# חדוא 1

## פרק 30 - נושאים מתקדמים - הצגה פולרית של פונקציה

### תוכן העניינים

1. קואורדינטות קוטביות ..... 1
2. הנגזרת ושימושיה ..... 3
3. שימושי האינטגרל המסוים ..... 4

# קואורדינטות קוטביות

## שאלות

**1)** ענו על הסעיפים הבאים:

א. המירו את הנקודה הקוטבית $\left(4,\frac{\pi}{3}\right)$ לנקודה קרטזית.

ב. המירו את הנקודה הקרטזית $(-1,-1)$ לנקודה קוטבית.

**2)** ענו על הסעיפים הבאים:

א. המירו את הנקודה הקוטבית $\left(10,-\frac{\pi}{3}\right)$ לנקודה קרטזית.

ב. המירו את הנקודה הקרטזית $(0,-4)$ לנקודה קוטבית.

ג. המירו את הנקודה הקרטזית $(-2,2)$ לנקודה קוטבית.

**3)** ענו על הסעיפים הבאים:

א. המירו את המשוואה $4x-x^2=1+xy$ לקואורדינטות קוטביות.

ב. המירו את המשוואה $r=-4\cos\theta$ לקואורדינטות קרטזיות.

**4)** ענו על הסעיפים הבאים:

א. המירו את המשוואה $x^2+y^2=4y$ לקואורדינטות פולריות.

ב. המירו את המשוואה $x=10$ לקואורדינטות פולריות.

ג. המירו את המשוואה $y=4$ לקואורדינטות פולריות.

**5)** ענו על הסעיפים הבאים:

א. המירו את המשוואה $r=4$ לקואורדינטות קרטזיות.

ב. המירו את המשוואה $\theta=\pi/4$ לקואורדינטות קרטזיות.

ג. המירו את המשואה $r=2\cos\theta+4\sin\theta$ לקואורדינטות קרטזיות.

ד. המירו את המשוואה $6r^3\sin\theta=4-\cos\theta$ לקואורדינטות קרטזיות.


כתב ופתר – גיא סלומון ©

## תשובות סופיות

1) א. $(x,y)=\left(2,2\sqrt{3}\right)$ ב. $(r,\theta)=\left(\sqrt{2},\frac{5\pi}{4}\right)$

2) א. $(x,y)=\left(5,-5\sqrt{3}\right)$ ב. $(r,\theta)=\left(4,\frac{3\pi}{2}\right)$ ג. $(r,\theta)=\left(\sqrt{8},\frac{3\pi}{4}\right)$

3) א. $4r\cos\theta-r^2\cos^2\theta=1+r\cos\theta\cdot r\sin\theta$ ב. $(x+2)^2+y^2=2^2$

4) א. $r=4\sin\theta$ ב. $r\cos\theta=10$ ג. $r\sin\theta=4$

5) א. $x^2+y^2=4^2$ ב. $y=x$ ג. $(x-1)^2+(y-2)^2=5$

ד. $6\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^3\cdot y=4\sqrt{x^2+y^2}-x$


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

# הנגזרת ושימושיה

## שאלות

**1)** מצאו את משוואת המשיק לעקום $r=3+8\sin\theta$ בנקודה $\theta=\frac{\pi}{6}$.

**2)** מצאו את משוואת המשיק לעקום $r=1-2\sin\theta$ בראשית הצירים.

## תשובות סופיות

**1)** $y=\frac{11\sqrt{3}}{5}x-\frac{98}{5}$

**2)** $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x\ ,\ y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

