פיזיקה חשמל מס קורס 4411010

פרק 14 - נגדים זרם וצפיפות זרם

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים..... 1

הרצאות ותרגילים:

רקע:

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

ρ - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).

L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.

הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

(לא להתבלבל עם צפיפות מטען משטחית).

$\vec{J}$ - צפיפות הזרם ליחידת שטח (צפיפות זרם משטחית לפעמים גם נקראת נפחית):

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל - $\vec{J}$.

אם הצפיפות אחידה אז:

$$I = JS$$

חוק אוהם הדיפרנציאלי:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:

$$\vec{J} = \rho\vec{v}$$

כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליח נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה $\vec{v}_{drift}$.

$\vec{k}$ - צפיפות הזרם ליחידת אורך (צפיפות זרם אורכית לפעמים גם נקראת משטחית):

$$I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל - $\vec{k}$.

אם הצפיפות אחידה אז:

$$I = kl$$

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית σ בתנועה:

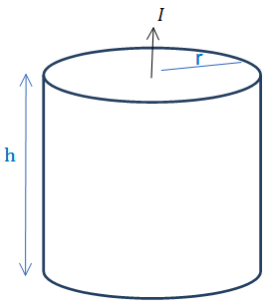
$$\vec{k} = \sigma\vec{v}$$

עבור תנועה של צפיפות מטען ליחידת אורך λ נקבל:

$$I = \lambda v$$

שאלות:

1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי



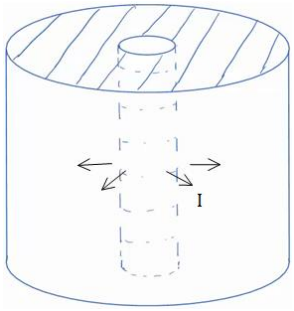
גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו-z הוא המרחק מבסיס הגליל.

א. חשב את ההתנגדות השקולה.
נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z)
מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0
(המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).

ב. מצא את הזרם הכולל בגליל.

ג. מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

2) זרם רדיאלי



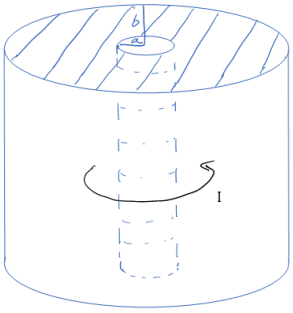
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.

ב. מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה.
מצא את צפיפות הזרם בקליפה.

ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

3) זרם מעגלי בגליל



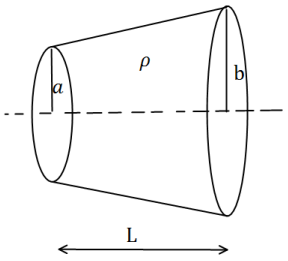
קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון טטה (ז"א זרם מעגלי).

ב. נתון הזרם הכולל הזורם בנגד.
מצא את הצפיפות כתלות במרחק ממרכז הנגד.

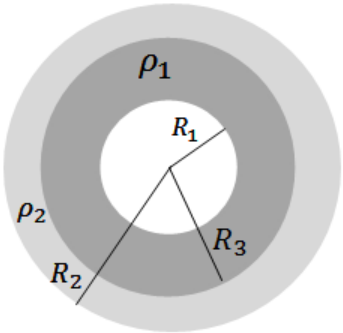
ג. מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

4) חרוט קטום



נתון חרוט קטום שאורכו L, רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b.
בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים.
ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ.
חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

5) נגד כדורי מחולק לשני חומרים שונים



נגד בצורת קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי R_1 ורדיוס חיצוני R_2 מורכב מחומר בעל התנגדות סגולית ρ_1 בתחום $R_1 < r < R_3$ $(R_3 < R_2)$ והתנגדות סגולית ρ_2 בתחום $R_3 < r < R_2$.

א. מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה (זרם בכיוון רדיאלי).

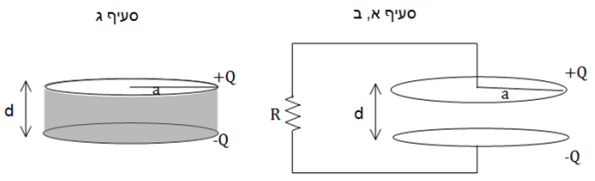
ב. מצא את צפיפות הזרם בנגד אם נתון שמחברים את הנגד למקור מתח קבוע V.

ג. מהו השדה החשמלי בנגד?

ד. מצא את התפלגות המטען (משטחית ונפחית) בקליפה.

6) צפיפות זרם בתוך לוח של קבל לוחות

קבל לוחות עגולים טעון במטען Q ומחובר לנגד. רדיוס הלוחות הוא a והמרחק בין הלוחות הוא $d \ll a$, התנגדות הנגד היא R.



