מבוא לאקונומטריקה ב

פרק 5 - משוואות סימולטניות

תוכן העניינים

1. כללי 1

משוואות סימולטניות:

רקע:

עוסקות בהפרת ההנחה של אי תלות בין המב"ת לטעויות בניבוי: $\mathrm{cov}(x,u)=0$.
ה- X ים במשוואה נחשבו משתנים אקסוגניים – משפיעים על Y אך לא מושפעים ממנו בחזרה לעומת זאת משתנים אנדוגניים – משפיעים על Y אך גם מושפעים ממנו בחזרה. מאחר ומשתנים אלו הם גם מסבירים וגם מוסברים, הם נחשבים כמשתנים מקריים, המתואמים עם הטעויות במודל: $\mathrm{cov}(x,u)\neq 0$.

משוואות המבנה (משוואות סימולטניות):

מערכת משוואות הכוללות משתנים מסבירים אנדוגניים ואקסוגניים.
בד"כ מדובר בשתי משוואות אשר המשתנה המוסבר בראשונה הוא משתנה מסביר בשנייה והמשתנה המוסבר בשנייה הוא משתנה מסביר בראשונה.
משתנים המופיעים באחת המשוואות כמוסברים ובאחרת כמסבירים הם משתנים אנדוגניים. יתר המשתנים במשוואות הם אקסוגניים.
המטרה היא לאמוד בצורה יעילה את הפרמטרים (אלפות ובטות) ולבצע בדיקת השערות.

השלכות על אר"פ:

הנחת אי תלות בין המשתנה הב"ת והטעויות שימשה אותנו להוכחת ליניאריות, חוסר הטיה ועקיבות.
לכן הפרתה משמעה פגיעה בכל תכונות אר"פ.
האומדים לא ליניאריים, מוטים לא עקיבים ולכן גם לא יעילים (לפי גאוס מרקוב).
אומד השונות מוטה גם הוא ובדיקת ההשערות לא תקפה (ללא תלות בגודל המדגם).

הצורה המצומצמת של מודל עם משוואות סימולטניות:

משוואות הצורה המצומצמת הן פתרון עבור המשתנים האנדוגניים במערכת:
הגדרת המשתנים האנדוגניים כפונקציה של המשתנים האקסוגניים במערכת בלבד.
מספר המשוואות המצומצמות הוא כמספר המשתנים האנדוגניים במערכת (במקרה זה שניים).

תכונות המשוואות מהצורה המצומצמת:

- מס' המשוואות הוא כמספר המשתנים האנדוגניים במערכת (X ו- Y).
- המשתנה המוסבר הוא אנדוגני וכל המסבירים אקסוגניים.
- המשתנים המסבירים הם זהים בכל המשוואות (ה- Z ים).
- מכיוון שכל המשתנים המסבירים הם אקסוגניים ניתן לאמוד את הפרמטרים (ה- λ ות וה- μ ים) ב-OLS ולקבל אומדים ליניאריים, חסרי הטיה, יעילים ועקיבים עם יכולת לבצע בדיקת השערות.

אמידת הפרמטרים של משוואות המבנה באמצעות משוואות הצורה המצומצמת:
משוואות הצורה המצומצמת מאפשרות לאמוד את הפרמטרים בשיטת OLS אבל אנחנו מעוניינים למעשה לאמוד את הפרמטרים של המשוואות המקוריות – משוואות המבנה. מתוך הפרמטרים של הצורה המצומצמת נחלץ את הפרמטרים של משוואות המבנה.

בתהליך החילוץ של הפרמטרים המבניים ייתכנו 3 מצבים:

1. אין זיהוי: לא ניתן לחלץ את הפרמטרים המבניים מתוך הפרמטרים של הצורה המצומצמת.
2. זיהוי מדויק: יש רק דרך אחת לחלץ את הפרמטרים המבניים מהפרמטרים של הצורה המצומצמת.
3. זיהוי יתר: יש יותר מדרך אחת לחלץ את הפרמטרים המבניים מתוך הפרמטרים של הצורה המצומצמת.

בכדי להקל על בעיית הזיהוי מומלץ לאמץ את הכלל הבא:
עבור כל אחת מהמשוואות המבניות יש לחשב:

1. $g-1$: מס' אנדוגניים במשוואה הספציפית פחות 1 ולהשוות עם:
2. $K-k$: מספר אקסוגניים סה"כ בשתי המשוואות כולל חותך (K) פחות מספר אקסוגניים במשוואה הספציפית כולל חותך (k).