# שימושי האינטגרל המסוים

## שאלות

**1)** חשבו את השטח של הלולאה הפנימית של $r=2(1+2\cos\theta)$.

**2)** חשבו את השטח הכלוא בתוך $r=6+4\cos\theta$ ומשמאל לציר ה- $y$.

**3)** חשבו את השטח הכלוא בתוך $r=3+2\sin\theta$.

**4)** חשבו את השטח המוגבל בתוך $r=3+2\sin\theta$ ומחוץ ל- $r=2$.

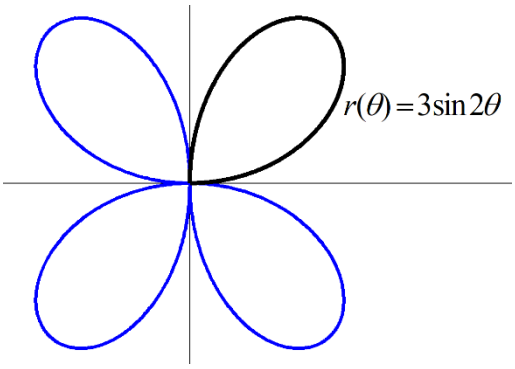
**5)** חשבו את השטח המוגבל בתוך $r=2$ ומחוץ ל- $r=3+2\sin\theta$.

**6)** חשבו את השטח המוגבל בתוך $r=2$ ובתוך $r=3+2\sin\theta$.

**7)** חשבו את השטח הכלוא בתוך המעגל $r=2\sin\theta$ ומחוץ למעגל $r=1$.

**8)** מצאו את אורך הקרדיואידה $r=1+\cos\theta$.

**9)** מצאו את האורך של עלה אחד של הוורד $r=3\sin 2\theta$.
אין צורך לחשב את האינטגרל!




**10)** מצאו את אורך העקום $r=\theta$, כאשר $0\le\theta\le 1$.

**11)** העקום $r=\cos\theta$, כאשר $0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$, מסתובב סביב ציר ה- $x$.
מהו שטח המעטפת של הגוף הנוצר?

**12)** העקום $r=4+4\sin\theta$ , כאשר $-\frac{\pi}{2}\le\theta\le\frac{\pi}{2}$ , מסתובב סביב ציר ה- $y$ .
מהו שטח המעטפת של הגוף הנוצר?

## תשובות סופיות

**1)** $S=4\pi-6\sqrt{3}=2.174$

**2)** $S=22\pi-48$

**3)** $S=11\pi$

**4)** $S=\frac{11\sqrt{3}}{2}+\frac{14\pi}{3}=24.187$

**5)** $S=\frac{11\sqrt{3}}{2}-\frac{7\pi}{3}=2.196$

**6)** $10.37$

**7)** $S=\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

**8)** $8$

**9)** $\ell=3\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1+3\cos^2 2\theta}\,d\theta$

**10)** $\ell=\frac{\sqrt{2}+\ln\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$

**11)** $S_x=\pi$

**12)** $S_y=102.4\pi$


כתב ופתר – גיא סלומון ©

# נספח - גרפים נפוצים בקואורדינטות פולריות

## קווים

1) $r\cos\theta = a$ - הישר $x = a$.
2) $r\sin\theta = b$ - הישר $y = b$.
3) $\theta = \beta$ - הישר העובר דך הראשית $y = (\tan\beta)x$.

## מעגלים

1. $r = a$ - מעגל שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו $a$.
2. $r = 2a\cos\theta$ - מעגל שמרכזו בנקודה $(a,0)$ ורדיוסו $|a|$.
3. $r = 2b\sin\theta$ - מעגל שמרכזו בנקודה $(0,b)$ ורדיוסו $|b|$.
4. $r = 2a\cos\theta + 2b\sin\theta$ - מעגל שמרכזו בנק' $(a,b)$ ורדיוסו $\sqrt{a^2+b^2}$.

## קרדיודות ולמניסקטות

1) קרדיודות $r = a \pm a\cos\theta,\ r = a \pm a\sin\theta$:
גרף בצורת לב שמכיל את הראשית.

2) למניסקטות עם לולאה פנימית $r = a \pm b\cos\theta,\ r = a \pm b\sin\theta$ $(a < b)$:
גרף שיכיל לולאה פנימית ושתמיד יכיל את הראשית.

