

אלגברה לינארית 1

פרק 10 - משוואות פולינומאליות - שאלות מורכבות נוספות

תוכן העניינים

1. שאלות מסכמות.....1

שאלות מסכמות:

שאלות:

- (1) לפניך הפולינום הבא: $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
- א. מצא את המקדמים של הפולינום אם נתון כי:
- הפולינום מתחלק ב- $2x+3$ ללא שארית.
 - הפולינום מקיים: $P(4.5) = 27$.
 - לפונקציה $y = P(x)$ יש מקסימום מקומי עבור $x = 0$ ומינימום מקומי עבור $x = \frac{1}{2}$.
- ב. הצב את המקדמים שקיבלת וסרטט את גרף הפונקציה $y = P(x)$.
- (2) מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b של הפולינום: $P(x) = ax^3 + bx^2 - 9ax - 3b - 24a$ אם נתון ש- $P(x)$ מתחלק ב- $x^2 - 9$ ללא שארית וגם: $P(1) = -10$.
- (3) הוכח כי: $P(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n+1} - 1$ מתחלק ב- $(x-1)^3$ ללא שארית לכל n טבעי.
- (4) עבור אלו ערכים של a ו- b מתחלק הפולינום: $P(x) = ax^6 + 4x^5 + bx^4 + 2$ ב- $(x-1)^2$ ללא שארית?
- (5) אם מחלקים את הפולינום $P(x)$ ב- $(3x-4)$ מקבלים שארית 2, ואם מחלקים אותו ב- $(x-1)$ מקבלים שארית -2.
- מצא את שארית החילוק של הפולינום $P(x)$ ב- $(x-1)(3x-4)$.
- (6) נתון הפולינום $P(x)$. אם נחלק אותו ב- $x^2 - 4$ נקבל שארית 1, ואם נחלק אותו ב- $x - 3$ נקבל שארית 4. מצא את שארית החילוק של הפולינום $P(x)$ ב- $(4-x^2)(x-3)$.

(7) הפולינום: $P(x) = x^5 + bx^4 + cx^2 + 2x - 1$, $(b$ ו- c פרמטרים) מתחלק ב- $x - 1$

עם שארית $R_1 = 2\frac{3}{4}$ ומתחלק ב- $x - 2$ עם שארית $R_2 = 41$.

א. מצא את b ו- c .

ב. מהן המנה והשארית בחלוקת $P(x)$ ב- $x^2 - 3x$?

(8) נתון הפולינום: $P(x) = x^4 - 5x^3 + ax^2 - 10x - 28$.

ידוע כי $P(x)$ מתחלק ללא שארית בפולינום $x^2 - 5x + b$.

א. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

ב. חשב את שורשי המשוואה $P(x) = 0$ מעל המספרים המרוכבים.

(9) עבור אילו ערכים של הקבוע k למשוואה $-x^3 + (1 - k^2)x^2 + (1 - 3k)x - 1 = 0$

יש פתרון $x = 1$? מצא את כל הפתרונות של המשוואה עבור k שמצאת.

הערה:

השאלה הבאה מיועדת רק לתלמידים שלמדו נוסחאות וייטה למשוואה ממעלה שלישית:

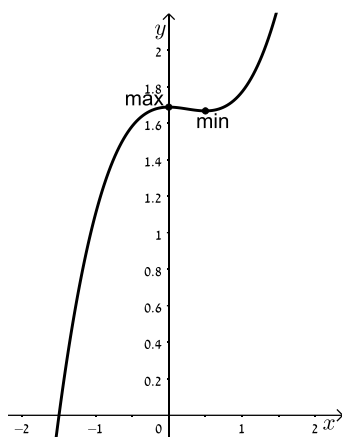
(10) מצא את כל שורשי המשוואה $t^3 - 2t^2(2 + \sqrt{3}) + t(\sqrt{192} + 1) - \sqrt{12} = 0$

אם ידוע כי מכפלה של שניים משורשיה שווה ל-1.

(11) מצא פולינום ממשי ממעלה רביעית ששורשיו הם: $-1, 2, 1 + \sqrt{2}i$.

(12) פתור את המשוואה $z^4 - 2z^3 + z^2 + 2z - 2 = 0$ אם ידוע שאחד מפתרונותיה הוא $z = 1 + i$.

תשובות סופיות:



(1) א. $P(x) = \frac{1}{3}x^3 + -\frac{1}{4}x^2 + \frac{27}{16}$ ב. להלן גרף:

(2) $a = \frac{1}{4}, b = 1$

(3) שאלת הוכחה.

(4) $a = 2, b = -8$

(5) $R(x) = 12x - 14$

(6) $R(x) = \frac{3}{5}x^2 - \frac{7}{5}$

(7) א. $b = \frac{1}{4}, c = \frac{1}{2}$

ב. שארית: $91.25x - 1$, מנה: $x^3 + 3.25x^2 + 9.75x + 29.75$

(8) א. $a = -12, b = -14$ ב. $x_{1,2} = -2, 7, x_{3,4} = \pm\sqrt{2}i$

(9) עבור $k = 0$ מקבלים: $x_1 = x_2 = 1, x_3 = -1$

עבור $k = -3$ מקבלים: $x_1 = 1, x_{2,3} = \frac{1}{2}(-9 \pm \sqrt{85})$

(10) $t_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3}, t_3 = \sqrt{12}$

(11) $P(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6$

(12) $z_{1,2} = 1 \pm i, z_{3,4} = \pm 1$