

תורת ההסתברות

פרק 49 - נוסחת השונות המותנית (פרק 7 ממ"ן 14)

תוכן העניינים

1. נוסחת השונות השלמה (שונות של משתנה מותנה).....1

נוסחת השונות השלמה (המותנית):

רקע:

כאשר התפלגות של משתנה X תלויה במשתנה אחר Y , מתקיים: $E(X) = E[E(X|Y)]$.
 כמו כן, מתקיים לגבי השונות: $\text{Var}(X) = \text{Var}(E[X|Y]) + E[\text{Var}(X|Y)]$.

דוגמה (הפתרון בהקלטה):

מרצה מלמד שתי כיתות. הוא מעוניין לבדוק 5 מחברות בחינה.
 בכיתה מספר 1: 10 בנים ו-20 בנות.
 בכיתה מספר 2: 15 בנים ו-15 בנות.
 המרצה בוחר כיתה באופן מקרי וממנה בוחר 5 מחברות בחינה באקראי.
 יהי X מספר מחברות הבחינה של בנים שנבחרו.
 יש לחשב את $V(X)$.

שאלות:

- (1) בכד 2 כדורים ירוקים, 4 כדורים כחולים ו-4 אדומים. שולפים כדור באקראי. אם הכדור ירוק מטיילים קובייה עד אשר מתקבלת התוצאה 1.
אם הכדור כחול מטיילים קובייה עד אשר מתקבלת התוצאה 5.
אם הכדור אדום מטיילים קובייה עד אשר מתקבלת תוצאה זוגית.
חשבו את התוחלת והשונות של מספר הפעמים שהקובייה הוטלה.

- (2) נטיל קובייה: $Y + 4$ פעמים. נתון ש- $Y \sim P(4)$.
נגדיר את X כמספר הפעמים שהתקבלה התוצאה 2.
א. מצאו את התוחלת של X .
ב. מצאו את השונות של X .

- (3) נתון ש- $Y | X \sim U(0, X)$, כאשר פונקציית הצפיפות של X

$$f(x) = \begin{cases} 0.1 & 2 \leq x \leq 6 \\ 0.2 & 6 < x \leq 9 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases} \quad \text{הינה:}$$

חשבו את $V(Y)$.

תשובות סופיות:

- (1) תוחלת: 4.4, שונות: 22.64.
(2) תוחלת: $\frac{4}{3}$, שונות: $\frac{11}{9}$.
(3) 4.4