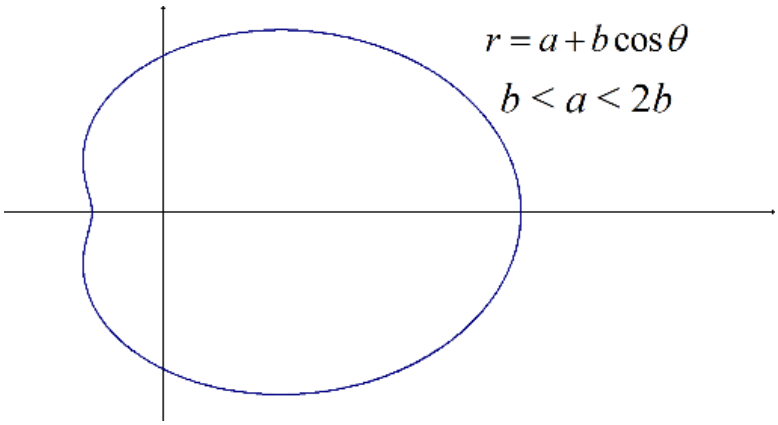
3) למניסקטות ללא לולאה פנימית $r = a \pm b\cos\theta,\ r = a \pm b\sin\theta$ $(a > b)$:
גרף ללא לולאה פנימית שאינו מכיל את הראשית.

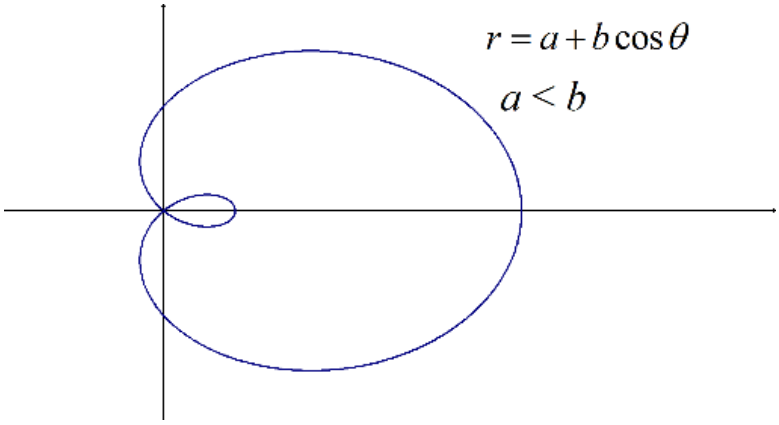
* נשרטט בדרך כלל עבור מחזור שלם $0 \le \theta \le 2\pi$.

