# חדוא 1מ

## פרק 31 - נושאים מתקדמים - הצגה פרמטרית של פונקציה

### תוכן העניינים

1. הצגה פרמטרית של עקום ..... 1
2. הנגזרת ושימושיה ..... 3
3. שימושי האינטגרל המסוים ..... 4

# הצגה פרמטרית של עקום

## שאלות

**1)** עברו מן ההצגה הפרמטרית הנתונה, להצגה קרטזית:

א. $t \geq 0,\ x = t^2 + 1,\ y = t^2$

ב. $0 \leq t \leq \pi,\ x = \sin t,\ y = \cos^2 t$

ג. $\pi \leq t \leq 2\pi,\ x = \cos t,\ y = 4\sin t$

**2)** עברו מן ההצגה הקרטזית הנתונה, להצגה פרמטרית:

א. $1 \leq x \leq 4,\ y = x^4 + 1$

ב. $-2 \leq x \leq 2,\ y = -\sqrt{4 - x^2}$

ג. $-2 \leq x \leq 2,\ y = +\sqrt{4 - x^2}$

**3)** להלן תיאור פרמטרי של מסלולים במישור.
על ידי חילוץ של הפרמטר $t$, מצאו משוואה מתאימה,
שמבטאת כל מסלול באמצעות המשתנים $x$ ו- $y$ בלבד:

א. $x = t - 4,\ y = t^2$

ב. $x = -4 + \cos t,\ y = 1 + 2\sin t$

ג. $x = 4 + \cos^3 t,\ y = 4\sin^3 t$

ד. $x = t(t+1) + 1,\ y = t(0.5t + 1) + 1$

ה. $x = \dfrac{20t}{4 + t^2},\ y = \dfrac{20t - 5t^2}{4 + t^2}$

ו. $x = ke^t + ke^{-t},\ y = ke^t - ke^{-t}$ ($k$ קבוע).


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

## תשובות סופיות

**1)** א. $y=x-1,\ x\geq 1$ ב. $y=1-x^2,-1\leq x\leq 1$

ג. $x^2+\frac{y^2}{16}=1,\ -1\leq x\leq 1, y\leq 0$

**2)** א. $x=t,\ y=t^4+1,\ 1\leq t\leq 4$ ב. $x=2\cos t,\ y=2\sin t,\ \pi\leq t\leq 2\pi$

ג. $x=2\cos t,\ y=2\sin t,\ 0\leq t\leq \pi$

**3)** א. $y=(x+4)^2$ ב. $(x+4)^2+\left(\frac{y-1}{2}\right)^2=1$ ג. $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=4^{\frac{2}{3}}$

ד. $x^2-4xy+4y^2=2y-1$ ה. $x^2+y^2=25$ ו. $x^2-y^2=4k^2$


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

# הנגזרת ושימושיה

## שאלות

**1)** חשבו את הנגזרות הראשונה והשנייה של הפונקציה $\begin{cases} x(t)=t-\sin t \\ y(t)=t\cos t \end{cases}$, הנתונה בצורה פרמטרית.

**2)** נתון העקום $\begin{cases} x=t^2+t \\ y=1-2t \end{cases}$.

א. שרטטו את העקום.

ב. חשבו את $y'(x)$ בשלוש דרכים שונות.

ג. מצאו את משוואת המשיק לעקום, בנקודה בה $t=-1$.

ד. מצאו את משוואת הנורמל לעקום, בנקודה בה $t=-1$.

**3)** נתון העקום $\begin{cases} x=t^3-3t \\ y=3t^2-9 \end{cases}$.

א. שרטטו את העקום.

ב. מצאו את משוואת המשיק לעקום בנקודה $(0,0)$.

ג. מצאו את הנקודות עבורן המשיק לעקום הוא אופקי, ואת הנקודות עבורן המשיק לעקום הוא אנכי.

ד. עבור אילו ערכים של $t$ העקום קמור/קעור?

## תשובות סופיות

**1)** $y'=\dfrac{\cos t-\sin t\cdot t}{1-\cos t}$ , $y''=\dfrac{(-t\cos t-2\sin t)(1-\cos t)-\sin t(\cos t-t\sin t)}{(1-\cos t)^3}$

**2)** א. ראו בסרטון. ב. $y'=\dfrac{-2}{2t+1}$ ג. $y=2x+3$ ד. $y=-0.5x+3$

**3)** א. ראו בסרטון. ב. $y=\pm\sqrt{3}x$ ג. אופקי- $(0,-9)$ אנכי $(-2,-6),(2,-6)$

ד. $-1<t<1$ קמור. $t>1$ או $t<-1$ קעור.


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

# שימושי האינטגרל המסוים

**1)** חשבו את השטח הכלוא בעקום $C: \begin{cases} x=\cos 2t \\ y=\sin 4t \end{cases}$.

**2)** חשבו את השטח הכלוא בתוך האליפסה $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, כאשר $a,b>0$.

* שימו לב שאם $a=b=r$, נקבל שטח הכלוא בתוך מעגל עם רדיוס $r$.

**3)** חשבו את השטח הכלוא בין העקום $x=\cos t,\quad y=t+\sin t,\quad 0\le t\le \pi$ לבין ציר ה- $x$.

**4)** חשבו את השטח הכלוא בין העקום $x=4\cos t,\quad y=\sin^2 t,\quad 0\le t\le 2\pi$ לבין ציר ה- $x$.

**5)** חשבו את אורך העקום $\begin{cases} x=t-\sin t \\ y=1-\cos t \end{cases}$ $0\le t\le 2\pi$.

**6)** חשבו את אורך העקום $\begin{cases} x=\cos t \\ y=t+\sin t \end{cases}$, מהנקודה $(1,0)$ לנקודה $(-1,\pi)$.

**7)** חלקיק נע לאורך מסלול, המוגדר על ידי ההצגה הפרמטרית

$\begin{cases} x=\cos 2t \\ y=\sin 2t \end{cases}$ $0\le t\le 2\pi$

מצאו את המרחק שהחלקיק עבר והשוו אותו לאורך העקום עצמו.

**8)** חלק העקום $\begin{cases} x=r\cos t \\ y=r\sin t \end{cases}$, שבין $t=0$ לבין $t=\pi$, מסתובב סביב ציר ה- $x$.
מהו שטח המעטפת הנוצרת?

**9)** חלק העקום $\begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases}$, שבין $t=0$ לבין $t=\frac{\pi}{2}$, מסתובב סביב ציר ה- $y$.
מהו שטח המעטפת הנוצרת?

**10)** חשבו את אורך העקום $-\pi\le t\le 2\pi$ $\begin{cases} x=4\sin t \\ y=10t \\ z=4\cos t \end{cases}$.


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

**11)** חשבו את אורך העקום $\mathbf{r}(t)=\left(e^t\cos t\right)\mathbf{i}+\left(e^t\sin t\right)\mathbf{j}+\left(e^t\right)\mathbf{k}$ $1\le t\le 3$.

## תשובות סופיות

**1)** $8/3$

**2)** $\pi ab$

**3)** $1.5\pi$

**4)** $16/3$

**5)** $8$

**6)** $4$

**7)** אורך העקום הוא $2\pi$. המרחק שעבר החלקיק הוא $4\pi$.

**8)** $4\pi r^2$

**9)** $6\pi/5$

**10)** $6\pi\sqrt{29}$

**11)** $\sqrt{3}e\left(e^2-1\right)$


כתב ופתר – גיא סלומון ©