

מבוא מתמטי למהנדסים

פרק 45 - משוואות מסדר ראשון

תוכן העניינים

1. מבוא (ללא ספר)
2. הפרדת משתנים 1
3. משוואה לינארית מסדר ראשון 3
4. פתרונות גרפיים ונומריים למשוואה מסדר ראשון 5

הפרדת משתנים

שאלות

פתרו את המשוואות הבאות :

$$(y \neq 0) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \quad (1)$$

$$(1-x)y' = y^2 \quad (2)$$

$$yy'\sqrt{1+x^2} + x\sqrt{1+y^2} = 0 \quad (3)$$

$$y(2)=1 ; (x-1)\frac{dy}{dx} = 4y \quad (4)$$

$$y(1) = -1 ; \frac{dy}{dx} = xy + 3y - 3x - 9 \quad (5)$$

$$(x^2y - 2 + 2x^2 - y)dx - (xy^2 - 4 - 4x + y^2)dy = 0 \quad (6)$$

$$dy = 2t(y^2 + 4)dt \quad (7)$$

$$\frac{dx}{dt} = x^2 - 2x + 2 \quad (8)$$

$$y(\pi) = 1 ; y' + y^2 \sin x = 0 \quad (9)$$

$$(\cos x \neq 0) \quad y(0) = 5 ; \frac{dy}{dx} = y \sec^2 x \quad (10)$$

$$y(0) = 1 ; \frac{dy}{dx} = \frac{xy^3}{\sqrt{1+x^2}} \quad (11)$$

תשובות סופיות

$$y = \pm \sqrt{\frac{2}{3}x^3 + k} \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{\ln|1-x| - c}, \quad y = 0 \quad (2)$$

$$\sqrt{1+y^2} = -\sqrt{1+x^2} + c \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \ln|y| = \ln|x-1| \quad (4)$$

$$\ln|y-3| = \frac{x^2}{2} + 3x + \ln 4 - 3.5 \quad (5)$$

$$y = 2 \pm \sqrt{(x-1)^2 + k} \quad (6)$$

$$y = 2 \tan(2t^2 + k) \quad (7)$$

$$x = 1 + \tan(t + c) \quad (8)$$

$$y = -\frac{1}{\cos x} \quad (9)$$

$$\ln|y| = \tan x + \ln 5 \quad (10)$$

$$\frac{1}{-2y^2} = \sqrt{1+x^2} - 1.5 \quad (11)$$

משוואות ליניאריות מסדר ראשון

שאלות

פתרו את המשוואות הבאות :