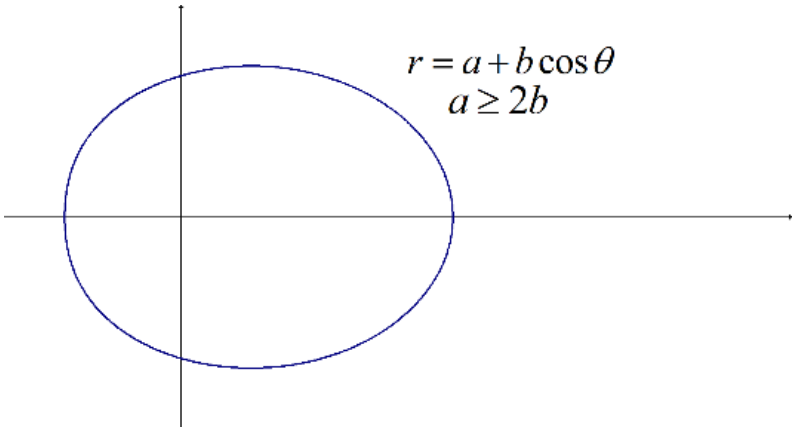

כתב ופתר – גיא סלומון ©

## למינסקטות ביתר פירוט

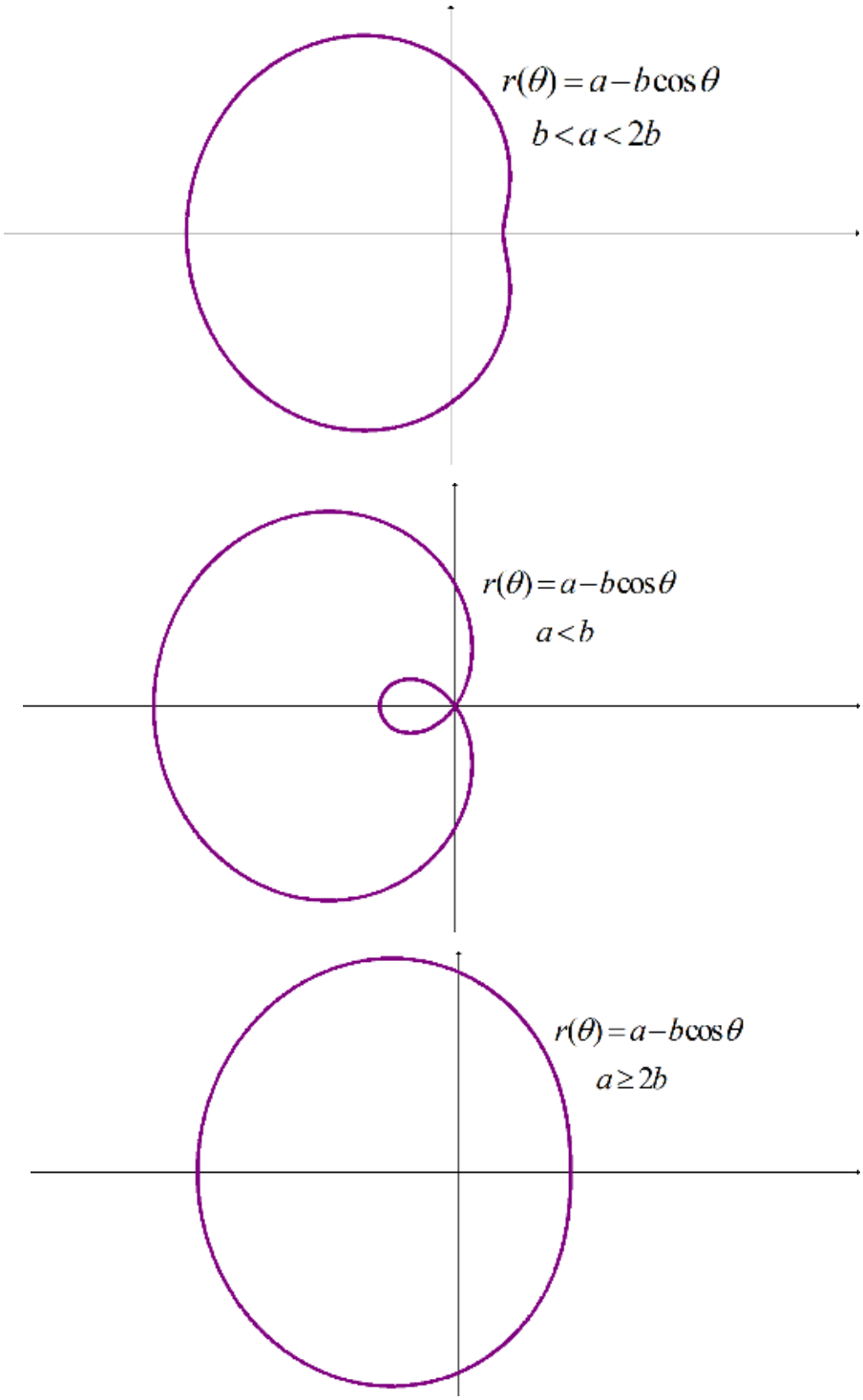
**הגרף של** $r = a + b\cos\theta$ :



