אקונומטריקה ב

פרק 6 - מתאם סדרתי

תוכן העניינים

1. כללי 1
2. מבחנים לזיהוי המתאם הסדרתי 5
3. פתרון המתאם הסדרתי 10

כללי:

רקע:

מתאם סדרתי עוסק במצב שבו מופרת ההנחה (מס' 6) של אי תלות בין הטעויות: $\cov(u_t,u_s)=0$ ונוצרת תלות סטטיסטית בין הטעויות במודל: $\cov(u_t,u_s)\neq 0$.
תלות כזו בין הטעויות קיימת בדרך כלל כאשר הנתונים הנאספים הם נתוני סדרות עיתיות ולא נתוני חתך בהם עסקנו עד כה. בנתוני סדרות עיתיות, מאחר ומדובר באותו הפרט הנמדד בזמנים שונים סביר שהטעויות בניבוי שלו תהיינה תלויות אחת בשנייה.

השלכות על אומדי הריבועים הפחותים (OLS):

מבין התכונות של אר"פ (ליניאריות, חוסר הטיה, עקיבות ויעילות) היחידה שמופרת כאשר קיים מתאם סידרתי היא: תכונת היעילות.
משום שתכונת היעילות היא היחידה מבין תכונות אר"פ התלויה להוכחתה בקיומה של הנחת אי התלות בין הטעויות. משום הפגיעה בתכונת היעילות, בדיקת ההשערות לא תהיה תקפה.

- שימו לב: כי במידה וקיים מתאם סידרתי חיובי בין הטעויות ולמשתנים יש מגמת זמן (X עולה או יורד עם הזמן) אומד השונות (ESS) יהיה מוטה כלפי מטה ואז נקבל: R^2 , F ו-t מוטים כלפי מעלה.

מבנה המתאם הסדרתי:

מתאם סדרתי מסדר ראשון:
ההנחה היא כי יש מתאם בין הטעויות במרחק אחד, כלומר u_t תלוי ישירות רק ב-u_{t-1}: $\cov(u_t,u_{t-1})\neq 0$.
את המתאם בין הטעויות מסדר ראשון ניתן לנסח באופן הבא: $u_t=\rho\cdot u_{t-1}+\varepsilon_t$

כך ש:

1. $\rho\neq 0$ (כי אם $\rho=0$ אין מתאם סידרתי).
2. $1>\rho>-1$ (כי אם חורג מ-1 הטעות הולכת וגדלה עם הזמן).
3. ρ חיובי פירושו מתאם סדרתי חיובי ואילו ρ שלילי פירושו מתאם סדרתי שלילי (לא נפוץ).

4. ε_t מקיים את ההנחות הקלאסיות מאחר ומהווה סטייה מקרית לחלוטין

(בניגוד ל-u_t) כך ש:
$$E(\varepsilon_t)=0$$
$$V(\varepsilon_t)=\sigma_\varepsilon^2$$
$$\operatorname{cov}(\varepsilon_t,\varepsilon_{t-s})=0$$

המודל יכיל שתי משוואות-המשוואה העיקרית והגדרת המתאם הסדרתי (מסדר ראשון):
$$\begin{aligned} Y_t &= \alpha+\beta X_t+u_t \\ u_t &= \rho\cdot u_{t-1}+\varepsilon_t \end{aligned}$$

מלבד α ו-β נרצה לאמוד גם את ρ.

מתאם סדרתי מסדר שני:

$$u_t=\rho_1\cdot u_{t-1}+\rho_2\cdot u_{t-2}+\varepsilon_t$$

הן u_{t-1} והן u_{t-2} משפיעים ישירות על u_t.

מתאם סדרתי מסדר P:

$$u_t=\rho_1\cdot u_{t-1}+\rho_2\cdot u_{t-2}+\ldots+\rho_P\cdot u_{t-P}+\varepsilon_t$$

u_t מושפע מתקופות שונות בעבר.