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = 4x \quad (1)$$

$$xy' = y + x^3 + 3x^2 - 2x \quad (2)$$

$$(x > 2) \quad (x-2)y' = y + 2(x-2)^3 \quad (3)$$

$$(x > 0) \quad x^3 y' + (2 - 3x^2)y = x^3 \quad (4)$$

$$y(0) = 1 ; \quad \frac{dy}{dt} + y = 2 + 2t \quad (5)$$

$$(\sin x > 0) \quad \frac{dy}{dx} + y \cot x = 5e^{\cos x} \quad (6)$$

$$(\sin x > 0) \quad y' - 2y \cot x = 1 \quad (7)$$

$$z(\pi) = 0 ; \quad x^2 z' + 2xz = \cos x \quad (8)$$

$$ydx = (2x + y^3)dy \quad (9)$$

תשובות סופיות

$$y = 2 + C \cdot e^{-x^2} \quad (1)$$

$$y = x \left[\frac{x^2}{2} + 3x - 2 \ln x + C \right] \quad (2)$$

$$y = (x-2) [x^2 - 4x + C] \quad (3)$$

$$y = \frac{1}{2} x^3 + C \cdot x^3 e^{\frac{1}{x^2}} \quad (4)$$

$$y = 2t + e^{-t} \quad (5)$$

$$y = \frac{1}{\sin x} [-5e^{\cos x} + C] \quad (6)$$

$$y = \sin^2 x [-\cot x + C] \quad (7)$$

$$z = \frac{\sin x}{x^2} \quad (8)$$

$$x(y) = y^2 (y + c) \quad (9)$$

פתרונות גרפיים ונומריים למשוואה מסדר ראשון

שאלות

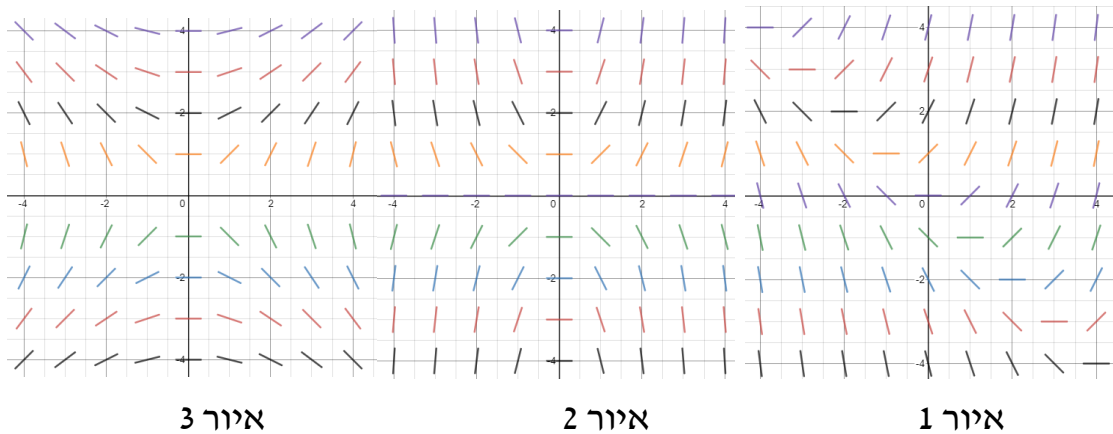
(1) שרטטו שדה כיוונים למשוואה הדיפרנציאלית $y' = 2y - x$.

(2) התאימו כל אחת מהמשוואות שבסעיפים א'-ג' לשדה הכיוונים שלה:

א. $y' = \frac{x}{y}$

ב. $y' = xy$

ג. $y' = x + y$



(3) נתונה המד"ר $y' = y - x$, $y(0) = 2$.

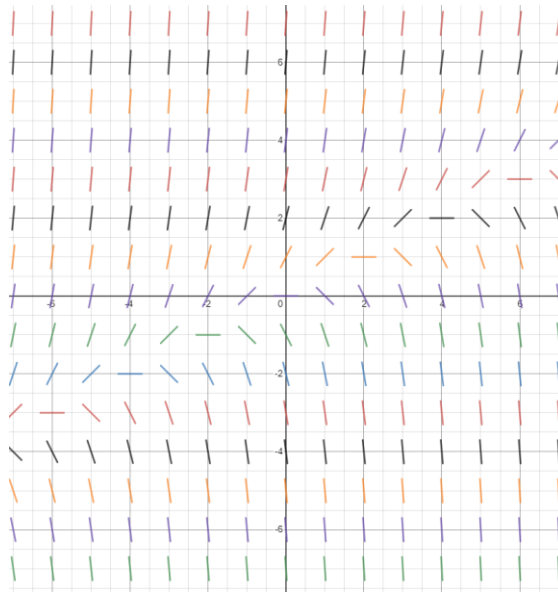
מצאו בקירוב את $y(1)$ בעזרת שיטת אוילר עם $h = 0.1$.

(4) נתונה המד"ר $y' = x + y$, $y(1) = 2$.

מצאו בקירוב את $y(2)$ בעזרת שיטת אוילר עם $h = 0.2$.

תשובות סופיות

(1)



(2) איור 1 – סעיף ג', איור 2 – סעיף ב', איור 3 – סעיף א'.

(3) $y(1) = 4.593$

(4) $y(2) = 6.95328$