א. מצא את הזרם במעגל.

ב. מצא את צפיפות הזרם על פני לוח הקבל.

הדרכה: הנח כי צפיפות המטען על הקבל תמיד אחידה.

חשב את הזרם שיוצא מחלק הלוח בין r כלשהו ל-a.

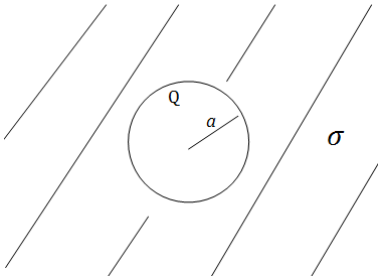
חשוב איזו סוג של צפיפות ישנה על הלוח.

מצא את הצפיפות ע"י חלוקה של הזרם בחתך.

ג. בסעיף זה הנגד לא קיים, במקומו ממלאים את הקבל בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה. חזור על סעיפים א' ו-ב'.

7) קליפה טעונה מוליכה בתוך נגד

קליפה מוליכה (מוליכות אידיאלית) ברדיוס a נמצאת בתוך חומר אינסופי עם מוליכות סגולית σ. נתון כי המטען על הקליפה ב- t=0 הוא Q.

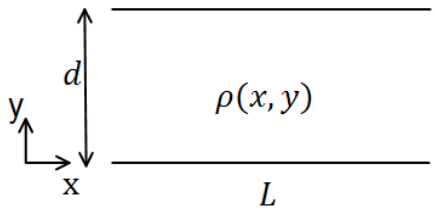


א. מצא את המטען על הקליפה כפונקציה של הזמן.

ב. מצא את צפיפות הזרם ואת השדה החשמלי בנגד.

8) התנגדות תלויה באורך וברוחב

נתונים שני לוחות מקבילים בעלי ממדים $L \times L$, המרוחקים זה מזה מרחק d, אשר ביניהם הפרש פוטנציאלים $(L \gg d)$.



בין שני הלוחות ישנו חומר מוליך בעל התנגדות סגולית $\rho(x,y)$.

חשבו את ההתנגדות בשני המקרים הבאים:

א. $\rho = \rho_0 \sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)$

ב. $\rho = \rho_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)}$

תשובות סופיות:

1) א. $R_T=\frac{\rho_0 h}{2\pi r^2}$ ב. $I=\frac{V_0}{R_T}$ ג. $\vec{J}=\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}\ ,\ E=\rho_0\frac{z}{h}\frac{I}{\pi r^2}\hat{z}$

2) א. $R_T=\frac{\rho}{2\pi h}\ln\frac{b}{a}$ ב. $\vec{J}=\frac{V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$ ג. $E=\frac{\rho V_0}{R_T 2\pi rh}\hat{r}$

3) א. $R_T=\frac{1}{\frac{h}{2\pi\rho}\ln\frac{b}{a}}$ ב. $\vec{J}=\frac{V_T}{\rho 2\pi r}\hat{\theta}$ ג. $\vec{E}=\rho\cdot\vec{J}$

4) $R=\frac{\rho L}{\pi ab}$

5) א. $R_T=\frac{\rho_1}{4\pi}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_3}\right)+\frac{\rho_2}{4\pi}\left(\frac{1}{R_3}-\frac{1}{R_2}\right)$ ב. $\vec{J}_{(r)}=\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r}$

ג.
$$\vec{E}=\begin{cases}\rho_1\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r} & R_1<r<R_3\\ \rho_2\frac{I}{4\pi r^2}\hat{r} & R_3<r<R_2\end{cases}$$

ד. $\rho=0\ ,\ \sigma_{(R_1)}=\varepsilon_0\rho_1\frac{I}{4\pi R_1^2}-0\ ,\ \sigma_{(R_3)}=\frac{I\varepsilon_0}{4\pi R_3^2}(\rho_2-\rho_1)\ ,\ \sigma_{(R_2)}=-\varepsilon_0\frac{I}{4\pi R_2^2}\rho_2$

6) א. $I=\frac{Q}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ ב. $k=\frac{a^2-r^2}{2\pi ra^2}\frac{Q}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$

ג. $\vec{J}=\frac{I}{\pi a^2}\hat{z}\ ,\ k=0!\ ,\ I=\frac{Q}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

7) א. $q(t)=Qe^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}t}$ ב. $\vec{J}=\frac{\sigma q(t)}{\varepsilon_0 4\pi r^2}\hat{r}\ ,\ \vec{E}=\frac{kq(t)}{r^2}\hat{r}$

8) א. $R=\frac{2\rho_0 d}{\pi L^2}$ ב. $R_T=\frac{\rho_0 d}{L^2}$