תכונות המתאם הסדרתי:

מכיוון שכל טעות בזמן מסוים מתואמת עם הטעות הסמוכה לה בזמן: $r_{(u_t,u_{t-s})}=\rho^s$

המתאם של u_t הולך ופוחת עם הזמן: $\rho_{u_tu_{t-1}}>\rho^2_{u_tu_{t-2}}>\rho^3_{u_tu_{t-3}}>\ldots>\rho^s_{u_tu_{t-s}}$.

בנוסף לכך, התוחלת, השונות והשונות המשותפת של הטעויות:

$$E(u_t)=0$$
$$V(u_t)=\sigma_u^2=\frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\rho^2}$$
$$COV(u_t,u_{t-s})=\rho^s\sigma_{u_t}^2=\rho^s\frac{\sigma_s^2}{1-\rho^2}$$

שאלות:

1) כלכלן החליט לאמוד מודל עבור הצמיחה במשק.
לשם כך אמד את המודל: $gdp_i = \alpha + \beta_1 r_i + \beta_2 c_i + u_i$ עבור 25 תצפיות.
כאשר: gdp הוא התוצר השנתי במשק, r זו הריבית השנתית הממוצעת שהייתה ו-c זו הצריכה הפרטית השנתית במשק.
התקבלו נתוני האמידה הבאים:

$$\hat{\alpha} = 10 \ , \ S_{\hat{\alpha}} = 6$$

$$\hat{\beta}_1 = 0.05 \ , \ S_{\hat{\beta}_1} = 0.06$$

$$\hat{\beta}_2 = 0.6 \ , \ S_{\hat{\beta}_2} = 0.1$$

כמו כן נתון כי קיים מתאם סדרתי חיובי בנתונים ונמצא כי: $\sum \text{cov}\left(u_i, u_j\right) > 0$.

א. מי מהאומדים מובהק?

ב. מי מהאומדים חסר הטיה ומי עקיב?

2) נתון מתאם סדרתי מסדר ראשון: $u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$.
נתון כי: $\rho = 0.9$ וכי: $V\left(\varepsilon_t\right) = \sigma_\varepsilon^2 = 1$.
מצאו את:

א. המתאם בין u_t ל-u_{t-1}.

ב. המתאם בין u_t ל-u_{t-4}. הסבר את ההבדל בין המתאמים (סעיף א' ו-ב').

ג. השונות σ_u^2.

ד. חזרו על סעיפים א' עד ג' עבור $\rho = 0.4$. הסבירו את ההבדל בין התוצאות.

3) ידוע כי במודל מתקיים מתאם סדרתי מסדר ראשון כלומר:

$$\begin{aligned} y_i &= \alpha + \beta_1 x_i + u_i \\ u_i &= \rho u_{i-1} + \varepsilon_i \end{aligned}$$

כמו כן ידוע כי: $\rho = 0.4; \text{var}\left(\varepsilon_i\right) = 2$.

א. חשב את: $\text{var}\left(u_i\right)$.

ב. חשב את: $\text{cov}\left(u_i, u_{i-3}\right)$.

ג. חשב את: ρ_{u_i}, u_{i-3}.

4) נתון המודל: $y_i = \alpha + \beta_1 x_i + u_i$ המקיים את כל ההנחות הקלאסיות פרט למתאם סדרתי. ידוע כי מתקיים: $u_t = -0.5u_{t-1} + \varepsilon_t$.

בנוסף ידוע כי: $VAR(\varepsilon_t) = 1$.

מה יהיה: $VAR(u_t)$?

א. 2.

ב. 0.8.

ג. 0.67.

ד. 1.33.

ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

תשובות סופיות:

1) א. β_2. ב. כולם.

2) א. $r_{(u_t,u_{t-1})} = 0.9$. ב. $r_{(u_t,u_{t-4})} = 0.6561$. ג. $\sigma_u^2 = 5.263$.

ד. $\sigma_u^2 = 1.19$, $r_{(u_t,u_{t-4})} = 0.0256$, $r_{(u_t,u_{t-1})} = 0.4$.

3) א. 2.38. ב. 0.15. ג. 0.4^3.

