# פיזיקה 1 מכניקה

## פרק 11 - מתקף ותנע

### תוכן העניינים


1. מהו תנע והחוק השני של ניוטון (ללא ספר)
2. מתקף 1
3. חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים 3
4. סוגי התנגשויות 4
5. שימור תנע בהתנגשויות קצרות 6
6. סיכום ומקדם תקומה 7
7. התנגשויות קצרות ללא שימור תנע 8
8. תרגילים ישנים 9
9. תרגילים מסכמים 12

# מתקף ותנע:

## רקע

התנע של גוף:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון:

$$\sum \vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$$

המתקף של כוח:

$$\vec{J} = \int \vec{F}\,\mathrm{d}t$$

המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן
(לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).

המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

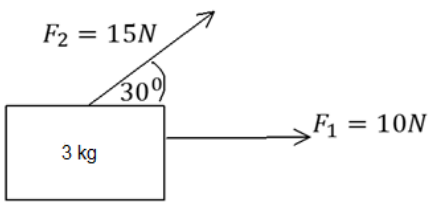
$$\vec{J}_{\Sigma\vec{F}} = \Delta\vec{p}$$

## שאלות:

**1) דוגמה לחישוב מתקף**

שחקן בועט בכדור בעל מסה 2 ק״ג בכוח קבוע של 50 ניוטון.
זמן המגע בין הכדור לשחקן הוא 0.2 שניות.
מהי מהירות הכדור לאחר הבעיטה?

**2) דוגמה 2- שני כוחות על גוף**




נתון גוף בעל מסה של 3 קילוגרם.
על הגוף פועלים הכוחות כמתואר בציור
במשך זמן של 0.5 שניות.

א. מצא את המתקף שמפעיל כל כוח.

ב. מצא את המתקף השקול הפועל על הגוף.

ג. מצא את מהירות הגוף לאחר פעולת הכוחות אם התחיל ממנוחה.

**3) מתקף של כוח ממוצע דוגמה**

כדור בעל מסה של 1 ק"ג נזרק לעבר קיר במהירות של 2 מטר לשנייה.
הכדור פוגע בקיר וחוזר באותה המהירות.

א. חשב את המתקף שפעל על הכדור.

ב. מי מפעיל את המתקף הנ"ל?

ג. חשב את הכוח הנורמאלי הממוצע שמפעיל הקיר אם זמן הפגיעה הוא 0.2 שניות.

## תשובות סופיות:

**1)** $V_f = \frac{5\text{m}}{\text{sec}}$

**2)** א. $\vec{J}_1 = 5\text{N}\cdot\text{sec}\,\hat{x}$ , $\left|\vec{J}_2\right| = 7.5\text{N}\cdot\text{sec}$ ב. $|J| = 12.1\text{N}\cdot\text{sec}$

ג. $V_x = \frac{11.5}{3}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $V_y = \frac{3.75}{3}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

**3)** א. $\vec{J} = \Delta\vec{P} = -4\text{N}\cdot\text{sec}\,\hat{x}$ ב. הכוח הנורמלי. ג. $\bar{N} = -20\text{N}\hat{x}$

# חוק שימור תנע וכוחות חיצוניים:

## רקע

אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.

הנוסחה לחוק שימור התנע עבור שני גופים:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.

## שאלות:

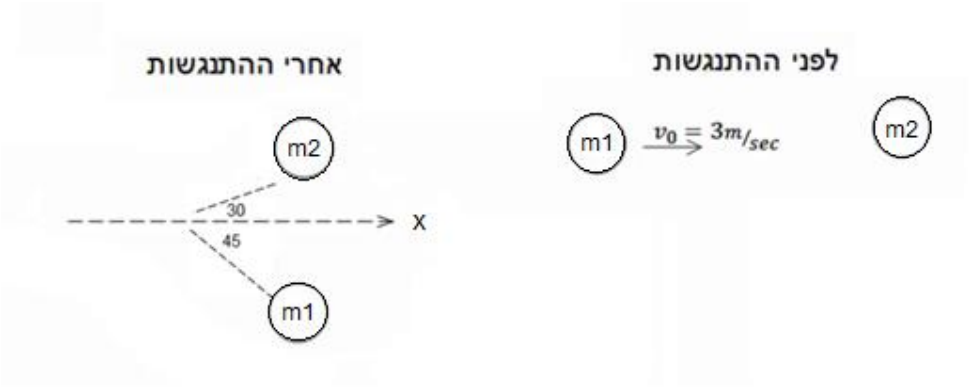
**1) דוגמה לשימור תנע**

כדור בעל מסה $m_1$ ומהירות $V_0$, פוגע בכדור שני בעל מסה $m_2$.
לאחר ההתנגשות, כדור 2 עף בזווית של 30 מעלות עם ציר ה-$x$
וכדור 1 עף בזווית של 45 מעלות מתחת לציר ה-$x$.

נתון: $m_1 = 3kg\ ,\ m_2 = 2kg\ ,\ V_0 = 3\frac{m}{sec}$.

א. מצא את גודל מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. מצא את המתקף שפעל על כל גוף.