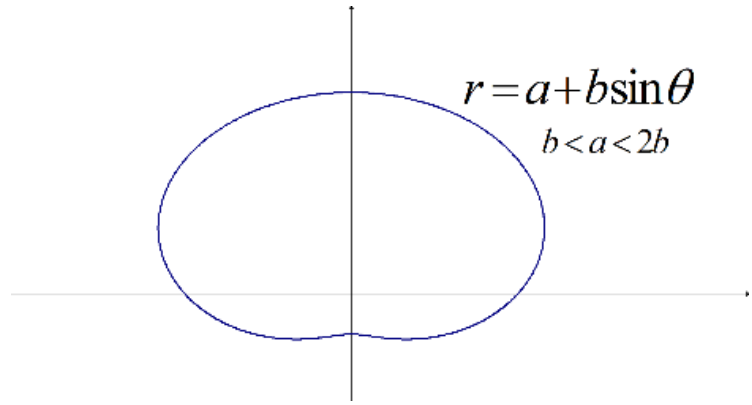
**הגרף של** $r = a - b\cos\theta$

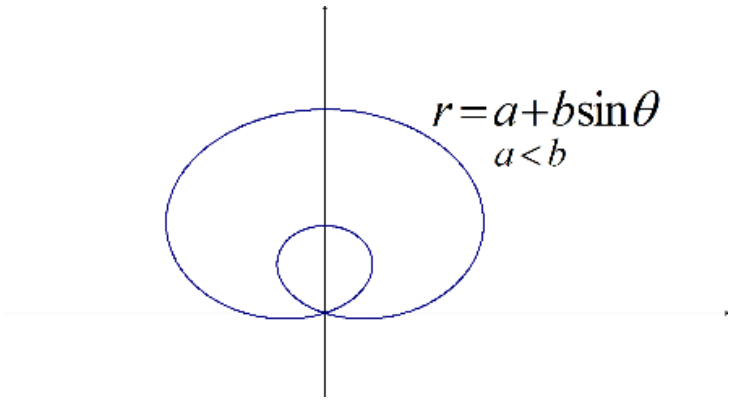


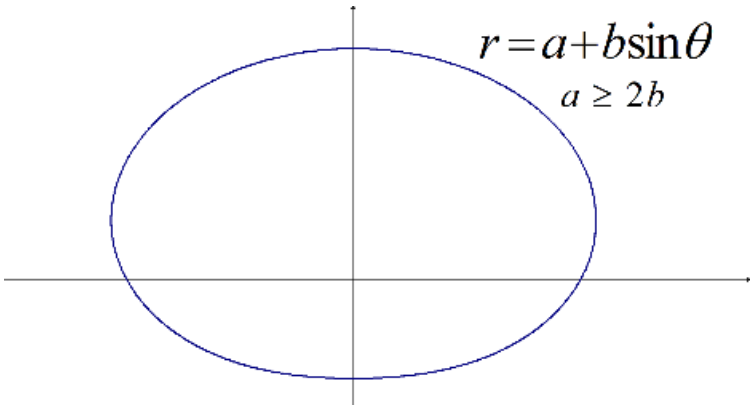