4) ד'.

מבחנים לזיהוי המתאם הסדרתי:

רקע:

מבחן DW (דרבין ווטסון) לקיום מתאם סדרתי מסדר ראשון:

- נניח תחילה כי אין מתאם סדרתי ונאמוד את המשוואה הראשית בשיטת OLS.
- כחלק מתוצאות האמידה נקבל ציון DW (יכול לקבל ערכים בין 0 ל-4 בלבד).
- נתבונן בטבלת DW ולפי K = מס' המשתנים הב"ת במודל ו-T = מס' התצפיות במדגם נשלוף שני ערכים: d_U ו- d_L.
- נחלק את הטווח שבין 0 ל-4 באופן הבא:

$$0 \text{—} \rho>0 \text{—} d_L \text{——} d_U \text{——} \rho=0 \text{——} 4-d_U \text{——} 4-d_L \text{——} \rho<0 \text{—} 4$$

- נראה היכן נופל ציון ה-DW שהתקבל כחלק מתוצאות האמידה.
ניתן לדעת אם יש מתאם ואיזה סוג של מתאם רק אם ציון ה-DW ייפול בחלקים המודגשים באדום.

השערות: $\begin{matrix} H_0:\rho=0 \\ H_1:\rho>0,\rho<0 \end{matrix}$.

חישוב הסטטיסטי: $DW_{stat}\cong 2\cdot\left(1-\hat{\rho}\right)$.

אם אנו מקבלים ציון $\hat{\rho}$ ניתן להציב בנוסחה ולקבל DW_{stat}.

למבחן DW יש שתי בעיות עיקריות:

1. מתאים רק למתאם סדרתי מסדר ראשון.
2. יש אזורים "מתים" בטווח בהם לא ניתן לדעת האם יש מתאם סדרתי.

בנוסף לכך על מספר תנאים להתקיים כדי שאפשר יהיה להשתמש במבחן DW:

1. הרגרסיה כוללת חותך.
2. ה-Xים קבועים ולא משתנים.
3. אין משתנים מסבירים שהם פיגור של המשתנה המוסבר.
4. אין תצפיות חסרות באמצע.
5. אם קיים מתאם סדרתי מסדר ראשון אז הוא מהצורה: $u_t=\rho\cdot u_{t-1}+\varepsilon_t$.

מבחן LM:

לעומת מבחן DW מבחן LM מתאים גם לבחינת קיומו של מתאם סדרתי מסדרים גבוהים יותר מסדר ראשון: $\begin{matrix} Y_t = \alpha + \beta \cdot X_t + u_t \\ u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t \end{matrix}$.

המודל הלא מוגבל:

(U): $Y_t = \alpha + \beta \cdot X_t + \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$.

ניתן להתייחס לבחינת קיומו של מתאם סדרתי כהוספת משתנה מסביר: $\hat{u}_{t-1}$.

השלבים לביצוע המבחן:

- נאמוד את המודל המקורי ונחשב $\hat{u}_t$ ו- $\hat{u}_{t-1}$.
- נאמוד את רגרסיית העזר: $\hat{u}_t / x_1, x_2, ..., x_k; \hat{u}_{t-1}$.
- נחשב סטטיסטי LM: $LM_{stat} = T \cdot R^2$.
- נדחה את H_0 כאשר: $LM_{stat} > \chi^2_m$ כאשר m = סדר המתאם הסדרתי.

אם נדחה את H_0 נדע את סימנו של המתאם הסדרתי לפי המקדם של $\hat{u}_{t-1}$ ברגרסיית העזר ששווה ל- $\hat{\rho}$.

שימו לב כי אם נרצה לבדוק מתאם סדרתי מסדרים גבוהים יותר:

ההשערות: $\begin{matrix} H_0 : \rho_1 = \rho_2 = ... = \rho_s = 0 \\ H_1 : OTHERWISE \end{matrix}$.

רגרסיית העזר: $\hat{u}_t / x_1, x_2, ..., x_k; \hat{u}_{t-1}, \hat{u}_{t-2}, ..., \hat{u}_{t-s}$.

