מתמטיקה א

פרק 10 - מציאת מספר הפתרונות של משוואה (משפטי קושי ורול)

תוכן העניינים

1. מציאת מספר הפתרונות של משוואה 1
2. משפט רול 3

מציאת מספר הפתרונות של משוואה

שאלות

הוכיחו שלמשוואות בשאלות **1-3** יש בדיוק פתרון אחד:

1) $x^3+4x-1=0$

2) $x^2=-\ln x$

3) $-4x^3+21x^2-48x+28=0$

4) נתונה המשוואה $ax^3+bx^2+cx+d=0$ ונתון כי $b^2<3ac$.
מהו מספר הפתרונות של המשוואה? הוכיחו זאת.

עבור כל אחת מהמשוואות **5-6**, מצאו את מספר הפתרונות ופתרו אותה:

5) $e^{x-1}=x$

6) $\ln(x+5)-4=x$

הוכיחו שלמשוואות בשאלות **7-9** יש בדיוק שני פתרונות:

7) $e^x-5x=0$ **8)** $4x^3+5x-\frac{1}{x}=0$ **9)** $1+4x^4=8x^3$

בכל אחת מהמשוואות **10-12**, מצאו קשר בין הפרמטרים, על מנת שלמשוואות יהיה בדיוק פתרון אחד (הניחו שכל הפרמטרים שונים מאפס):

10) $ax^2+bx+c=0$

11) $ax^3+bx^2+cx+d=0$

12) $(n>4,\ odd)\ ax^n+bx^{n-2}+cx^{n-4}-d=0$

כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1) שאלת הוכחה.
2) שאלת הוכחה.
3) שאלת הוכחה.
4) פתרון יחיד.
5) $x=1$
6) $x=-4$
7) שאלת הוכחה.
8) שאלת הוכחה.
9) שאלת הוכחה.
10) $b^2-4ac=0$
11) $4b^2-12ac<0$
12) $b^2(n-2)^2-4anc(n-4)<0$

כתב ופתר – גיא סלומון ©

משפט רול

1) בדקו האם הפונקציה $f(x)$ בקטע הנתון מקיימת את תנאי משפט רול,
ומצאו את כל ערכי c המקיימים את מסקנת משפט רול:

א. $[0,2]$ $\quad f(x)=x^3-3x^2+2x$

ב. $[-1,1]$ $\quad f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-2}$

2) נתון ש- $f(x)=\dfrac{1}{(x-3)^2}$.
הראו ש- $f(1)=f(5)$, אך אין נקודה c, כך ש- $f'(c)=0$.
האם הדבר סותר את משפט רול? נמקו.

3) הוכיחו שלמשוואה $x^2+x^3+5x=1$ יש לפחות פתרון אחד,
ולכל היותר פתרון אחד.

4) נתון כי f גזירה פעמיים.
נתון כי f פונקציה זוגית שיש לה מינימום מקומי בנקודה $x_0=2$.
הוכיחו כי יש שתי נקודות בהן הנגזרת השנייה מתאפסת.

תשובות סופיות

1) א. כן, $1\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. ב. כן, $2-\sqrt{3}$.

2) לא, מכיוון שהפונקציה לא רציפה בנקודה $x=3$.

3) שאלת הוכחה.

4) שאלת הוכחה.

כתב ופתר – גיא סלומון ©