אם 2=1 זיהוי מדויק ; 2>1 זיהוי יתר ; 2<1 אין זיהוי.

שיטות לפתרון משוואות סימולטניות:

1. שיטת ריבועים פחותים עקיפה (ILS):
   א. יש להציג את מערכת משוואות המבנה בצורתה המצומצמת.
   ב. יש לאמוד בשיטת OLS את הפרמטרים של המשוואות בצורה המצומצמת.
   ג. יש לחלץ מן הפרמטרים של המערכת המצומצמת את הפרמטרים של הצורה המבנית.

משום שתהליך החילוץ איננו ליניארי האומדים המבניים המתקבלים הם מוטים אך עקיבים.
כאשר הזיהוי מדויק: האומדים יהיו גם אסימפטוטית יעילים (במדגמים גדולים).
כאשר הזיהוי הוא יתר: האומדים לא יהיו יעילים.

2. שיטת ריבועים פחותים בשני שלבים (2SL2):
   א. אמידת משוואות הצורה המצומצמת בשיטת OLS ושימוש בתוצאות האמידה כדי לחשב את המשתנים האנדוגניים (המסבירים).
   ב. הצבת המשתנים האנדוגניים שהתקבלו במשוואות המבנה ואומדתם ב-OLS.

אם משוואות המבנה מזוהות בדיוק או ביתר – האומדים שיתקבלו יהיו אמנם מוטים אבל עקיבים ויעילים אסימפטוטית. האומדים שיתקבלו יהיו זהים לאומדים שהתקבלו בשיטת הריבועים הפחותים העקיפה.
כאשר אין זיהוי: אין אקסוגניים ולכן אין משתנים מסבירים בצורה המצומצמת או שכל האקסוגניים בצורה המצומצמת כבר קיימים במשוואה המקורית ולכן החלפת x ב-$\hat{x}$ תיצור בעיה של מולטיקוליניאריות מלאה.

3. שיטת משתני העזר (IV):
   משתנה עזר הוא משתנה שיחליף את המשתנה המסביר האנדוגני במשוואת המבנה ויעזור לאמוד את הקשר בינו לבין התלוי.
   משתנה העזר צריך להיות:
   א. משתנה אקזוגני או פונקציה ליניארית של משתנים אקזוגניים: $\mathrm{cov}(Z,u)=0$.
   ב. מתואם עם המשתנה האנדוגני אותו הוא מחליף: $\mathrm{cov}(Z,X)\neq 0$.

ככל שהמתאם גבוה יותר, האומד שיתקבל באמצעותו יהיה טוב יותר.
הבעיה: אומדני OLS שיתקבלו יהיו מוטים, לא עקיבים ולא יעילים.
הפתרון בשיטת IV: אמידת ההשפעה של Y על X עם משתנה אקסוגני שלא קיים במערכת שמתואם עם Y (אותו הוא מחליף) אך לא עם u.

אם יש יותר ממשתנה עזר אחד המקיימים את התנאים הנ"ל, האומדים שיתקבלו יהיו כולם מוטים אך עקיבים (ניתן להשתמש בהם במדגמים גדולים).
משתנה העזר היחיד שיניב אומד יעיל יהיה בעל המתאם הגבוה ביותר עם המשתנה האנדוגני אותו הוא בא להחליף. משתנה עזר זה יהיה אומדן לאנדוגני שהתקבל מאמידת משוואת הצורה המצומצמת בשלב הראשון של 2SLS.

משתנה לא יוכל לשמש כמשתנה עזר:
אם נוסחתו מכילה רק משתנים אקזוגניים המצויים במשוואת המבנה בה הוא משמש כמשתנה עזר, שכן אז תיווצר בעיית מולטיקוליניאריות מלאה.
במילים אחרות, נוסחת משתנה העזר צריכה להיות מורכבת מלפחות משתנה אקזוגני אחד שלא מופיע במשוואה כדי שהמשתנה יוכל לשמש כמשתנה עזר.

משתני עזר שונים יכולים להניב את אותם האומדים לפרמטרים:
נבדוק זאת בצורה הבאה: נמחק מהנוסחאות של משתני העזר את המשתנים האקסוגניים המופיעים במשוואה. אם נשארנו עם שני ביטויים שהם מכפלה אחד של השני, יתקבלו אותם האומדים.

