# חשבון אינפיטיסימלי 2

## פרק 31 - משפט סטוקס (גרין במרחב)

### תוכן העניינים

1. משפט סטוקס ..... 1

# משפט סטוקס

## שאלות

בשאלות **1-3** בדקו שמשפט סטוקס אכן מתקיים.
כלומר, חשבו את האינטגרל $\iint_S (\text{curl}\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}ds$ , ואת האינטגרל $\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$ ,
והראו שהם שווים זה לזה (ראו הערת סימון בעמוד הבא).

**1)** $\mathbf{F}=2z\mathbf{i}+3x\mathbf{j}+5y\mathbf{k}$ ; $S$ חלק הפרבולואיד $z=4-x^2-y^2$ , שבו $z\ge 0$ .

**2)** $\mathbf{F}=\left(x^2+y-4\right)\mathbf{i}+\left(-3xy\right)\mathbf{j}+\left(2xz+z^2\right)\mathbf{k}$ ; $S$ הוא שפת חצי כדור שמרכזו בראשית, רדיוסו 4 והוא נמצא מעל המישור $xy$ .

**3)** $\mathbf{F}=(y+z)\mathbf{i}-xz\mathbf{j}+y^2\mathbf{k}$ ; $S$ הוא משטח התחום בשמינית הראשונה, החסום על ידי המישורים $2x+z=6,\ y=2$ , ושאינו כלול

א. במישור $xy$ .

ב. במישור $y=2$ .

ג. במישור $2x+z=6$ .

**4)** חשבו את האינטגרל $\oint_C x^2dx+4xy^3dy+y^2xdz$ , כאשר $C$ עקומה בצורת מלבן מ- $(0,0,0)$ ל- $(0,3,3)$ , משם ל- $(1,3,3)$ ומשם ל- $(1,0,0)$ .

**5)** חשבו את האינטגרל $\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$ , כאשר $\mathbf{F}=\left(x+y^2\right)\mathbf{i}+\left(y+z^2\right)\mathbf{j}+\left(z+x^2\right)\mathbf{k}$ ;
ו- $C$ היא שפת המשולש, שקדקודיו הם $(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)$ ,
וכיוונה הפוך לכיוון השעון (במבט מלמעלה, מהכיוון החיובי של ציר ה- $z$ ).

**6)** חשבו את $\iint_S (\nabla\times\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$ , כאשר $\mathbf{F}=yz\mathbf{i}+xz\mathbf{j}+xy\mathbf{k}$ ; ו- $S$ הוא החלק של הכדור $x^2+y^2+z^2=4$ , הכלוא בתוך הגליל $x^2+y^2=1$ , ומעל למישור $xy$ .


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

7) חשבו את $\iint_S (\nabla\times\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$ , כאשר $\mathbf{F}=(x-z)\mathbf{i}+(x^3+yz)\mathbf{j}-3xy^2\mathbf{k}$ ;

ו- $S$ הוא משטח החרוט $z=2-\sqrt{x^2+y^2}$ , מעל למישור- $xy$ .

**הערת סימון**

לפי סטוקס, בהינתן שדה וקטורי $\mathbf{F}(x,y,z)=f(x,y,z)\mathbf{i}+g(x,y,z)\mathbf{j}+h(x,y,z)\mathbf{k}$ ,

מתקיים: $\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}=\iint_S (\text{curl}\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$ .

ניסוחים נוספים של משפט סטוקס :

$$\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}=\iint_S (\text{curl}\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$$

$$\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}=\iint_S (\text{Rot}\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$$

$$\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}=\iint_S (\nabla\times\mathbf{F})\cdot\mathbf{n}dS$$

$$\oint_C fdx+gdy+hdz=\iint_S \left((h_y-g_z)\mathbf{i}+(f_z-h_x)\mathbf{j}+(g_x-f_y)\mathbf{k}\right)\cdot\mathbf{n}dS$$

## תשובות סופיות

1) הערך המשותף הוא $12\pi$.

2) הערך המשותף הוא $-16\pi$.

3) הערך המשותף הוא : א. $-6$ ב. $-9$ ג. $-18$

4) $-90$

5) $-1$

6) $0$

7) $12\pi$


כתב ופתר – גיא סלומון ©