כתב ופתר – גיא סלומון ©

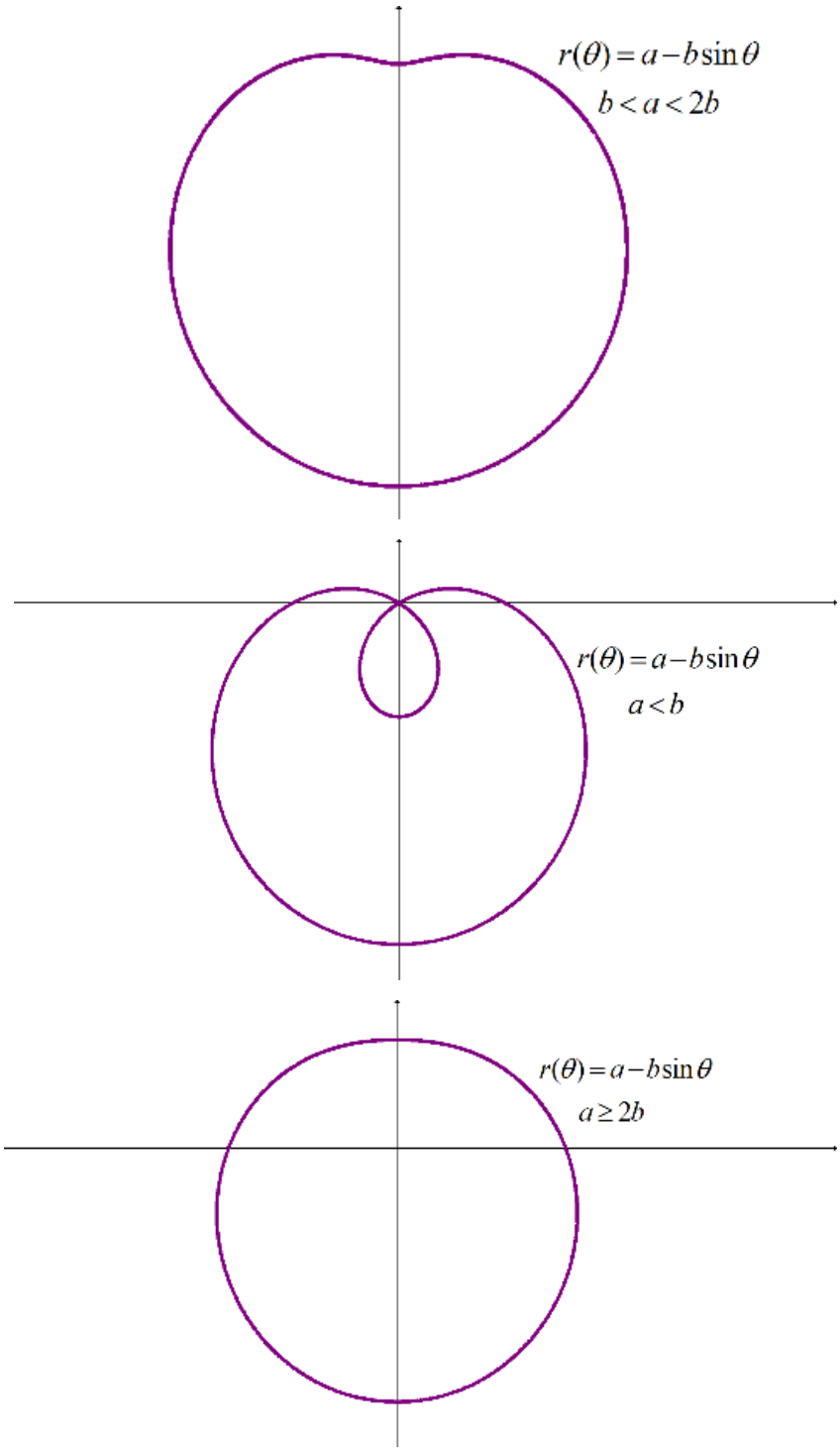
**הגרף של** $r = a + b\sin\theta$



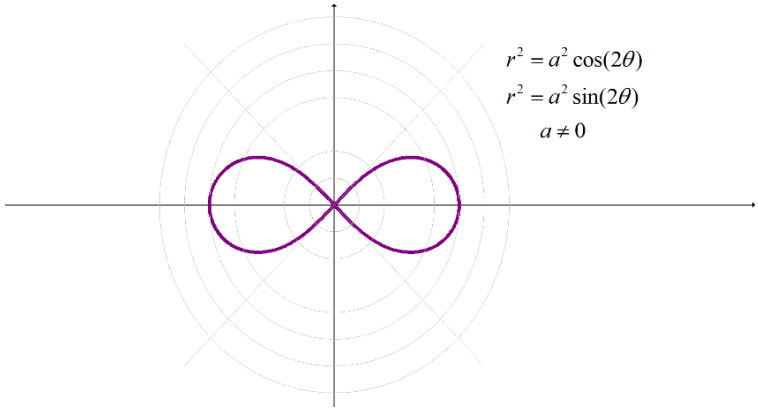
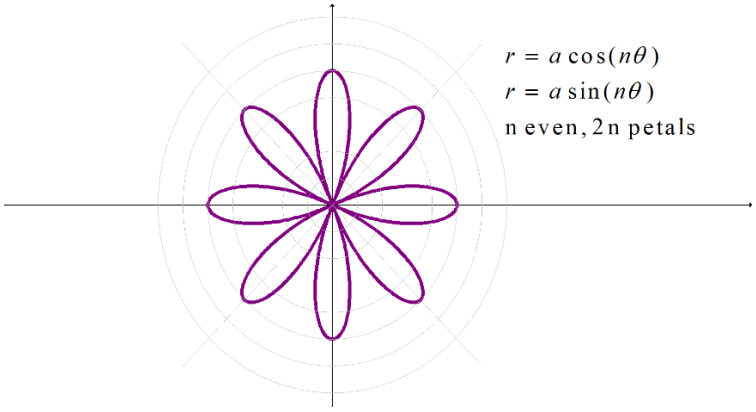