סיכום תוצאות אמידה של משוואות סימולטניות:

מס' האומדים שיתקבלו בשלושת השיטות ותכונותיהם תלויים בזיהוי של המשוואה:
אם המשוואה לא מזוהה: לא ניתן להשתמש באף אחת מהשיטות.
כאשר המשוואה מזוהה (בדיוק או ביתר): האומדים שיתקבלו בשלושת השיטות יהיו תמיד מוטים אך עקיבים.

תכונת היעילות ומס' האומדים האפשרי מסוכמים בטבלה הבאה:

	מזוהה בדיוק	**מזוהה ביתר**
שיטת ILS	אומד אחד לפרמטר **יעיל**	יתכן יותר מאומד אחד לפרמטר **לא יעילים**
שיטת 2SLS	אומדן אחד למשתנה האנדוגני **יעיל**	
שיטת IV	אינסוף משתני עזר אם משתנה העזר זהה לאומדן לאנדוגני המתקבל בשלב הראשון בשיטת 2SLS – הוא יהיה גם **יעיל**	

כאשר הזיהוי מדויק יתקבל אותו אומד מוטה אך עקיב ויעיל בשלושת השיטות: ILS, 2SLS ו-IV (במידה ומשתנה העזר הוא $\hat{X}_t$ מהשלב הראשון של 2SLS).

משתנים בפיגור ומשוואות סימולטניות:

אם X_t אקסוגני אז גם המשתנים בפיגור X_{t-p} בוודאות אקסוגניים.

אם Y_t אנדוגני אז מעמדם של המשתנים בפיגור תלוי בקיומו של מתאם סדרתי:

אם יש מתאם סדרתי: $\text{cov}(Y_{t-1}, u_t \neq 0)$, אז Y_{t-1} אנדוגני.

אם אין מתאם סדרתי: $\text{cov}(Y_{t-1}, u_t = 0)$, אז Y_{t-1} אקסוגני.

מבחנים סטטיסטיים לבחינת אנדוגניות ולחוזק משתנה עזר:

מבחן האוזמן (Hausman Test):
מבחן המשמש אותנו לבחינת אנדוגניות של משתנה מסוים.

- השלב הראשון לביצוע מבחן האוזמן הוא הרצת המשוואה המצומצמת – כלומר, המשתנה שחושדים שהוא אנדוגני כתלוי על כל האקסוגניים.
- מאמידה זו נשמור את סידרת השאריות הנאמדות (vhat).
- כעת נאמוד את המודל המקורי (משוואת המבנה) ונוסיף לו את (vhat) כמשתנה מסביר חדש.
- לפי תוצאות האמידה – אם המקדם של vhat מובהק נסיק כי המשתנה הוא אכן משתנה אנדוגני במודל.

מבחן לחוזק IV:
מבחן שמתבצע על המשוואה המצומצמת שבה נעשה שימוש במשתני העזר.
בודקים:

א. האם משתנה העזר לניבוי המשתנה התלוי מובהק באוכ' באמצעות מבחן t למובהקות מקדם הרגרסיה. אם כן- ניתן להסיק כי המשתנה האקסוגני, המשמש כמשתנה עזר, מתואם עם האנדוגני אותו הוא אמור להחליף.

ב. אולם בכדי לבדוק האם משתני העזר חזקים מספיק נבצע מבחן F למובהקות כל משתני העזר המוצעים במשוואה המצומצמת. כלל אצבע-רק אם: $F_{stat} > 10$ נוכל להסיק כי משתני העזר חזקים מספיק בכדי שנוכל לקבל תוצאות אמינות כאשר אנו משתמשים בהם.

שאלות:

זיהוי משוואות המבנה:

1) חוקר רצה לאמוד את פונקציית הביקוש ואת פונקציית ההיצע לתות שדה.
הוא אסף נתונים עבור 30 תקופות:

Pt - מחיר קופסא בש"ח בתקופה t.

Qt - כמות נקנית בק"ג בתקופה t.

Zt - מחיר פרי תחליפי ב-₪ בתקופה t.

$INCOMEt$ - הכנסת הצרכנים באלפי ₪ בתקופה t.

Lt - מחיר שעת עבודה ב-₪ בתקופה t.

א. החוקר מניח שהכמות המבוקשת היא פונקציה של מחיר התות שדה, של מחיר הפרי התחלפי ושל הכנסת הצרכנים, והכמות המוצעת היא פונקציה של מחיר התות שדה ושל מחיר העבודה.
נסחו את המודל הסימולטני, תחת ההנחה שהגמישויות קבועות.
הציגו גם את תנאי הסדר וקבעו עבור כל משוואה אם היא מזוהה במדויק, ביתר או בחסר.