## תשובות סופיות:

**1)** א. $V_1 = 1.55\frac{m}{sec}\ ,\ V_2 = 3.29\frac{m}{sec}$

ב. $\vec{J}_1 = -5.71N\cdot sec\,\hat{x} - 3.29N\cdot sec\,\hat{y}\ ,\ \vec{J}_2 = -\vec{J}_1$

# סוגי התנגשויות:

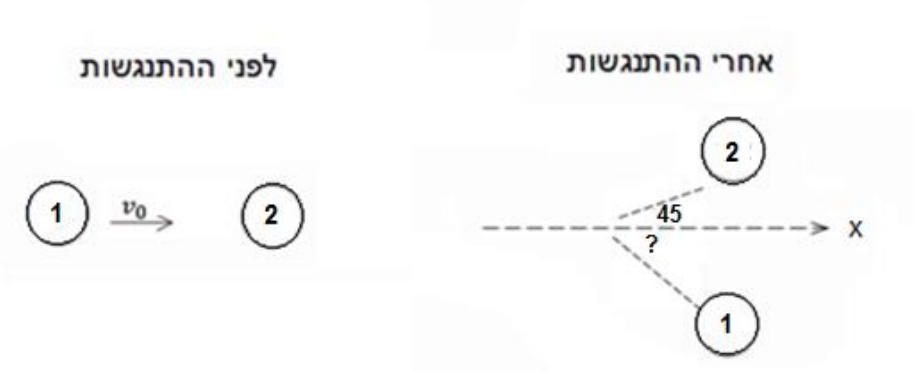
## רקע

| סוג ההתנגשות | התנגשות אלסטית | התנגשות אי-אלסטית |
|---|---|---|
| תכונות | שימור תנע ושימור אנרגיה<br>$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$<br>$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$ | רק שימור תנע<br>$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$ |
| מקרים מיוחדים | התנגשות חזיתית<br>$v_1+u_1 = v_2+u_2$<br>התנגשות חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות כשאחד הגופים במנוחה<br>כל האנרגיה עוברת לגוף השני (הגוף הפוגע נעצר)<br>התנגשות **שאינה** חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות כשאחד הגופים במנוחה<br>זווית בין המהירויות היא 90 מעלות | התנגשות פלסטית<br>הגופים נעים יחד לאחר ההתנגשות<br>$m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=(m_1+m_2)\vec{u}$<br>דוגמאות: קליע שנתקע בבול עץ, שני כדורים שנדבקים<br>רתע<br>הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות<br>$(m_1+m_2)\vec{v}=m_1\vec{u}_1+m_2\vec{u}_2$<br>דוגמאות: קליע שנורה מרובה, פיצוץ |

## שאלות:

**1) פיזור**

כדור מספר 1 בעל מסה $m$ ומהירות $V_0$ מתנגש אלסטית בכדור מספר 2 בעל מסה $3m$ הנמצא במנוחה.
הזווית של כדור מספר 2 עם ציר ה-$x$ היא 45.
מצא את הזווית של כדור מספר 1 לאחר ההתנגשות.



## תשובות סופיות:

**1)** $\theta = 71.56°$

# שימור תנע בהתנגשויות קצרות:

## שאלות:

**1) זיקוק מתפוצץ**

זיקוק נורה לאוויר בכיוון אנכי לקרקע.
ברגע שהזיקוק מגיע לשיא הגובה הוא מתפוצץ לשלושה חלקים שווים בגודלם.
משך זמן הפיצוץ הוא: $0.5\text{sec}$.

מהירות החלק הראשון לאחר הפיצוץ היא: $50\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}$ ומהירות החלק השני היא: $20\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{x}-10\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{y}+50\frac{\text{m}}{\text{sec}}\hat{z}$.
מהי מהירות החלק השלישי?

## תשובות סופיות:

**1)** $\vec{u}_3=70\hat{x}-25\hat{y}+50\hat{z}$

# סיכום ומקדם תקומה:

## רקע

מקדם תקומה:

$$e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$$

מסמל את מידת האלסטיות של גופים בהתנגשות.

## שאלות:

**1) דוגמה עם מקדם תקומה**
גוף בעל מסה $m$ נע במהירות $V$ על משטח אופקי חלק ומתנגש בגוף בעל מסה $3m$ הנמצא במנוחה.
נתון כי ההתנגשות חד ממדית ומקדם התקומה הוא 0.8.
מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

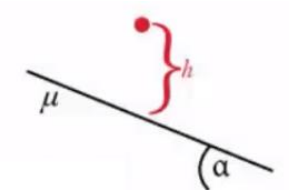
## תשובות סופיות:

**1)** $u_2 = 0.45V$ , $u_1 = -0.35V$

# התנגשויות קצרות ללא שימור תנע:

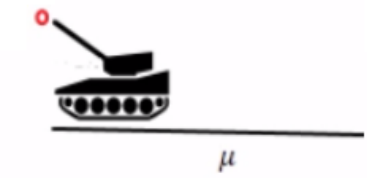
## שאלות:

**1) התנגשות קצרה במדרון**




כדור בעל מסה m נופל אל מדרון לפי המתואר בשרטוט.
נתון כי הכדור אינו מתרומם חזרה מעל המדרון לאחר הפגיעה.
מצא את מהירות הכדור רגע לאחר הפגיעה.

**2) טנק וחיכוך קינטי**




טנק בעל מסה M יורה פגז בעל מסה m
בזווית $\alpha$ מעל האופק במהירות V.
הטנק מוצב על מישור בעל מקדם חיכוך קינטי נתון.
מה תהיה מהירותו של הטנק רגע לאחר הירייה?