שאלות:

מבחן DW:

1) חוקר רצה לאמוד את מחיר סגירה של מניה כפונקציה של הזמן שעובר:

$CLOSE_t = \alpha + \beta \cdot TIME_t + u_t$.

כאשר:

$CLOSE_t$ = מחיר סגירה של מניה ב-$ ביום t.

$TIME_t$ = משתנה זמן שמקבל את הערכים: 1,2,3...

תוצאות האמידה שהתקבלו:

Dependent variable: CLOSE

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	1	-------			55.78
Error	151	-------			
C Total	152	-------			
Root MSE	----	R-square	0.181		
Dep Mean	----	Adj R-sq	------		
C.V.	----				

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	Prob>|T|	T for H0: Parameter=0
INTERCEP	1	1.3474	0.0148	0.0000	91.047
TIME	1	-0.00075	0.0001	-7.468	0.0000
Durbin-Watson D	0.150				

האם קיים מתאם סדרתי?

TABLE 12 Cutoff Points for the Distribution of the Durbin-Watson Test Statistic

Let d_α be the number such that $P(d < d_\alpha) = \alpha$, where the random variable d has the distribution of the Durbin-Watson statistic under the null hypothesis of no autocorrelation in the regression errors. For probabilities $\alpha = .05$ and $\alpha = .01$, the tables show, for numbers of independent variables, K, values d_L and d_U such that $d_L \le d_\alpha \le d_U$, for numbers n of observations.

$\alpha = .05$

n	K									
	1		2		3		4		5	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	1.08	1.36	0.95	1.54	0.82	1.75	0.69	1.97	0.56	2.21
16	1.10	1.37	0.98	1.54	0.86	1.73	0.74	1.93	0.62	2.15
17	1.13	1.38	1.02	1.54	0.90	1.71	0.78	1.90	0.67	2.10
18	1.16	1.39	1.05	1.53	0.93	1.69	1.82	1.87	0.71	2.06
19	1.18	1.40	1.08	1.53	0.97	1.68	0.86	1.85	0.75	2.02
20	1.20	1.41	1.10	1.54	1.00	1.68	0.90	1.83	0.79	1.99
21	1.22	1.42	1.13	1.54	1.03	1.67	0.93	1.81	0.83	1.96
22	1.24	1.43	1.15	1.54	1.05	1.66	0.96	1.80	0.86	1.94
23	1.26	1.44	1.17	1.54	1.08	1.66	0.99	1.79	0.90	1.92
24	1.27	1.45	1.19	1.55	1.10	1.66	1.01	1.78	0.93	1.90
25	1.29	1.45	1.21	1.55	1.12	1.66	1.04	1.77	0.95	1.89
26	1.30	1.46	1.22	1.55	1.14	1.65	1.06	1.76	0.98	1.88
27	1.32	1.47	1.24	1.56	1.16	1.65	1.08	1.76	1.01	1.86
28	1.33	1.48	1.26	1.56	1.18	1.65	1.10	1.75	1.03	1.85
29	1.34	1.48	1.27	1.56	1.20	1.65	1.12	1.74	1.05	1.84
30	1.35	1.49	1.28	1.57	1.21	1.65	1.14	1.74	1.07	1.83
31	1.36	1.50	1.30	1.57	1.23	1.65	1.16	1.74	1.09	1.83
32	1.37	1.50	1.31	1.57	1.24	1.65	1.18	1.73	1.11	1.82
33	1.38	1.51	1.32	1.58	1.26	1.65	1.19	1.73	1.13	1.81
34	1.39	1.51	1.33	1.58	1.27	1.65	1.21	1.73	1.15	1.81
35	1.40	1.52	1.34	1.58	1.28	1.65	1.22	1.73	1.16	1.80
36	1.41	1.52	1.35	1.59	1.29	1.65	1.24	1.73	1.18	1.80
37	1.42	1.53	1.36	1.59	1.31	1.66	1.25	1.72	1.19	1.80
38	1.43	1.54	1.37	1.59	1.32	1.66	1.26	1.72	1.21	1.79
39	1.43	1.54	1.38	1.60	1.33	1.66	1.27	1.72	1.22	1.79
40	1.44	1.54	1.39	1.60	1.34	1.66	1.29	1.72	1.23	1.79
45	1.48	1.57	1.43	1.62	1.38	1.67	1.34	1.72	1.29	1.78
50	1.50	1.59	1.46	1.63	1.42	1.67	1.38	1.72	1.34	1.77
55	1.53	1.60	1.49	1.64	1.45	1.68	1.41	1.72	1.38	1.77
60	1.55	1.62	1.51	1.65	1.48	1.69	1.44	1.73	1.41	1.77
65	1.57	1.63	1.54	1.66	1.50	1.70	1.47	1.73	1.44	1.77
70	1.58	1.64	1.55	1.67	1.52	1.70	1.49	1.74	1.46	1.77
75	1.60	1.65	1.57	1.68	1.54	1.71	1.51	1.74	1.49	1.77
80	1.61	1.66	1.59	1.69	1.56	1.72	1.53	1.74	1.51	1.77
85	1.62	1.67	1.60	1.70	1.57	1.72	1.55	1.75	1.52	1.77
90	1.63	1.68	1.61	1.70	1.59	1.73	1.57	1.75	1.54	1.78
95	1.64	1.69	1.62	1.71	1.60	1.73	1.58	1.75	1.56	1.78
100	1.65	1.69	1.63	1.72	1.61	1.74	1.59	1.76	1.57	1.78