ב. עיינו במודל 1 שבדפי הפלט (ראו סרטון) והשיבו: איזו פונקציה נאמדה, והאם תוצאות האמידה שהתקבלו מתיישבות עם התיאוריה הכלכלית? נמקו.

ג. עיינו בדפי הפלט המתאימים (ראו סרטון) והשיבו: אם העלות של שעת עבודה תעלה באחוז אחד, מהם השינויים הצפויים בכמות ובמחיר של שווי משקל?

ד. בתקופה מסוימת אנו צופים שמחיר המוצר התחלפי יהיה 10 ₪,
ההכנסה תהיה 50 אלף ₪, מחיר שעת עבודה 25 ₪.
מה יהיה מחיר שווי המשקל של תות השדה?
האם ניתן גם לאמוד את כמות שווי המשקל?

להלן הפלטים:

Model 1: TSLS estimates using the 30 observations 1-30

Dependent variable: l_Q

Instruments: l_L

VARIABLE	COEFFICIENT	STDERROR	T STAT	P-VALUE
const	-1.83485	1.14385	-1.604	0.10869
l_P	-1.34898	0.645690	-2.089	0.03669 **
l_Z	1.72145	0.467875	3.679	0.00023 ***
l_income	0.984145	0.483543	2.035	0.04182 **

Mean of dependent variable = 2.8776

Standard deviation of dep. var. = 0.300322

Sum of squared residuals = 2.67757

Standard error of residuals = 0.32091

Unadjusted R-squared = 0.222881

Adjusted R-squared = 0.133214

F-statistic (3, 26) = 2.48564 (p-value = 0.0829)

Model 3: OLS estimates using the 30 observations 1-30

Dependent variable: l_Q

VARIABLE	COEFFICIENT	STDERROR	T STAT	P-VALUE
const	0.499595	0.630065	0.793	0.43500
l_L	-0.611731	0.163450	-3.743	0.00091 ***
l_income	0.395076	0.142590	2.771	0.01019 **
l_Z	0.937441	0.197381	4.749	0.00007 ***

Mean of dependent variable = 2.8776

Standard deviation of dep. var. = 0.300322

Sum of squared residuals = 0.834357

Standard error of residuals = 0.179139

Unadjusted R-squared = 0.681008

Adjusted R-squared = 0.644201

F-statistic (3, 26) = 18.5023 (p-value < 0.00001)

Log-likelihood = 11.1662

(Log-likelihood for Q = -75.1618)

Model 4: OLS estimates using the 30 observations 1-30

Dependent variable: l_P

VARIABLE	COEFFICIENT	STDERROR	T STAT	P-VALUE
const	-1.73053	0.419481	-4.125	0.00034 ***
l_L	0.453478	0.108821	4.167	0.00030 ***
l_income	0.436678	0.0949326	4.600	0.00010 ***
l_Z	0.581185	0.131411	4.423	0.00015 ***

Mean of dependent variable = 2.99427

Standard deviation of dep. var. = 0.314761

Sum of squared residuals = 0.369832

Standard error of residuals = 0.119266

Unadjusted R-squared = 0.871281

Adjusted R-squared = 0.856428

F-statistic (3, 26) = 58.6632 (p-value < 0.00001)

Log-likelihood = 23.3704

(Log-likelihood for P = -66.4576)

שיטת ILS:

2) נניח שאנו מתכוונים לאמוד את המשוואות:

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t$$
$$Y_t = C_t + Z_t$$

כאשר:

C_t - הוצאות לתצרוכת פרטית.

Y_t - הכנסה לאומית.

u_t - הפרעה אקראית.

א. מהי הבעיה באמידת המשוואות בשיטת הריבועים הפחותים? מהן תכונות אר"פ?

ב. האם המשוואות מזוהות?

ג. אמדו את מערכת המשוואות בצורתה המצומצמת באופן ידני.

ד. מהו הפתרון של המשוואות המצומצמות בשיטת ILS?

להלן תוצאות אמידת מערכת המשוואות בצורה המצומצמת:

Dependent Variable: C

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	14848.38	2568.8	5.78027	0.000
Z	1	-0.087066	0.3036	-0.2867	0.776

Dependent Variable: Y

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	14848.38	2568.8	5.78027	0.0000
Z	1	0.912934	0.3036	3.00699	0.0049

ה. חשבו את האומדים המבניים.