## תשובות סופיות:

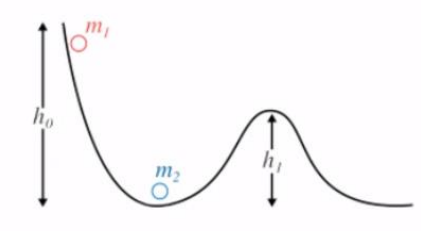
**1)** $u_p = \frac{m\sqrt{2gh}\sin\theta - \mu m\sqrt{2gh}\cos\theta}{m}$

**2)** $u = \frac{mv\cos\alpha - \mu mv\sin\alpha}{M}$

# תרגילים ישנים:

## שאלות:

**1) גובה למעבר מכשול לשני כדורים**




כדור משוחרר ממנוחה על פי הנתונים בשרטוט.
מה צריך להיות הגובה המינימלי ממנו הכדור משוחרר על מנת ששני הכדורים יעברו את המכשול כאשר:

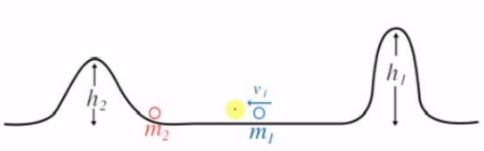
א. ההתנגשות פלסטית.

ב. ההתנגשות אלסטית.

(אין צורך לפתור את המשוואות).

**2) מהירות למעבר מכשול לשני כדורים**

בשאלה זו אין צורך לפתור את המשוואות.
שני כדורים מונחים כמתואר בשרטוט.
מה צריכה להיות המהירות ההתחלתית המינימלית של הכדור הימני על מנת שהכדור השמאלי יעבור את המכשול:




א. בהתנגשות פלסטית.

ב. בהתנגשות אלסטית.

כעת נתון כי המסה השמאלית כבדה פי 100 מהמסה הימנית.
בהינתן שההתנגשות אלסטית,
מה צריכה להיות המהירות המינימלית ההתחלתית על מנת ש:

ג. הכדור השמאלי יעבור את המכשול השמאלי.

ד. הכדור הימני יעבור את המכשול הימני.

**3) לא אלסטי לא פלסטי**

שני קרונות בעלי מסה 1 מונחים על גבי משטח ללא חיכוך. יורים את המסה הימנית במהירות 10 שמאלה.
נתון כי ההתנגשות הינה אי אלסטית/אי פלסטית.
מהי מהירותה של כל אחת מהמסות לאחר הפגיעה
אם נתון כי בהתנגשות אבדה חצי מהאנרגיה ההתחלתית?

**4) יחסי מסות בהתנגשות אלסטית**

שני כדורים מונחים על שולחן.
הכדור השמאלי נורה במהירות 10 אל עבר הכדור הימני בהתנגשות אלסטית.
תאר את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות במקרים הבאים:

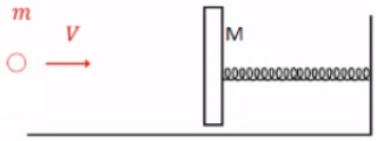
א. מסת הכדורים שווה.

ב. מסת הכדור השמאלי כפולה פי 100 מזו של הימני.

ג. מסת הכדור הימני כפולה פי 100 מזו של השמאלי.

**5) קליע לקפיץ בלי חיכוך**

קליע נורה אל קפיץ לפי הנתונים המופיעים בשרטוט.
מהו הכיווץ המקסימלי?
(אין חיכוך בשאלה).




**6) רתע באקדח**

אקדח בעל מסה M יורה קליע בעל מסה m במהירות V.
מהי מהירות האקדח לאחר יציאת הקליע?
כמה אנרגיה נוצרה בתהליך?

**7) תנע לבעיטה בכדור**

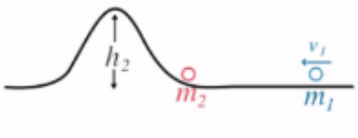
כדורגלן מניף את רגלו לעבר כדור.
מסת הכדור m ומסת הרגל M והפגיעה אלסטית.

א. מה צריכה להיות מהירות הרגל על מנת שהכדור יצא לדרכו אל השער במהירות U?

ב. פרשני ספורט רבים נוהגים לומר כי על דשא רטוב הכדור מאיץ מהר יותר. האם כך הדבר?

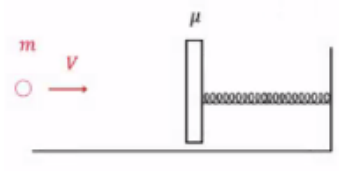
**8) מהירות למעבר מכשול בפלסטי**

מהי המהירות המינימלית שצריך לתת למסה הימנית על מנת שלאחר התנגשות פלסטית הגוף יעבור את המכשול?




**9) קליע לקפיץ עם חיכוך**

קליע נורה אל קפיץ לפי הנתונים המופיעים בשרטוט.
מהו הכיווץ המקסימלי בקפיץ,
אם נתון מקדם החיכוך בין המסה M לרצפה?



