

חשמל גלים ואופטיקה

פרק 12 - נגדים זרם וצפיפות זרם

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

הרצאות ותרגילים:

רקע:

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

ρ - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).

L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.

הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

(לא להתבלבל עם צפיפות מטען משטחית).

$\vec{J}$ - **צפיפות הזרם ליחידת שטח** (צפיפות זרם משטחית לפעמים גם נקראת נפחית):

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{J}$.

אם הצפיפות אחידה אז:

$$I = JS$$

חוק אוהם הדיפרנציאלי:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה :

$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$

כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליח נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה $\vec{v}_{\text{drift}}$.

$\vec{k}$ - צפיפות הזרם ליחידת אורך (צפיפות זרם אורכית לפעמים גם נקראת משטחית) :

$$I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$.

אם הצפיפות אחידה אז :

$$I = kl$$

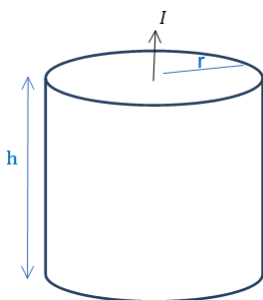
חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית σ בתנועה :

$$\vec{k} = \sigma \vec{v}$$

עבור תנועה של צפיפות מטען ליחידת אורך λ נקבל :

$$I = \lambda v$$

שאלות:



1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי

גליל מלא בעל רדיוס r וגובה h עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$ כאשר ρ_0 נתון ו- z הוא המרחק מבסיס הגליל.

א. חשב את ההתנגדות השקולה.

נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך z)

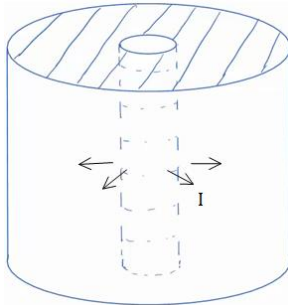
מחברים את הגליל למקור מתח נתון V_0

(המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).

ב. מצא את הזרם הכולל בגליל.

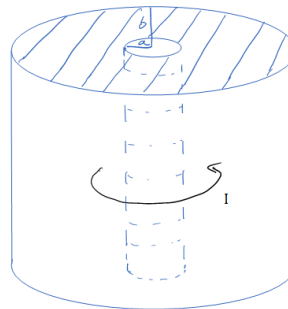
ג. מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

(2) זרם רדיאלי



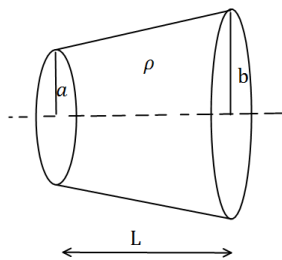
- קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.
- מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.
 - מחברים מקור מתח V_0 בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה. מצא את צפיפות הזרם בקליפה.
 - מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

(3) זרם מעגלי בגליל



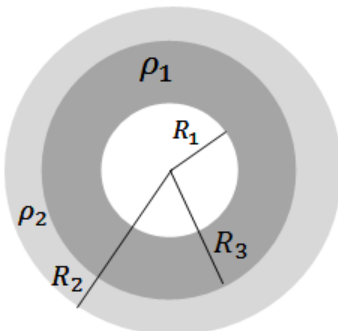
- קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית ρ אחידה ונתונה.
- מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון טטה (ז"א זרם מעגלי).
 - נתון הזרם הכולל הזורם בנגד. מצא את הצפיפות כתלות במרחק ממרכז הנגד.
 - מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

(4) חרוט קטום



- נתון חרוט קטום שאורכו L , רדיוס בסיסו הקטן a ורדיוס בסיסו הגדול b . בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים. ההתנגדות הסגולית של החרוט היא ρ . חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

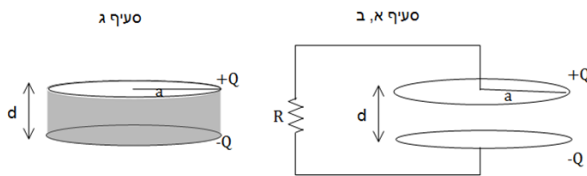
(5) נגד כדורי מחולק לשני חומרים שונים



- נגד בצורת קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי R_1 ורדיוס חיצוני R_2 מורכב מחומר בעל התנגדות סגולית ρ_1 בתחום $(R_3 < R_2) R_1 < r < R_3$ והתנגדות סגולית ρ_2 בתחום $R_3 < r < R_2$.
- מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה (זרם בכיוון רדיאלי).
 - מצא את צפיפות הזרם בנגד אם נתון שמחברים את הנגד למקור מתח קבוע V .
 - מהו השדה החשמלי בנגד?
 - מצא את התפלגות המטען (משטחית ונפחית) בקליפה.