2) המודל הינו: $\begin{aligned} Y_t &= \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \\ u_t &= \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned}$.

u_t - הפרעה מקרית קלאסית.

$T = 100$ וידוע כי:

$u_t = 0.9u_{t-1}$

$d_L = 1.57$

$d_U = 1.65$

האם קיים מתאם סדרתי ברמת מובהקות של 5%?

מבחן LM:

3) עבור הדוגמא הקודמת – ניבוי מחיר סגירה של מניה כפונקציה של הזמן:

$CLOSE_t = \alpha + \beta \cdot TIME + u_t$.

נבחן את קיומו של מתאם סדרתי מסדר ראשון באמצעות מבחן LM.

נאמוד את רגרסיית העזר: $u_t = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot TIME_t + \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t$.

תוצאות האמידה שהתקבלו:

Dependent variable: RES

Analysis of Variance

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Prob>F
Model	2	-------			
Error	150	--------			
C Total	152	-------			

Root MSE	------	R-square	0.855
Dep Mean	----	Adj R-sq	------
C.V.	-----		

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate
INTERCEP	1	-.000096
TIME	1	1.16331E-05
RES1	1	0.927172

א. האם קיים מתאם סדרתי?

ב. מהו ערכו של המתאם הסדרתי הנאמד?

ג. מהו כיוונו של המתאם הסדרתי באוכלוסייה?

תשובות סופיות:

1) יש עדות לכך.

2) יש עדות לכך.

3) א. יש עדות לכך. ב. $\hat{\rho} = 0.927$. ג. חיובי.

פתרון המתאם הסדרתי:

רקע:

רגרסיית הפרשים (שיטת קוקרן-אורקט):

ניצור משוואה שהיא קומבינציה ליניארית של המשוואה המקורית שבה לא יהיה מתאם סדרתי ולכן ניתן יהיה לאמוד אותה בשיטת הריבועים הפחותים, האומדים יהיו יעילים וניתן יהיה לבצע בדיקת השערות.

משוואה (1): המודל בזמן t: $Y_t = \alpha + \beta X_t + u_t$.

משוואה (2): המודל בזמן $t-1$ מוכפל ב- ρ: $\rho \cdot Y_{t-1} = \rho \cdot \alpha + \rho \cdot X_{t-1} + \rho \cdot u_t$.