## תשובות סופיות:

1) א. $\frac{1}{2}u_1^2 = gh_1$ ב. $\frac{1}{2}u_2^2 = gh_1$

2) א. $gh_2 = \frac{1}{2}u^2$ ב. $\frac{1}{2}u_2^2 = gh_2$ ג. $\frac{1}{2}u_2^2 = gh_2$

ד. $\frac{1}{2}u_1^2 = gh_1$

3) $u_1 = 100 - u_2$ , $0 = 2u_2^2 - 200u_2 + 9950$

4) ראה סרטון.

5) $\frac{1}{2}(m+M)u^2 = \frac{1}{2}k\Delta^2$

6) $V_2 = -\frac{m}{M}V$ , $E = \frac{1}{2}mV^2 + \frac{1}{2}MV_2^2$

7) א. $P \Rightarrow MV_1 = Mu_1 + mu$

$E \Rightarrow \frac{1}{2}MV_1^2 = \frac{1}{2}Mu_1^2 + \frac{1}{2}mu^2$

ב. לא.

8) $P \Rightarrow MV_1 = (m_1 + m_2)u$

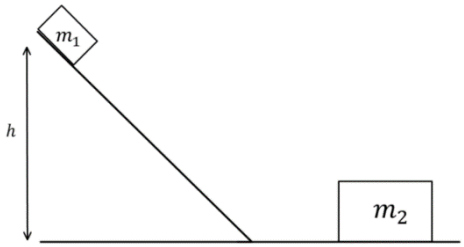
$E \Rightarrow \frac{1}{2}\{m+M\}u^2 = (m+M)gh$

9) $\frac{1}{2}(m+M)u^2 + (m+M)g \cdot \mu \cdot \Delta \cdot \cos(180) = \frac{1}{2}k\Delta^2$

# תרגילים מסכמים:

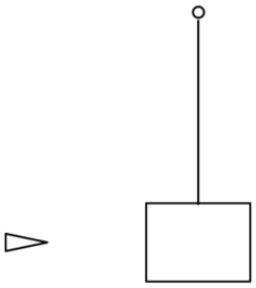
## שאלות:

**1) גוף יורד במדרון מתנגש ועולה חזרה**



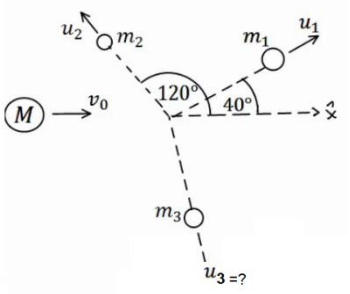

גוף בעל מסה $m_1 = 2kg$ משוחרר ממנוחה על מדרון משופע בגובה $h = 1m$.
בתחתית המדרון מונח גוף בעל מסה $m_2 = 5kg$.
הוגף הראשון פוגע בגוף השני בהגיעו למישור האופקי והגופים מתנגשים התנגשות אלסטית, עד לאיזה גובה יגיע הגוף הראשן בחזרה במעלה המדרון? אין חיכוך בין הגופים למשטחים.

**2) קליע חודר מטוטלת בליסטית**



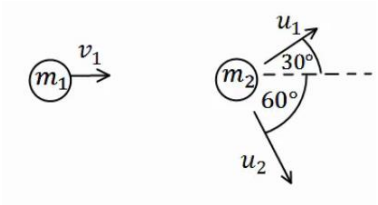
בול עץ בעל מסה $2kg$ קשור לחוט ותלוי אנכית במנוחה.
קליע בעל מסה $5gr$ נע במהירות $v_1 = 450\frac{m}{sec}$ פוגע בבול העץ, חודר אותו, ויוצא מצידו השני במהירות $u_1 = 150\frac{m}{sec}$.
לאיזה גובה מקסימאלי יגיע בול העץ?

**3) פצצה**




פצצה בעלת מסה $M = 13kg$ נעה באוויר במהירות קבועה $v_0 = 100\frac{m}{sec}$. ברגע מסוים, הפצצה מתפוצצת לשלושה חלקים קטנים יותר.
מסת החלק הראשון היא: $m_1 = 4kg$ והוא נע במהירות $v_1 = 80\frac{m}{sec}$ בזווית של $40°$ ביחס לכיוון המקורי.
מסת החלק השני היא: $m_2 = 2kg$ והוא נע במהירות $v_2 = 10\frac{m}{sec}$ בזווית של $120°$ ביחס לכיוון המקורי.
מסת החלק השלישי היא: $7kg$.
מצא את מהירות החלקיק השלישי.

**4) איבוד אנרגיה**

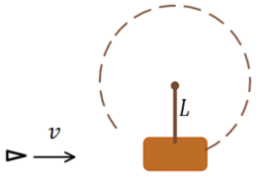



כדור בעל מסה $m_1 = 2kg$ ומהירות $v_1 = 10\frac{m}{sec}$ מתנגש בכדור בעל מסה $m_2 = 3kg$ הנמצא במנוחה.
לאחר ההתנגשות הכדור הראשון נע בכיוון $30°$ מעל לכיוון הפגיעה, והכדור השני נע בזווית $60°$ מתחת לכיוון הפגיעה (ראה איור).

א. מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

ב. האם ההתנגשות אלסטית? אם לא - כמה אנרגיה נאבדה בהתנגשות?