שיטת 2SLS:

3) תאר את תהליך האמידה בשני שלבים (2SLS) של משוואות המבנה:

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + u_t$$
$$Y_t = C_t + Z_t$$

כאשר:

C_t - הוצאות לתצרוכת פרטית.

Y_t - הכנסה לאומית.

u_t - הפרעה אקראית.

א. מה ניתן יהיה לומר על האומדים שהתקבלו בשיטה זו?

ב. מה יהיה ערכם של האומדים $\hat{\beta}$ ו- $\hat{\alpha}$?

להלן תוצאות האמידה בשיטת 2 השלבים:

Dependent variable: C

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	16264.47	8221.233	1.978349	0.0520
y	1	-0.095370	0.364274	-0.261808	0.7943

Dependent variable: Y

Parameter Estimates

Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	T for H0: Parameter=0	Prob>|T|
INTERCEP	1	-9.95E-09	3.52E-09	-2.828212	0.0062
C	1	1.00000	2.08E-13	4.80E+12	0.0000
Z	1	1.00000	1.99E-13	5.04E+12	0.0000

4) לפניך המודל הסימולטני הבא:

משוואת הביקוש: $Q_t^D = \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 Z_t + u_t$.

משוואת ההיצע: $Q_t^S = \beta_0 + \beta_1 P_t + v_t$.

P_t - מחיר המוצר בתקופה t.

Q_t^D - כמות מבוקשת בתקופה t.

Q_t^S - כמות מוצעת בתקופה t.

Z_t - מחיר המוצר התחלפי בתקופה t.

Z_t הוא משתנה אקסוגני.

א. רשום את המשוואות המצומצמות וקבע את התכונות של אומדי OLS למשוואות אלה.

ב. היעזר בשיטת ILS לאמידת הפרמטרים של המשוואה שניתן לזהות, אם התקבלו המשוואות המצומצמות הבאות:

$$\hat{Q}_t = 2 + 3Z_t$$

$$\hat{P}_t = 1 + 4Z_t$$

ג. באם ננסה לאמוד את משוואת הביקוש בשיטת TSLS:
האם ניתן יהיה לאמוד מספרית את המשוואה של השלב הראשון? נמק.
האם ניתן יהיה לאמוד מספרית את המשוואה של השלב השני? נמק.

ד. החוקר מנסה לאמוד את משוואת ההיצע בשיטת TSLS.
למה שווה האומדן שיתקבל ל-β_1?

שיטת IV:

5) נתונות המשוואות הבאות:

1. $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X_t + \alpha_2 \cdot Z_{1t} + \alpha_3 \cdot Z_{2t} + \varepsilon_t$.
2. $X_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot Y_t + \beta_2 \cdot Z_{1t} + \omega_t$.

נתון כי: T_t , X_t משתנים אנדוגניים ו- Z_{1t} , Z_{2t} משתנים אקסגוניים.
חוו דעתכם על כל אחת מהטענות הבאות, והסבירו:

א. ניתן להשתמש ב-Z_{1t} כמשתנה עזר לאמידת משוואה מס' 1.

ב. ניתן להשתמש ב-$\frac{Z_{1t} + Z_{2t}}{2}$ כמשתנה עזר לאמידת משוואה מס' 2.

ג. יתכנו מספר אומדים עקיבים שונים זה מזה ל-β_2 במשוואה מס' 2.

ד. שימוש ב-Z_2 כמשתנה עזר לאמידת משוואה מס' 2 יניב אומדים עקיבים וגם יעילים.

ה. משתנה העזר $Z_{1t} + Z_{2t}$ יניב אומדים זהים לאלו שהתקבלו בסעיף ב'.

ו. משתנה העזר $3Z_{1t} + 5Z_{2t}$ יניב אותם אומדים כמו משתנה העזר בסעיף ד'.

ז. משתנה העזר $7Z_{1t} + 5Z_{2t}$ יניב אומדים זהים לאלו שהתקבלו בסעיף ב'.

מבחן האוזמן:

6) נניח שאתם מעוניינים לאמוד את הקשר בין כלכלה לפיתוח פוליטי.
לכל מדינה i נסמן ב- Y_i – את הרמה הנאמדת של ההכנסה, נסמן ב- s_i את שיעור החיסכון במדינה i וב- D_i את האיתנות הנאמדת של השלטון הדמוקרטי. אתם שוקלים לאמוד מודל ליניארי של הכנסה ושיעור החיסכון על איתנות הממשל דמוקרטי: $D_i = \beta_1 + \beta_2 Y_i + \beta_3 s_i + \varepsilon_i$.
אבל אתם חוששים ש- $\text{cov}(Y_i, \varepsilon_i) \neq 0$.
הסבירו כיצד תשתמשו ב – *Hausman Test* כדי לבחון את ההשערה: $H_0 : \text{cov}(Y_i, \varepsilon_i) = 0$?