6) צפיפות זרם בתוך לוח של קבל לוחות

קבל לוחות עגולים טעון במטען Q ומחובר לנגד. רדיוס הלוחות הוא a והמרחק בין הלוחות הוא $d \ll a$, התנגדות הנגד היא R .
א. מצא את הזרם במעגל.



ב. מצא את צפיפות הזרם על פני לוח הקבל.

הדרכה: הנח כי צפיפות המטען על הקבל תמיד אחידה.

חשב את הזרם שיוצא מחלק הלוח בין r כלשהו ל- a .

חשוב איזו סוג של צפיפות ישנה על הלוח.

מצא את הצפיפות ע"י חלוקה של הזרם בחתך.

ג. בסעיף זה הנגד לא קיים, במקומו ממלאים את הקבל בחומר בעל

התנגדות סגולית ρ אחידה. חזור על סעיפים א' ו-ב'.

7) קליפה טעונה מוליכה בתוך נגד

קליפה מוליכה (מוליכות אידיאלית) ברדיוס a

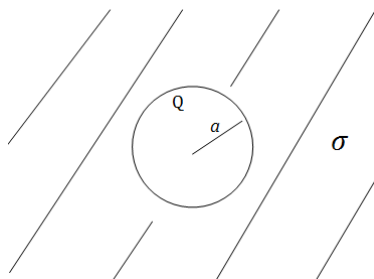
נמצאת בתוך חומר אינסופי עם מוליכות סגולית σ .

נתון כי המטען על הקליפה ב- $t=0$ הוא Q .

א. מצא את המטען על הקליפה כפונקציה

של הזמן.

ב. מצא את צפיפות הזרם ואת השדה החשמלי בנגד.



8) התנגדות תלויה באורך וברוחב

נתונים שני לוחות מקבילים בעלי

ממדים $L \times L$, המרוחקים זה מזה

מרחק d , אשר ביניהם הפרש פוטנציאלים

$(L \gg d)$.

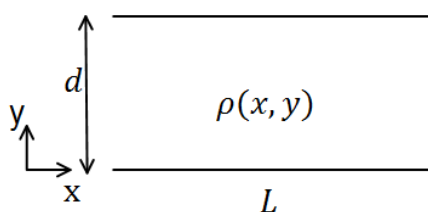
בין שני הלוחות ישנו חומר מוליך בעל

התנגדות סגולית $\rho(x, y)$.

חשבו את ההתנגדות בשני המקרים הבאים:

$$\rho = \rho_0 \sin\left(\frac{\pi y}{d}\right) \quad \text{א.}$$

$$\rho = \rho_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)} \quad \text{ב.}$$



תשובות סופיות:

$$E = \rho_0 \frac{z}{h} \frac{I}{\pi r^2} \hat{z}, \quad \vec{J} = \frac{I}{\pi r^2} \hat{z} \quad \text{ג.} \quad I = \frac{V_0}{R_T} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{\rho_0 h}{2\pi r^2} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$E = \frac{\rho V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ג.} \quad \vec{J} = \frac{V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{\rho}{2\pi h} \ln \frac{b}{a} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{J} \quad \text{ג.} \quad \vec{J} = \frac{V_T}{\rho 2\pi r} \hat{\theta} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{1}{\frac{h}{2\pi\rho} \ln \frac{b}{a}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$R = \frac{\rho L}{\pi ab} \quad (4)$$

$$\vec{J}_{(r)} = \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{\rho_1}{4\pi} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_3} \right) + \frac{\rho_2}{4\pi} \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \rho_1 \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} & R_1 < r < R_3 \\ \rho_2 \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} & R_3 < r < R_2 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_{(R_1)} = \varepsilon_0 \rho_1 \frac{I}{4\pi R_1^2} - 0, \quad \varphi_{(R_3)} = \frac{I \varepsilon_0}{4\pi R_3^2} (\rho_2 - \rho_1), \quad \varphi_{(R_2)} = -\varepsilon_0 \frac{I}{4\pi R_2^2} \rho_2 \quad \text{ד.}$$

$$k = \frac{a^2 - r^2}{2\pi r a^2} \frac{Q}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{ב.} \quad I = \frac{Q}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\vec{J} = \frac{I}{\pi a^2} \hat{z}, \quad k = 0! \quad \text{ג.} \quad I = \frac{Q}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\vec{J} = \frac{\sigma q(t)}{\varepsilon_0 4\pi r^2} \hat{r}, \quad \vec{E} = \frac{k q(t)}{r^2} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad q(t) = Q e^{-\frac{\sigma}{\varepsilon_0} t} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$R_T = \frac{\rho_0 d}{L^2} \quad \text{ב.} \quad R = \frac{2\rho_0 d}{\pi L^2} \quad \text{א.} \quad (8)$$