**5) קליע חודר בול עץ וגורם לסיבוב אנכי (כולל תנועה מעגלית)**




בול עץ בעל מסה $M$ תלוי אנכית באמצעות מוט קשיח חסר מסה באורך $L$. המוט ביחד עם בול העץ יכולים להסתובב במעגל אנכי (ראה איור).
יורים קליע בעל מסה $m$ במהירות אופקית $v$ לעבר בול העץ.
הקליע חודר את הבול ויוצא מצידו השני במהירות $v_f$.
יחד עם הקליע יוצאת גם חתיכה מהעץ (במהירות הקליע) ובמסה של 5 אחוז ממסת בול העץ.
מהי המהירות המינימלית של הכדור עבורה בול העץ יוכל להשלים סיבוב אנכי (שימו לב שהמוט קשיח)?

**6) אדם יורד מכדור פורח**

אדם נמצא בכדור פורח בגובה קבוע באוויר.
משקלו של האדם הוא 70 ק"ג ומסתו של הכדור פורח (ללא האדם) היא 280 ק"ג (כולל הסל וכל אביזר אחר בכדור).
האדם משלשל חבל מהסל של הכדור פורח ומתחיל לרדת באמצעות החבל כלפי מטה.

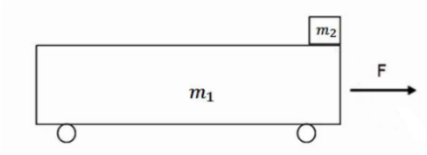
א. אם מהירותו של האדם בזמן הירידה בחבל היא 3 מטר לשנייה כלפי מטה וביחס לקרקע, מהי המהירות של הכדור פורח (גודל וכיוון)?

ב. מהי מהירות הכדור פורח אם האדם נעצר לפתע באמצע (לפני שהוא מגיע לקרקע)?

**7) מסה על קרונית ואיבוד אנרגיה**

נתון כוח F קבוע המושך עגלה בעלת מסה $m_1$ ללא חיכוך.

מעל העגלה נמצאת מסה $m_2$ ובין המסות יש חיכוך.




נתון: $m_2$ , $m_1$ , F , $\mu_k$ , $\mu_s$ .

א. מה הכוח F המקסימאלי עבורו המסה העליונה תחליק ביחס לתחתונה?

נניח כי הכוח F גדול מזה שחישבת בסעיף א'.

נניח גם כי הכוח הפועל במשך זמן T נתון והמסה העליונה אינה נופלת מהתחתונה.

ב. מה הכוח F המקסימאלי?

ג. מהי תאוצת הגופים, מהירותם ומיקומם כפונקציה של הזמן עד לזמן T?

ד. כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בזמן הזה?

ה. מצא את מהירותם הסופית של הגופים (ב-$t > T$) בהנחה שהמסה העליונה עדיין לא נופלת.

**8) מסה על שני קרונות**

נתונים שני קרונות על משטח חלק.

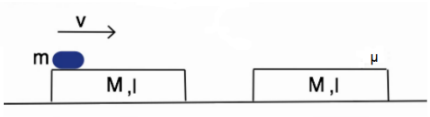
הקרון הימני במנוחה והקרון השמאלי נע לעברו במהירות v.

על הקרון השמאלי מונחת מסה הנעה יחד עד הקרון.

מקדם החיכוך בין המסה לקרון הימני נתונה.

בין המסה לקרון השמאלי אין חיכוך.

בזמן $t = 0$ הקרון השמאלי פוגע בקרון הימני ונצמד אליו (אך הוא יכול להיפרד ממנו לאחר מכן).




א. מתי תעבור המסה לקרון הימני?

ב. מה תהיה מהירותו הסופית של הקרון הימני?

ג. מהי תאוצת הקרון הימני? כמה זמן תאוצה זו נמשכת?

ד. האם סעיף ב' וג' תואמים בתשובותיהם?

**9) מסות שומרות תנע ונדבקות לקיר**

המסה m מונחת על גבי הקרונית M (אך אינה מחוברת אליה).

שתי המסות נעות יחד במהירות v על גבי משטח חלק לעבר קיר. התנגשות בקיר אלסטית.

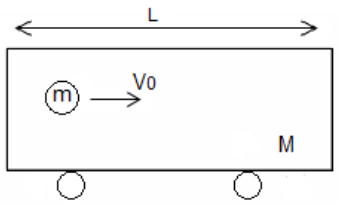
מקדם החיכוך בין המסות הוא $\mu$.

א. מה תהיה מהירות המסה M לאחר זמן רב בהנחה שהיא גדולה מהמסה m.

ב. ענה על סעיף א' בהנחה שהמסה M קטנה מהמסה m.

**10) כדור בקרונית**

כדור בעל מסה $m$ ומהירות $v_0$ נע בתוך קרונית בעלת מסה $M=\alpha m$ ואורך $L$.
הכדור מתנגש בדופן הימנית של הקרונית התנגשות אלסטית.
(אין חיכוך בין הקרונית לרצפה).



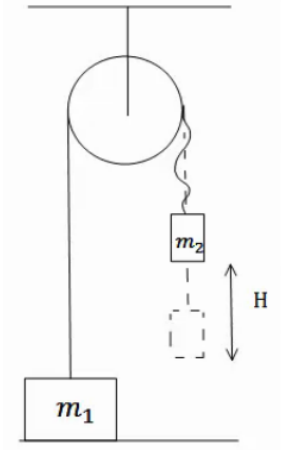

א. מהי מהירות הגופים לאחר ההתנגשות?
בדוק עבור: $\alpha = 0\ ,\ 1\ ,\ \infty$.