מבחן לחוזק IV:

7) נתונה מערכת המשוואות הסימולטניות הבאות:

$$Y_{1i} = \gamma Y_{2i} + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$$
$$Y_{2i} = \delta Y_{1i} + \beta_3 X_{3i} + v_i$$

כאשר: X_1, X_2, X_3 הינם משתנים אקסוגנים.
להלן מערכת המשוואות של הצורה המצומצמת:

$$Y_{1i} = \pi_{11} X_{1i} + \pi_{12} X_{2i} + \pi_{13} X_{3i} + \tilde{u}_i$$
$$Y_{2i} = \pi_{21} X_{1i} + \pi_{22} X_{2i} + \pi_{23} X_{3i} + \tilde{v}_i$$

תארו כיצד בודקים ש- X_{1i} ו- X_{2i} אינם משתני עזר חלשים ל- Y_{1i} במשוואה השנייה?

תרגילים מסכמים:

1) נתונות המשוואות הבאות:

1. $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \alpha_2 Z_{1t} + \alpha_3 Z_{2t} + \alpha_4 Z_{3t} + \alpha_5 Z_{4t} + u_t$.
2. $X_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Z_{1t} + \beta_3 Z_{2t} + \beta_4 Z_{5t} + v_t$.

נתון כי: $\text{cov}\left(Z_j, u_t\right) = 0$ עבור $j = 1,....,5$ (כלומר ה-Z ים אקסוגוניים).

א. אמידת כל אחת מהמשוואות תניב אומדים:

i. מוטים — נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת.

ii. עקיבים — נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת.

ב. משוואה 1 — מזוהה בדיוק/ מזוהה ביתר/בלתי מזוהה

משוואה 2 — מזוהה בדיוק/ מזוהה ביתר/ בלתי מזוהה

ג. חווה דעתך על הטענות הבאות:

i. תוך שימוש בשיטת ILS ניתן לאמוד את משוואה 1 באופן עקיב וחד ערכי: נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת

ii. תוך שימוש בשיטת ILS ניתן לאמוד את משוואה 2 באופן עקיב וחד ערכי: נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת

ד. משוואות הצורה המצומצמת הן:

$Y_t = \lambda_0 + \lambda_1 Z_{1t} + \lambda_2 Z_{2t} + \lambda_3 Z_{3t} + \lambda_4 Z_{4t} + \lambda_5 Z_{5t} + \varepsilon_{1t}$.

$X_t = \mu_0 + \mu_{1t} + \mu_2 Z_{2t} + \mu_3 Z_{3t} + \mu_4 Z_{4t} + \mu_5 Z_{5t} + \varepsilon_{2t}$.

נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת.

ה. אמידת משוואות הצורה המצומצמת ב-OLS תניב אומדים חסרי הטיה, עקיבים ויעילים: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ו. להלן רשימה של משתני עזר פוטנציאליים:

i. Z_5.

ii. $\frac{Z_1 + Z_5}{2}$.

iii. $2Z_1 + 3Z_2 + Z_3$.

iv. $Z_3 + Z_4$.

v. $3Z_3 + 4Z_4$.

vi. $3Z_3 + 3Z_4$.

vii. Z_1.

עבור כל משתנה רשום באיזה משוואה ניתן להשתמש בו אם בכלל.

ז. איזה מבין משתני העזר הבאים יניבו את אותם האומדים עבור אותה המשוואה (תתכן יותר מתשובה אחת נכונה):

i. i ו-ii.

ii. iv ו-vi.

iii. v ו-vi.

iv. iv ו-v.

ח. האם משתנה עזר i (Z_5) יניב אומדים יעילים?

ט. אם ידוע כי אין מתאם סדרתי, האם X_{t-1} , Y_{t-1} הם אנדוגניים או אקסוגניים?

י. האם הוספה של משתנה אקזוגני נוסף למשוואה 1 תשנה את הזיהוי של משוואה 2?

יא. האם הוספה של משתנה אקסוגני נוסף למשוואה 2 תשנה את הזיהוי של משוואה 1?

יב. הנח כי הוטלו המגבלות הבאות על הפרמטרים המבניים: $\alpha_2 = \beta_2 = 0$.
האם ניתן כעת לזהות את יתר הפרמטרים במודל?