החסרת משוואה (2) ממשוואה (1):

$$Y_t - \rho Y_{t-1} = \alpha(1-\rho) + \beta(X_t - \rho X_{t-1}) + (u_t - \rho u_{t-1}).$$

כדי לאמוד את הפרמטרים של רגרסיית ההפרשים נגדיר:

$$Y_t^* = Y_t - \rho Y_{t-1}$$
$$\alpha^* = \alpha(1-\rho)$$
$$\beta^* = \beta$$
$$X_t^* = X_t - \rho X_{t-1}$$
$$\varepsilon_t = u_t - \rho u_{t-1}$$

כך "נטרלנו" את המתאם הסדרתי: $u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t \Leftarrow \varepsilon_t = u_t - \rho \cdot u_{t-1}$.

ε_t מקיים את כל ההנחות הקלאסיות ולכן שונות הרגרסיה וכן שונות הפרמטרים הנאמדים לא תהיה תלויה במקדם המתאם הסדרתי.

המשוואה "המתוקנת" אותה נאמוד: $Y^* = \alpha^* + \beta^* X_t^* + \varepsilon_t$.

לאחר אמידת משוואה זו ניתן לחלץ את האומדים של הפרמטרים המקוריים: $\hat{\beta}$, $\hat{\alpha}$.
מאחר ש- ρ איננו ידוע יש צורך לאמוד אותו.

אמידת ρ בשיטת קוקרן אורקוט:
שיטת קוקרן אורקוט לאמידת ρ היא שיטה איטראטיבית – מבוססת על חזרות של תהליך מסוים עד להתכנסות.
התהליך הממוחשב נקרא אוטורגרסיה (AUTOREGRESION) מסדר ראשון, שני, שלישי וכו' (תלוי בסדר המתאם הסדרתי). התיקון למתאם הסדרתי יתבצע על ידי הרצת רגרסיה עם משתנה AR(1) (אוטו רגרסיה מסדר ראשון), AR(1) ו-AR(2) (אם מניחים קיום אוטורגרסיה מסדר שני) וכו'. אם משתנה AR מובהק זו אינדיקציה שפתרנו את הבעיה של המודל המקורי.

שאלות:

1) כלכלן החליט לאמוד מודל עבור הצמיחה במשק.
לשם כך אמד את המודל: $gdp_i = \alpha + \beta_1 r_i + \beta_2 c_i + u_i$ עבור 25 תצפיות.
כאשר: gdp הוא התוצר השנתי במשק, r זו הריבית השנתית הממוצעת שהייתה ו- c זו הצריכה הפרטית השנתית במשק.
ידוע כי במודל מתקיים מתאם סדרתי מסדר ראשון, כלומר:
$u_i = \rho u_{i-1} + \varepsilon_i$.

א. מהי רגרסיית ההפרשים שעל הכלכלן לאמוד על מנת לקבל אומדים חסרי הטיה ויעילים וכמה תצפיות יש עבורה?

ב. בהנחה כי קיים מתאם סדרתי מסדר שני בנתונים:
$u_i = \rho_1 u_{i-1} + \rho_2 u_{i-2} + \varepsilon_i$.
מהי רגרסיית ההפרשים שעל הכלכלן לאמוד על מנת לקבל אומדים חסרי הטיה ויעילים וכמה תצפיות יש עבורה?

2) ידוע כי במודל מתקיים מתאם סדרתי מסדר ראשון, כלומר:
$y_i = \alpha + \beta_{x_i + u_i}$
$u_i = \rho u_{i-1} + \varepsilon_i$.
נאמדה הרגרסיה המקורית והתקבל:
$\hat{\alpha} = 10$, $S_{\hat{\alpha}} = 6$
$\hat{\beta} = 2$, $S_{\hat{\beta}} = 10$.
כמו כן, ידוע כי: $\hat{\rho} = 0.6$.
בגלל בעיית המתאם הסדרתי נאמדה גם רגרסיית ההפרשים הבאה:
$y_i - \rho \cdot y_{i-1} = \alpha(1-\rho) + \beta(x_i - \rho \cdot x_{i-1}) + u_i - u_{i-1}$.
כלומר נאמד מודל *: $y^*_i = \alpha^* + \beta^* x^*_i + \varepsilon_i$.
והתקבלו התוצאות הבאות:
$\hat{\alpha}^* = 8$, $S_{\hat{\alpha}^*} = 2$
$\hat{\beta}^* = 2$, $S_{\hat{\beta}^*} = 6$.