ב. כמה זמן יעבור מהפגיעה הראשונה בדופן לפגיעה השנייה בדופן השמאלית?

**11) שתי מסות על גלגלת וחוט רפוי**

שתי מסות $m_1\ ,\ m_2$ תלויות על גלגלת אידיאלית חסרת חיכוך.
המסה $m_1$ נמצאת על הקרקע במנוחה בעוד שהמסה $m_2$ תלויה באוויר.
מרימים את מסה $m_2$ גובה $H$ נוסף כך שהחוט מתרופף ומשחררים אותה ממנוחה.

א. מצא את מהירות המסה $m_2$ לפני שהיא מגיעה לנקודה בה החוט נמתח.




ב. כעת החוט נמתח. הנח שהחוט אינו אלסטי, כלומר, האורך שלו קבוע ללא תלות בגודל המתיחות שלו כל עוד קיימת בו מתיחות כלשהי (והוא אינו רפוי כמו בסעיף א').
מצא את השינוי הכולל בתנע של שתי המשקולות (בין הקטע מיד לפני שהחוט נמתח לבין הקטע מיד אחרי שהחוט מתוח ושתי המסות זזות).

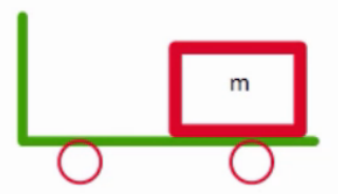
ג. מצא את המתקף שהפעילה התקרה על הגלגלת בזמן מתיחות החוט.

ד. לאיזה גובה תעלה $m_1$ בהנחה ש-$m_1 > m_2$ ו-$m_2$ אינה פוגעת ברצפה.

ה. מהו המתקף שמפעילה התקרה על הגלגלת מהרגע $t=0$ ועד לרגע בו $m_1$ הגיעה לשיא הגובה?

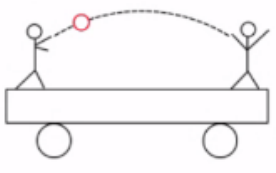
**12) מסה מתנגשת במשאית ונופלת**

מסה $m$ מונחת על עגלה חסרת חיכוך בעלת אורך $L$
ומסה $5m$. המסה נוסעת במהירות $v$ לכיוון שמאל והעגלה נייחת.
נתון כי ההתנגשות בין המסה לבין העגלה היא התנגשות אלסטית.
לאחר כמה זמן מרגע ההתנגשות תיפול המסה מהעגלה?



**13) רתע בתוך עגלה**

בתוך עגלה ללא חיכוך עומדים שני חברים המקובעים לרצפת הקרון.
מסת האנשים והקרון M ואורך הקרון L.
האדם זורק כדור בעל מסה m במהירות v אל עבר חברו.



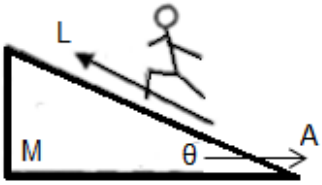
א. מה תהיה מהירות העגלה והאנשים שעליה לאחר זריקת הכדור?
ב. מה תהיה מהירות העגלה לאחר שהחבר יתפוס את הכדור?
ג. כמה זמן הכדור ישהה באוויר?
ד. מהו המרחק אותו עברה העגלה במהלך זמן זה?
ה. תאר מה יקרה אם החבר ימסור חזרה את הכדור לחברו.

**14) אדם הולך על עגלה (מכיל תנועה יחסית)**

אדם בעל מסה M עומד על עגלה בעלת מסה m.
האדם מתחיל ללכת במהירות $v_R$ ביחס לעגלה.
מצא את מהירות האדם והעגלה ביחס לקרקע אם אין חיכוך בין העגלה לרצפה.

**15) אדם על רמפה (מכיל תנועה יחסית)***

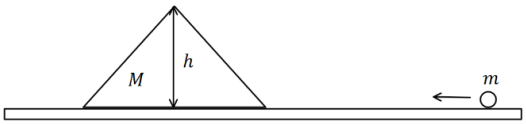
אדם שמסתו m רץ במעלה רמפה משופעת בזווית $\theta$.
מסת הרמפה היא M, והיא מונחת על מישור חלק.
האדם מתחיל ממנוחה והזמן הדרוש לו בכדי לעבור דרך שאורכה L על פני הרמפה הוא T.




א. מהי תאוצת האדם ביחס לרמפה?
ב. עקב הריצה נהדפת הרמפה ימינה, בתאוצה לא ידועה A יחסית לקרקע.
בטאו את רכיבי התאוצה של האדם יחסית לקרקע בעזרת התאוצה A.
ג. כמה זזה הרמפה ימינה בזמן T?

**16) כדור עולה על מדרון משולש**

מדרון משולש בעל גובה $h=3m$ חופשי לנוע מעל משטח אופקי חלק (ללא חיכוך).
מסת המדרון היא: $M=15kg$.
מגלגלים כדור בעל מסה $m=5kg$ על המשטח לכיוון המדרון.
התייחס לכדור כאל גוף נקודתי.



