מתמטיקה 2

פרק 29 - משוואות מסדר ראשון

תוכן העניינים

1. מבוא ..... (ללא ספר)
2. הפרדת משתנים 1
3. משוואה הומוגנית 3
4. משוואה לינארית מסדר ראשון 5
5. הצבות שונות ומשונות 7

הפרדת משתנים

שאלות

פתרו את המשוואות הבאות:

1) $\frac{dy}{dx}=\frac{x^2}{y} \quad (y\neq 0)$

2) $(1-x)y'=y^2$

3) $yy'\sqrt{1+x^2}+x\sqrt{1+y^2}=0$

4) $(x-1)\frac{dy}{dx}=4y \quad ; \quad y(2)=1$

5) $\frac{dy}{dx}=xy+3y-3x-9 \quad ; \quad y(1)=-1$

6) $\left(x^2y-2+2x^2-y\right)dx-\left(xy^2-4-4x+y^2\right)dy=0$

7) $dy=2t\left(y^2+4\right)dt$

8) $\frac{dx}{dt}=x^2-2x+2$

9) $y'+y^2\sin x=0 \quad ; \quad y(\pi)=1$

10) $\frac{dy}{dx}=y\sec^2 x \quad ; \quad y(0)=5 \quad (\cos x\neq 0)$

11) $\frac{dy}{dx}=\frac{xy^3}{\sqrt{1+x^2}} \quad ; \quad y(0)=1$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1 $y=\pm\sqrt{\frac{2}{3}x^3+k}$

2 $y=\frac{1}{\ln|1-x|-c},\quad y=0$

3 $\sqrt{1+y^2}=-\sqrt{1+x^2}+c$

4 $\frac{1}{4}\ln|y|=\ln|x-1|$

5 $\ln|y-3|=\frac{x^2}{2}+3x+\ln 4-3.5$

6 $y=2\pm\sqrt{(x-1)^2+k}$

7 $y=2\tan\left(2t^2+k\right)$

8 $x=1+\tan\left(t+c\right)$

9 $y=-\frac{1}{\cos x}$

10 $\ln|y|=\tan x+\ln 5$

11 $\frac{1}{-2y^2}=\sqrt{1+x^2}-1.5$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

משוואה הומוגנית

שאלות

פתרו את המשוואות בשאלות **1-8**:

1) $\left(y^3+x^3\right)dx+xy^2dy=0$

2) $y'=\frac{4y-3x}{2x-y}$

3) $y^2+x^2y'=xyy'$

4) $\left(3xy+y^2\right)dx+\left(x^2+xy\right)dy=0$

5) $\left(x-y\cos\frac{y}{x}\right)dx+x\cos\frac{y}{x}dy=0$

6) $y'=\frac{2xye^{(x/y)^2}}{y^2+y^2e^{(x/y)^2}+2x^2e^{(x/y)^2}}$

7) $y(1)=0\ ;\ \left(y+\sqrt{x^2+y^2}\right)dx-xdy=0$

8) $\left(2x^2t-2x^3\right)dt+\left(4x^3-6x^2t+2xt^2\right)dx=0$

9) נתונה המשוואה $\left(y^2+x^2\right)dx+xy^ndy=0$.

א. מה צריך להיות הערך של הקבוע n, על מנת שהמשוואה תהיה הומוגנית?

ב. פתרו את המשוואה עבור הערך של n שנמצא בסעיף א.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1 $-\ln|x|=\frac{1}{6}\ln\left|2(y/x)^3+1\right|+c\,,\qquad y=-\frac{x}{2^{1/3}}$

2 $\ln|x|=\frac{1}{4}\ln\left|(y/x)-1\right|-\frac{5}{4}\ln\left|(y/x)+3\right|+c\,,\quad y=x,\ y=-3x$

3 $-\ln|x|=\ln\left|(y/x)\right|-(y/x)+c,\quad y=0$

4 $-\ln|x|=\frac{1}{4}\ln\left|2(y/x)^2+4\right|+c,\quad y=0,\quad y=-2x$

5 $\ln|x|=-\sin(y/x)+c$

6 $\ln\left(1+e^{(x/y)^2}\right)=\ln|y|+c,\quad y=0$

7 $\ln x=\sinh^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)+c$

8 $\ln|t|=-\frac{1}{2}\ln\left|(x/t)-(x/t)^2\right|+c,\quad x(t)=0,\quad x(t)=t$

9 $n=1,\quad \ln|x|=-\frac{1}{4}\ln\left(1+2(y/x)^2\right)+c$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

משוואות ליניאריות מסדר ראשון

שאלות

פתרו את המשוואות הבאות:

1) $\frac{dy}{dx}+2xy=4x$

2) $xy'=y+x^3+3x^2-2x$

3) $(x>2)\quad (x-2)y'=y+2(x-2)^3$

4) $(x>0)\quad x^3y'+(2-3x^2)y=x^3$

5) $y(0)=1\ ;\ \frac{dy}{dt}+y=2+2t$

6) $(\sin x>0)\quad \frac{dy}{dx}+y\cot x=5e^{\cos x}$

7) $(\sin x>0)\quad y'-2y\cot x=1$

8) $z(\pi)=0\ ;\ x^2z'+2xz=\cos x$

9) $ydx=(2x+y^3)dy$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1) $y = 2 + C \cdot e^{-x^2}$

2) $y = x\left[\frac{x^2}{2} + 3x - 2\ln x + C\right]$

3) $y = (x-2)\left[x^2 - 4x + C\right]$

4) $y = \frac{1}{2}x^3 + C \cdot x^3 e^{\frac{1}{x^2}}$

5) $y = 2t + e^{-t}$

6) $y = \frac{1}{\sin x}\left[-5e^{\cos x} + C\right]$

7) $y = \sin^2 x\left[-\cot x + C\right]$

8) $z = \frac{\sin x}{x^2}$

9) $x(y) = y^2(y + c)$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

הצבות שונות ומשונות

שאלות

פתרו את המשוואות הבאות:

1) $y' = \cos(y - x)$

2) $y' = \frac{2y}{x} + \cos\left(\frac{y}{x^2}\right);\ y(1) = 0$

3) $y' - x^2 y + y^2 = x - \frac{x^4}{4},\ y(0) = 1$

תשובות סופיות

1) $-\frac{1}{\sin z} + c$

2) $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+\sin z}{1-\sin z}\right)$

3) $y = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x+1}$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©