2) היצע העבודה של נשים נשואות היה נושא מרכזי במחקר הכלכלי.
לצרוך אמידת היצע זה נבחר המודל הבא:

$$HOURS = \beta_1 + \beta_2 WAGE + \beta_3 EDUC + \beta_4 AGE + \beta_5 KIDSL6 + \beta_6 KIDS618 + \beta_7 NWIFEINC + \varepsilon$$

כאשר:

$HOURS$ - היצע העבודה בשעות.

$WAGE$ - שכר לשעה.

$EDUC$ - מספר שנות הלימוד.

AGE - גיל.

$KIDSL6$ - מספר הילדים בבית מתחת לגיל 6.

$KIDS618$ - מספר הילדים בגיל 6-18.

$NWIFEINC$ - הכנסת משק הבית ממקורות שאינם בעבודתה של האישה.

א. מהם הסימנים שתצפו לקבל בכל אחד מהמקדמים?

ב. הסבירו מדוע לא ניתן לאמוד את משוואת ההיצע הנ"ל בשיטת הריבועים הפחותים.

ג. הניחו כי אנחנו משתמשים בניסיון של האישה בשוק העבודה ($EXPER$) ובריבועו ($EXPER^2$) כמשתני עזר למשתנה $WAGE$. הסבירו מדוע משתני העזר הללו עונים על הדרישות שלנו ממשתני עזר.

ד. תארו את השלבים (לא בפקודות מחשב) שתבצעו כדי לקבל את האומדים בשיטת TSLS.

3) נתונה מערכת המשוואות הסימולטניות הבאה:

$$Y_{1t} = \gamma Y_{2i} + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$$
$$Y_{2i} = \delta Y_{1i} + \beta_3 X_{3i} + v_i$$

כאשר X_1 , X_2 , X_3 הינם משתנים אקסוגנים.

א. חלצו את מערכת המשוואות המצומצמת (Reduced Form Equations) של Y_1 ו- Y_2 (ז"א פתרו את המערכת המבנית עבור שני המשתנים האנדוגניים Y_1 ו- Y_2 על מנת לקבל את הצורה המצומצמת. כתבו את המקדמים והשאריות במערכת המצומצמת למטה כפונקציות של הפרמטרים והשאריות במערכת המבנית).

ב. הראו שבהינתן אומדים עקיבים ל- $\pi_{11},...,\pi_{23}$ ניתן למצוא אומד עקיב ל- γ.

ג. האם γ ניתן לזיהוי כאשר $\beta_3 = 0$?

ד. אילו תנאים צריכים X_{1i} ו- X_{2i} לקיים בכדי להיות משתני עזר ל- Y_{1i} במשוואה השנייה?

ה. תארו כיצד בודקים ש- X_{1i} ו- X_{2i} אינם משתני עזר חלשים ל- Y_{1i} במשוואה השנייה?

4) נניח שאתם מעוניינים לאמוד את הקשר בין כלכלה לפיתוח פוליטי.
לכל מדינה i נסמן ב- Y_i - את הרמה הנאמדת של ההכנסה וב- D_i את האיתנות הנאמדת של השלטון הדמוקרטי. אתם שוקלים לאמוד מודל ליניארי של הכנסה על ממשל דמוקרטי: $D_i = \beta_1 + \beta_2 Y_i + \varepsilon_i$, אבל אתם חוששים ש- $\text{cov}(Y_i, \varepsilon_i) \neq 0$.

א. הסבירו מדוע החשש שההכנסה מתואמת עם השגיאה במשוואה הנ"ל הגיוני?

ב. האם אומד הריבועים הפחותים של β_2 הינו חסר הטיה?

ג. נסמן ב- S_i את שיעור החיסכון במדינה i. הסבירו אלו תנאים צריך משתנה עזר (iv) לקיים. נמקו מדוע S_i מתאים או לא מתאים לשמש כמשתנה עזר.

ד. הסבירו כיצד תשתמשו בשיטת 2SLS כדי לאמוד את β_2. האם האומד המתקבל עקיב?

ה. הסבירו כיצד תשתמשו ב- *Hausman Test* כדי לבחון את ההשערה:
$H_0 : \text{cov}(Y_i, \varepsilon_i) = 0$.

