# חדוא 2

## פרק 13 - נוסחת טיילור לפונקציה של שני משתנים והדיפרנציאל השלם

### תוכן העניינים

1. נוסחת טיילור לפונקציה של שני משתנים..... 1
2. הדיפרנציאל השלם - נוסחת הקירוב הליניארי..... 3

# נוסחת טיילור לפונקציה של שני משתנים

## שאלות

פתחו את הפונקציות בשאלות **1-4** לטור טיילור עד סדר שני סביב הנקודה $(a,b)$ :

**1)** $f(x,y)=x^2y+3y-2$ $\quad (a,b)=(1,2)$

**2)** $f(x,y)=(1+y)\ln(1+x-y)$ $\quad (a,b)=(0,0)$

**3)** $f(x,y)=e^{4y-x^2-y^2}$ $\quad (a,b)=(0,0)$

**4)** $f(x,y)=\sqrt[3]{\dfrac{x^2-y}{x+y^2}}$ $\quad (a,b)=(2,1)$

**5)** בעזרת התוצאה של שאלה **2**, חשבו בקירוב את $\ln(1.5)$.

**6)** בעזרת התוצאה של שאלה **3**, חשבו בקירוב את $e^3$.

**7)** בעזרת התוצאה של שאלה **4**, חשבו בקירוב את $\sqrt[3]{2}$.


כתב ופתר – גיא סלומון ©

## תשובות סופיות

1) $f(x,y)=6+4(x-1)+4(y-2)+2(x-1)^2+2(x-1)(y-2)$

2) $f(x,y)=x-y-\frac{1}{2}x^2+2xy-\frac{3}{2}y^2$

3) $f(x,y)=1+4y-x^2+7y^2$

4) $f(x,y)=1+\frac{1}{3}(x-2)-\frac{1}{3}(y-1)-\frac{7}{81}(x-2)^2+\frac{1}{9}(x-2)(y-1)$

5) $\frac{3}{8}$

6) $19$

7) $\frac{101}{81}$


כתב ופתר – גיא סלומון ©

# הדיפרנציאל השלם – נוסחת הקירוב הליניארי

## שאלות

**1)** חשבו בקירוב: $\ln\left(0.01^2+0.99^2\right)$.

**2)** בעזרת הדיפרנציאל השלם, מצאו בקירוב את הערך של $\sqrt[4]{15.09+(0.99)^2}$.

**3)** נחשב את הנפח של גליל על סמך תוצאות המדידה של רדיוסו וגובהו.
ידוע שהשגיאה היחסית במדידת הרדיוס אינה עולה על $2\%$,
ושהשגיאה היחסית במדידת הגובה אינה עולה על $4\%$.
הערך את השגיאה היחסית המקסימלית האפשרית בנפח המחושב.

**4)** נתונות שתי צלעות במלבן $a=10\,\text{cm},\quad b=24\,\text{cm}$.
חשבו את השינוי המדויק ואת השינוי המקורב (בעזרת דיפרנציאל) של אורך אלכסון המלבן אם את הצלע $a$ יאריכו ב- $4\,\text{mm}$ ואת הצלע $b$ יקצרו ב- $1\,\text{mm}$.

**5)** נמדוד את האורך של תיבה, את רוחבה ואת גובהה.
השגיאה היחסית בכל מדידה אינה עולה על $5\%$.
העריכו את השגיאה היחסית המקסימלית האפשרית באורך של אלכסון התיבה, המחושב לפי תוצאות המדידה.

## תשובות סופיות

**1)** $\cong -0.01$

**2)** $2\frac{7}{3200}$

**3)** $8\%$

**4)** שינוי מדויק: $0.06472$, שינוי מקורב: $0.06153$.

**5)** $5\%$


כתב ופתר – גיא סלומון ©