף מחליק על מישור אופקי שאינו חלק באורך 1 מטר.
מקדם החיכוך הקינטי בין המישור לגוף הוא 0.3.
בקצה הקטע עם החיכוך נמצא קפיץ רפוי, הגוף פוגע בקפיץ ומכווץ אותו לכיווץ מקסימלי של 0.1 מטר.
החלק עליו נמצא הקפיץ חסר חיכוך.

א. מהי מהירות הגוף ברגע פגיעתו בקפיץ?

ב. מהו קבוע הקפיץ?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו יגיע הגוף כאשר יחזור אל המסילה המעגלית בפעם הראשונה?

תשובות סופיות:

1) א. 

ב. $W_F \approx 690J$, $W_{Fk} = -200J$

ג. $\sum F \approx 250N$, $W_{\sum F} \approx 490J$

ד. $v_F = 3.5\frac{m}{sec}$

ה. $v_F = 3.5\frac{m}{sec}$, $a \approx 3\frac{m}{sec^2}$

2) $\theta_{max} = 65.53°$

3) א. הכיווץ: $x = 6.18cm$, הגובה: $h_F = 1m$.

ב. הכיווץ: $\Delta x = 5.6cm$, הגובה: $h_F = 0.999m$.

4) א. $v_{m_1} \approx 3.65\frac{m}{sec}$ ב. $v = \sqrt{\frac{40}{3} - \frac{20}{3}h}$ ג. $v = \sqrt{8}\frac{m}{sec}$ ד. $Q = 16J$

5) $v = \sqrt{\frac{2(m_1 - m_2)gh}{m_1 + m_2}}$

6) א. $v = \sqrt{6\Delta x}$ ב. $v = \sqrt{4.8\Delta x}$

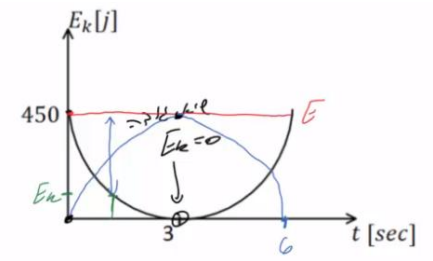
7) א. $h_{min} = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 + (m_1 - m_2)gh}{(m_1 - m_2)g}$ ב. $|v_p| = |v_i| = |v_0|$

8) א. $x_0 = 2m$ ב. $v \approx 2.58\frac{m}{sec}$ ג. $\Delta x_{max} = 4m$

9) א. $v(x = 18) = 3\frac{m}{sec}$ ב. $v(x = 6) = 4.12\frac{m}{sec}$

10) א. $h_1 = 2.76m$ ב. $h_3 = 2.187$ ג. $n = 16$

11) א. $v_0 = 30\frac{m}{sec}$, $t = 3sec$ ב. $h = 45m$ ג.



ד. i. $W_g = -450J$ ii. $W_g = -300J$

12) א. 0.156 ב. $1.12\frac{m}{sec}$

13) א. $v_B = \sqrt{34}\frac{m}{sec}$ ב. $k = 6800\frac{N}{m}$ ג. $h_D = 1.4m$