תשובות סופיות:

1) א. $\ln Q_t^D = \alpha_0 + \alpha_1 \ln P_t + \alpha_2 \ln Z_t + \alpha_3 \ln INCOME_t + u_t$

$$\ln Q_t^S = \beta_0 + \beta_1 \ln P_t + \beta_2 \ln L_t + v_t$$

$$Q_t^D = Q_t^S$$

משוואת הביקוש מזוהה במדויק.

משוואת ההיצע מזוהה ביתר.

ב. פונקציית הביקוש, התוצאות מתיישבות.

ג. הכמות תרד ב-0.61173%, המחיר יעלה ב-0.453478%.

ד. $\hat{P} = 16.05$, $\hat{Q} = 9.34$.

2) א. ראו סרטון. ב. מזוהות בדיוק. ג. $\hat{Y}_t = \hat{\gamma}_3 + \hat{\gamma}_4 Z_t$, $\hat{C}_t = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 Z_t$.

ד. $\hat{\beta} = \frac{\hat{\gamma}_1}{\hat{\gamma}_4}$, $\hat{\alpha} = \frac{\hat{\gamma}_0}{\hat{\gamma}_4} = \frac{\hat{\gamma}_3}{\hat{\gamma}_4}$. ה. $\hat{\beta} = -0.09537$, $\hat{\alpha} = 16,264.46$.

3) א. מוטים אך עקיבים ויעילים במדגמים גדולים.

ב. $\hat{\beta} = -0.09537$, $\hat{\alpha} = 16,264.47$.

4) א. $Q_t = \beta_0 + \beta_1 \cdot \frac{\beta_0 - \alpha_0}{\alpha_1 - \beta_1} - \frac{\beta_1 \cdot \alpha_2}{\alpha_1 - \beta_1} \cdot Z_t + \frac{\beta_1 (u_t - v_t)}{\alpha_1 - \beta_1} + v_t$, BLUE.

ב. $\hat{\beta}_1 = 0.75$, $\hat{\beta}_0 = 1.25$. ג. שלב ראשון: ניתן, שלב שני: לא ניתן.

ד. 0.75.

5) א. לא נכון. ב. נכון. ג. נכון. ד. נכון. ה. נכון.

ו. נכון. ז. לא נכון.

6) ראו סרטון.

7) ראו סרטון.

תרגילים מסכמים:

1) א.i. נכון. ii. לא נכון.

ב. משוואה 1: מזוהה בדיוק, משוואה 2: מזוהה ביתר.

ג.i. נכון. ii. לא נכון. ד. נכון. ה. נכון.

ו.i. 1. ii. 1. iii. 2. iv. 2. v. 2.

vii. 2. ז.i. נכון. ii. נכון. iii. לא נכון. iv. לא נכון.

ח. כן. ט. אקסוגניים. י. לא. יא. כן.

יב. משוואה 1 מזוהה בדיוק ומשוואה 2 מזוהה ביתר.

2) א. מקדם wage חיובי, מקדם educ לא ניתן לדעת, מקדם age יכול להיות חיובי או שלילי, מקדם kidsl6 שלילי, מקדם kids618 חיובי, מקדם nwifeinc שלילי.

ב. ראו סרטון. ג. ראו סרטון. ד. ראו סרטון.

3) א. $\pi_{13} = \frac{\beta_3 \gamma}{1 - \delta\gamma}$, $\pi_{12} = \frac{\beta_2}{1 - \delta\gamma}$, $\pi_{11} = \frac{\beta_1}{1 - \delta\gamma}$,

$$\pi_{23} = \frac{\beta_3}{1 - \delta\gamma} \text{ , } \pi_{22} = \frac{\beta_2 \delta}{1 - \delta\gamma} \text{ , } \pi_{21} = \frac{\beta_1 \delta}{1 - \delta\gamma} \text{ ,}$$

$$\tilde{v}_i = \frac{v_i + \delta u_i}{1-\delta\gamma} \ , \ \tilde{u}_i = \frac{u_i + \gamma v_i}{1-\delta\gamma} .$$

ב. מכיוון ש- $\gamma = \frac{\pi_{13}}{\pi_{23}}$, ניתן לקבל אומד עקיב ל- γ ע"י $\hat{\gamma} = \frac{\hat{\pi}_{13}}{\hat{\pi}_{23}}$.

ג. לא. ד. צריכים להיות מתואמים עם y_{1i} ובלתי מתואמים עם v_i .

ה. ראו סרטון.

4) א. טעות מדידה במשתנה המוסבר, משתנה מושמט, משוואות סימולטניות.

ב. לא. ג. ראו סרטון. ד. עקיב. ה. ראו סרטון.