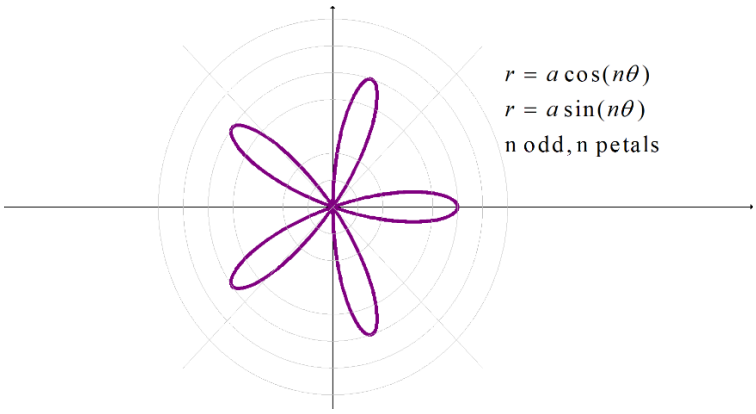
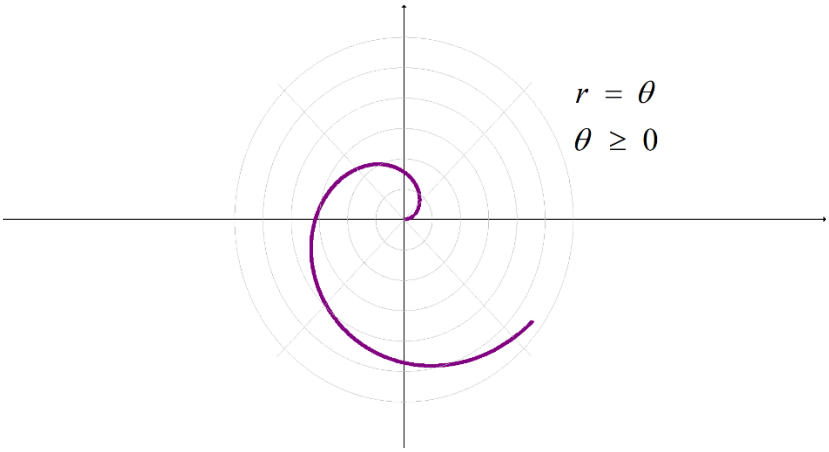



**הגרף של** $r = a - b\sin\theta$





כתב ופתר – גיא סלומון ©

# גרפים נפוצים נוספים