# חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי 1

## פרק 20 - נושאים מתקדמים - פונקציות טריגונומטריות

תוכן העניינים

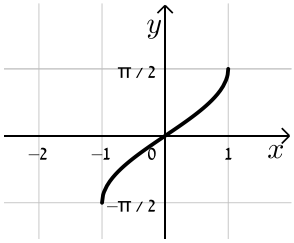
1. נושאים מתקדמים - פונקציות טריגונומטריות ..... 1

# נושאים מתקדמים – פונקציות טריגונומטריות

## סיכום כללי

### הגדרת הפונקציות הטריגונומטריות ההפוכות

תיאור גרפי של הפונקציה $f(x)=\arcsin(x)$:

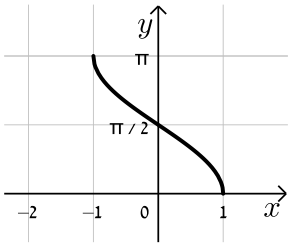



סימון נוסף: $f(x)=\sin^{-1}(x)$.

תחום הגדרה: $-1\le x\le 1$.

טווח: $-\frac{\pi}{2}\le f(x)\le\frac{\pi}{2}$.

תיאור גרפי של הפונקציה $f(x)=\arccos(x)$:

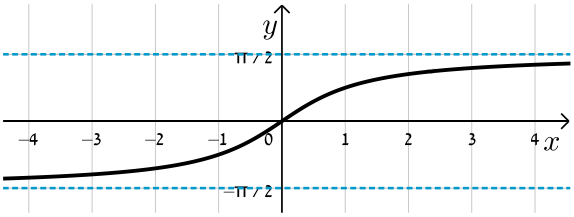



סימון נוסף: $f(x)=\cos^{-1}(x)$.

תחום הגדרה: $-1\le x\le 1$.

טווח: $0\le f(x)\le\pi$.

תיאור גרפי של הפונקציה $f(x)=\arctan(x)$:

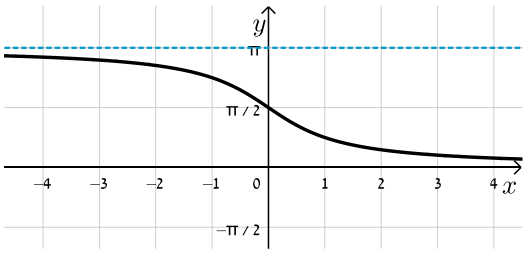



סימון נוסף: $f(x)=\tan^{-1}(x)$.

תחום הגדרה: $-\infty<x<\infty$.

טווח: $-\frac{\pi}{2}<f(x)<\frac{\pi}{2}$.

תיאור גרפי של הפונקציה $f(x)=\operatorname{arccot}(x)$:




סימון נוסף: $f(x)=\cot^{-1}(x)$.

תחום הגדרה: $-\infty<x<\infty$.

טווח: $0<f(x)<\pi$.


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

## קשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות להפוכות

עבור הפונקציות הטריגונומטריות, שאינן חח"ע, נקבל את הקשרים הבאים:

| הפונקציה | הזהות |
|---|---|
| סינוס | $\sin\left(\sin^{-1}(x)\right)=x \qquad -1\le x\le 1$ |
| | $\sin^{-1}\left(\sin(x)\right)=\begin{cases} x-2\pi k & -\frac{\pi}{2}+2\pi k\le x\le\frac{\pi}{2}+2\pi k \\ \pi(k+1)-x & \frac{\pi}{2}+2\pi k\le x\le\frac{3\pi}{2}+2\pi k \end{cases}$ |
| קוסינוס | $\cos\left(\cos^{-1}(x)\right)=x \qquad -1\le x\le 1$ |
| | $\cos^{-1}\left(\cos(x)\right)=\begin{cases} x-2\pi k & 2\pi k\le x\le\pi(1+2k) \\ 2\pi k-x & \pi(1+2k)\le x\le 2\pi(k+1) \end{cases}$ |
| טנגנס | $\tan\left(\tan^{-1}(x)\right)=x \qquad -\infty<x<\infty$ |
| | $\tan^{-1}\left(\tan(x)\right)=x-\pi k \qquad -\frac{\pi}{2}+\pi k<x<\frac{\pi}{2}+\pi k$ |
| קוטנגנס | $\cot\left(\cot^{-1}(x)\right)=x \qquad -\infty<x<\infty$ |
| | $\cot^{-1}\left(\cot(x)\right)=x-\pi k \qquad \pi k<x<\pi+\pi k$ |

## שאלות

בשאלות **1-12** חשבו ללא מחשבון:

**1)** $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

**2)** $\arccos(-1)$

**3)** $\operatorname{arccot}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

**4)** $\arctan\left(-\sqrt{3}\right)$

**5)** $\arccos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

**6)** $\arcsin(-0.5)$

**7)** $\arcsin\left(\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$

**8)** $\sin\left(\arcsin(-0.5)\right)$

**9)** $\sin\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$

**10)** $\cos\left(\operatorname{arccot}(1)\right)$

**11)** $\sin\left(2\arctan\left(\sqrt{3}\right)\right)$

**12)** $\tan\left(-\operatorname{arccot}\left(\sqrt{3}\right)\right)$

בשאלות **13-15** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציות:

**13)** $y=\arcsin\frac{2x+1}{3-3x}$

**14)** $y=\arccos\frac{x+3}{2x+1}$

**15)** $y=\arctan\frac{1}{1-\ln x}$

בשאלות **16-19**, הוכיחו כי לכל $x$ מתחום ההגדרה מתקיים:

**16)** $\arcsin x+\arccos x=\frac{\pi}{2}$

**17)** $\sin\left(2\arccos x\right)=2x\sqrt{1-x^2}$

**18)** $\arctan x+\arctan y=\arctan\frac{x+y}{1-xy}$

**19)** $\arctan x+\arctan\frac{1}{x}=\frac{\pi}{2}\frac{x}{|x|}\ ,\ x\neq 0$

**20)** הראו את הקשר $\arctan 1+\arctan 2+\arctan 3=\pi$.

## תשובות סופיות

**1)** $-\frac{\pi}{4}$ **2)** $\pi$ **3)** $\frac{\pi}{3}$ **4)** $-\frac{\pi}{3}$

**5)** $\phi$ **6)** $-\frac{\pi}{6}$ **7)** $-\frac{\pi}{6}$ **8)** $-\frac{1}{2}$

**9)** $\frac{1}{2}$ **10)** $1$ **11)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **12)** $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

**13)** $x\geq 4\ ,\ x\leq\frac{2}{5}$ **14)** $x\geq 2\ ,\ x\leq-\frac{4}{3}$ **15)** $x>0\ ,\ x\neq e$

**16) - 20)** שאלות הוכחה.


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©