א. מהם האומדים חסרי ההטיה, העקיבים והיעילים עבור β , α?

ב. בחן את ההשערה כי $\alpha = 15$.

ג. בחן את ההשערה כי $\beta = 16$.

ד. ידוע כי: $e_9 = 1$, $x_{10} = 15$, $x_9 = 10$, $y_9 = 50$, מה התחזית של $\hat{y}_{10}$?

3) ידוע כי במודל מתקיים מתאם סדרתי מהצורה:

$$y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$$
$$u_i = \rho u_{t-1} + \varepsilon_i$$

כמו כן ידוע כי: $\hat{\rho} = -0.6$.

חוקר אמד את רגרסיית העזר הבאה:

$y^* = \gamma_0 + \gamma_1 x_i^* + \varepsilon_i$.

כאשר:

א. $y_i^* = (y_i - 0.6y_{i-1}), \gamma_0 = 0.4\alpha, x_i^* = (x_i - 0.6x_{i-1})$.

ב. $y_i^* = (y_i - 0.6y_{i-1}), \gamma_0 = \alpha, x_i^* = (x_i - 0.6x_{i-1})$.

ג. $y_i^* = (y_i + 0.6y_{i-1}), \gamma_0 = 1.6\alpha, x_i^* = (x_i + 0.6x_{i-1})$.

ד. $y_i^* = (y_i + 0.6y_{i-1}), \gamma_0 = 0.4\alpha, x_i^* = (x_i - 0.6x_{i-1})$.

ה. כל התשובות האחרות אינן נכונות.

4) נתון המודל: $y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$.

ידוע כי מתקיים: $u_t = 0.3u_{t-1} - 0.1u_{t-2} + \varepsilon_t$.

לכן נאמד גם המודל הבא:

$$y_t - 0.3y_{t-1} + 0.1y_{t-2} = 5 + 2(x_t - 0.3x_{t-1} + 0.1x_{t-2})$$

(2) (0.8)

בסוגריים סטיות התקן.

הסטטיסטי בערך מוחלט לבחינת ההשערה כי: $\alpha = 10$ הוא:

א. 2.5.

ב. 1.

ג. 1.5.

ד. כל התשובות אינן נכונות.

5) כלכלן הריץ את המודל הבא: $y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$.

הוא קיבל את סטטיסטי $DW = 3$ כאשר $DL = 1.2$ ו- $DU = 1.8$ והסיק שיש מתאם סדרתי.

על מנת לאמוד את המקדמים במודל הנ"ל מחליט החוקר להריץ את רגרסיית ההפרשים: $y_t - \rho y_{t-1} = \alpha^* + \beta^*(x_t - \rho x_{t-1}) + \varepsilon_t$.

א. החוקר צודק כי יש מתאם סדרתי והיחס בין α^* ל- α הוא: 1.5.

ב. החוקר צודק כי יש מתאם סדרתי והיחס בין α^* ל- α הוא: 0.66.

ג. החוקר צודק כי יש מתאם סדרתי והיחס בין α^* ל- α הוא: 2.

ד. החוקר אינו צודק כי יש מתאם סדרתי.

ה. כל התשובות לעיל אינן נכונות.

תשובות סופיות:

1) א. $gdp^* = \alpha^* + \beta_1^* r_i^* + \beta_2^* c_i^* + \varepsilon_i$ .24 ב. $gdp^* = \alpha^* + \beta_1^* r_i^* + \beta_2^* c_i^* + \varepsilon_i$ .23
2) א. $\hat{\beta} = 2$, $\hat{\alpha} = 20$. ב. לא מובהק. ג. מובהק.
ד. $\hat{y}_{10} = 56$.
3) ג'.
4) ג'.
5) א'.