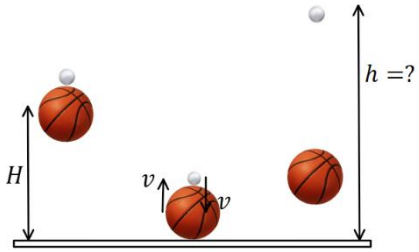

א. מה צריכה להיות המהירות שבה מגלגלים את הכדור כך שהוא יעצור (ביחס למדרון) בדיוק לפני שהוא עובר את שיא הגובה של המדרון?
ב. מהי מהירות המדרון ברגע שהכדור מגיע לשיא הגובה?
ג. מהי המהירות הסופית של המדרון והכדור?

**17) מסה מחליקה בין שני טריזים**

גוף בעל מסה $m$ מחליק על שני טריזים זהים בעלי מסה $M$ כל אחד.
המעבר מהטריז למשטח האופקי הוא חלק,
המשטחים חסרי חיכוך וחופשיים לנוע על השולחן (ראו סרטוט).
לאיזה גובה מקסימאלי יטפס הגוף על הטריז השני אם גובהו ההתחלתי הוא $h$?

**18) כדור גולף על כדורסל**

כדור גולף וכדור כדורסל מוחזקים במנוחה אחד מעל השני בגובה $H=1.5m$.
משחררים אותם ליפול ממנוחה.
מה יהיה הגובה המרבי אליו יגיע כדור הגולף אם נניח שכל ההתנגשויות אלסטיות ומצחיות.
מסת כדור הגולף היא: $m=46gr$
ומסת הכדורסל היא: $M=624gr$.

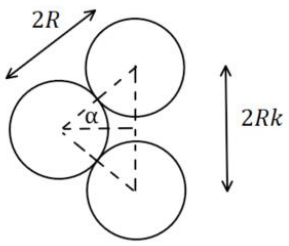



**19) התנגשות אלסטית זהה בכל המערכות**

במערכת אינרציאלית מסוימת האנרגיה הקינטית של שני גופים $m_1$ ו-$m_2$ היא $E_k$.
מצאו את האנרגיה הקינטית של הגופים במערכת אינרציאלית אחרת הנעה במהירות $v_0$ ביחס למערכת המקורית.
השתמשו בתוצאה שקיבלתם והראו כי אם במערכת מסוימת ההתנגשות היא אלסטית אז היא חייבת להיות אלסטית גם בכל מערכות הייחוס האינרציאליות האחרות.

**20) דיסקה מתנגשת בשתי דיסקות זהות**

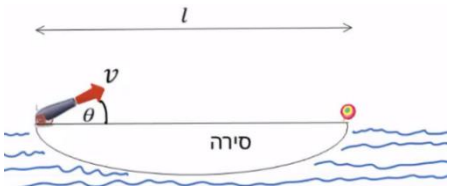
על מישור חלק נמצאות 3 דיסקות זהות בעלות מסה $M$ ורדיוס $R$ כל אחת.
הדיסקה השמאלית באיור נעה במהירות $v$ ומתנגשת התנגשות אלסטית בו זמנית עם שתי הדיסקות האחרות כפי שמתואר באיור.
המרחק בין הדיסקות שנמצאות במנוחה לפני ההתנגשות מתואר על ידי $2Rk$ כאשר $1\le k\le 2$.




א. מהי גודלה של מהירות הדיסקה הפוגעת לאחר ההתנגשות כתלות בזווית $\alpha$ שבאיור?

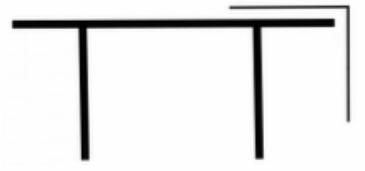
ב. עבור אילו ערכים של $k$ הדיסקה תחזור אחורה/תיעצר במקום/תמשיך קדימה?

**21) סירה יורה פגז על מטרה בקצה השני**




סירה באורך l נמצאת על מים שקטים, בקצה השמאלי של הסירה נמצא תותח צעצוע ובקצה הימני נמצאת מטרה.
התותח יורה פגז צעצוע בזווית $\theta$ ובמהירות v ביחס לקרקע.
מסת הפגז היא m ומסת הסירה היא M.
מצא את המהירות v הדרושה בשביל לפגוע בדיוק במטרה
(הזנח את גובה התותח וגובה המטרה והנח כי התותח מחובר לסירה).

**22) שרשרת מחליקה משולחן**

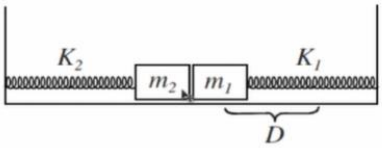


שרשרת בעלת אורך l ומסה m מחליקה ממנוחה משולחן כאשר חציה עדיין מונח על השולחן.

א. מה תהיה מהירות השרשרת ברגע הניתוק מהשולחן, בהנחה שאין חיכוך?

ב. ענה על סעיף א' בהנחה שמקדם חיכוך $\mu$ קיים בין השרשרת לשולחן.

**23) שתי מסות ושני קפיצים**

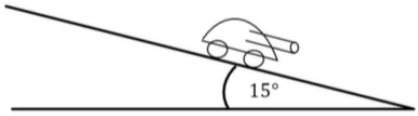



מסות מתחילות ממנוחה כבשרטוט.
המסה הימנית נמתחת מרחק D ימינה ומשוחררת.
כשהיא פוגעת במסה השנייה היא נדבקת אליה ושתיהן ממשיכות יחד.

א. מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיץ השמאלי?

ב. מהו הכיווץ המקסימלי של הקפיץ הימני כאשר שתי המסות חוזרות ימינה?

**24) טנק יורה פגזים ועולה במדרון****




טנק שמסתו 800 ק"ג (טנק קל מאוד) נמצא ברגע מסוים במנוחה על מדרון משופע בזווית של 15 מעלות. הטנק יורה שני פגזים במרווח של 2 שניות בין הירי הראשון לשני.
מסת כל פגז היא 20 ק"ג והוא נורה במהירות לוע של 400 מטר לשנייה במקביל ובמורד למדרון.
הניחו שלטנק גלגלים והחיכוך בינו למדרון זניח.
מה ההעתק המקסימאלי שיעשה הטנק במעלה המדרון?

## תשובות סופיות:

1) $0.18\text{m}$

2) $0.028\text{m}$

3) $u=155\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

4) א. $u_1=8.66\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , $u_2=3.34\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. לא אלסטית, $Q=8.27\text{J}$

5) $v_{min}=\left[\left(m+0.05M\right)v_f+0.95M\cdot 2\sqrt{gL}\right]\cdot\frac{1}{m}$

6) א. $0.75\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ כלפי מעלה. ב. 0

7) א. $F\le\mu_s g\left(m_1+m_2\right)$ ב. תאוצה: $a_1=\frac{F}{m_1}-\frac{m_2}{m_1}\mu_k g$ , $a_2=\mu_k g$ ,

מהירות: $v_2\left(t\right)=a_2 t$ , $v_1\left(t\right)=a_1 t$ , מיקום: $x_2\left(t\right)=\frac{1}{2}a_2 t^2$ , $x_1\left(t\right)=\frac{1}{2}a_1 t^2$

ג. $E=F\cdot\frac{1}{2}a_1 T^2-\left(\frac{1}{2}m_2 v_2^{\,2}\left(T\right)+\frac{1}{2}m_1 v_1^{\,2}\left(T\right)\right)$ ד. $u_f=\frac{F\cdot T}{m_1+m_2}$

8) א. $t=\frac{2l}{v}$ ב. $\tilde{u}=\frac{v\left(m+\frac{M}{2}\right)}{M+m}$

ג. $a=\frac{mg\mu}{M}$ , $M\cdot v\cdot\left(m+\frac{M}{2}\right)=\left(m+M\right)\cdot M\cdot\frac{v}{2}+\left(m+M\right)\cdot mg\mu\cdot\tilde{t}$ ד. כן.

9) א. $\tilde{u}=\frac{v\left(M-m\right)}{M+m}$ , חיובי. ב. $\tilde{u}=\frac{v\left(M-m\right)}{M+m}$ , שלילי.

10) א. $\alpha=0$ : $u_1=2v_0$ , $u_2=v_0$ ; $\alpha=1$ , $u_1=v_0$ , $u_2=0$ ; $\alpha=\infty$ , $u_1=-v_0$ , $u_2=0$

ב. $t=\frac{L}{u_2-u_1}$

11) א. $v_2=\sqrt{2gH}$ ב. $\Delta P_{Total}=\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}\sqrt{2gH}$ ג. $J_{ceiling}=\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}\sqrt{2gH}\,\hat{y}$

ד. $h=\frac{m_2}{m_1-m_2}\sqrt{\frac{H}{2g}}$ ה. $J_{Totalceiling}=0+\frac{2m_1m_2}{m_1+m_2}\sqrt{2gH}+\frac{m_1\left(m_1+m_2\right)}{m_1-m_2}\sqrt{32gH}$

12) $t=\frac{L}{v}$

13) א. $0=mv+Mu$ ב. $mv+Mu=\left(m+M\right)\cdot 0$ ג. $L=t\cdot\left(v-u\right)$

ד. $x=u\cdot t$ ה. ראה סרטון.

14) $u_1=\frac{-Mv_R}{m+M}$ , $u_2=\frac{mv_R}{m+M}$

**15)** א. $a'_P = \frac{2L}{T^2}$ ב. $a_{P_x} = \frac{2L}{T^2}\cos\theta - A$ ג. $x_{ramp}(T) = \frac{m}{m+M}L\cos\theta$

**16)** א. $v_0 = 8.94\frac{m}{sec}$ ב. $u = \sqrt{5}\frac{m}{sec}$ ג. $u_1' = 2\sqrt{5}\frac{m}{sec}$ , $u_2' = -2\sqrt{5}\frac{m}{sec}$

**17)** $h'_{max} = \frac{M^2 h}{(M+m)^2}$

**18)** $h \approx 12.3m$

**19)** $E_k' = E_R - (m_1 v_1 + m_2 v_2)v_0 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2$

**20)** א. $u_1 = v\frac{1-2\cos^2\alpha}{1+2\cos^2\alpha}$

ב. קדימה: $\sqrt{2} < k \le 2$ , במקום: $k = \sqrt{2}$ , אחורה: $1 \le k < \sqrt{2}$

**21)** $v = \sqrt{\frac{gL}{\left(1+\frac{m}{M}\sin 2\theta\right)}}$

**22)** א. $v = \sqrt{\frac{3}{4}gl}$ ב. $v = gl\left(\frac{3-\mu}{4}\right)$

**23)** ראה סרטון.

**24)** $x(t=5.82) \approx 60m$