פיזיקה חשמל וגלים אלקטרומגנטיים

פרק 16 - מעגלי זרם חילופין

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים 1

הרצאות ותרגילים:

רקע:

המתח והזרם במעגלי זרם חילופים :

$$V(t) = V_{max}\sin(\omega t + \theta)\ ;\ \ I(t) = I_{max}\sin(\omega t)$$

ניתן לעבוד גם עם פונקציית קוסינוס במקום סינוס ההבדל יהיה רק בפאזה. הפאזה בפונקציית סינוס גדולה ב- $\frac{\pi}{2}$ מהפאזה בקוסינוס

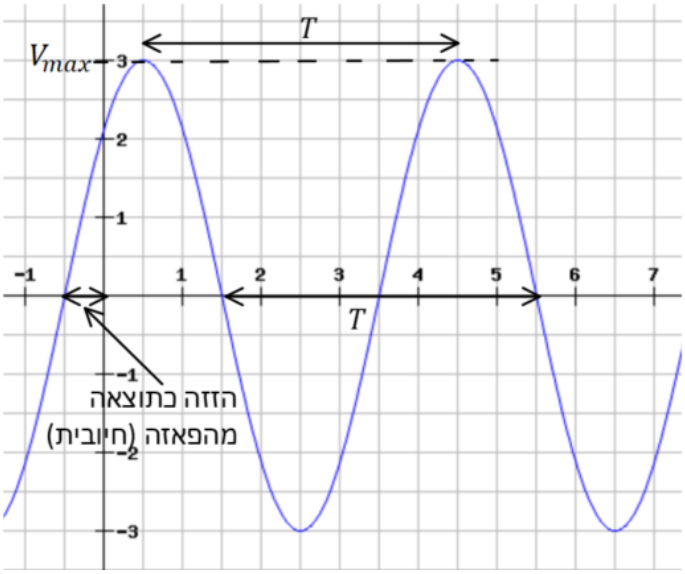
תדירות הזוויתית :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

T זמן המחזור ו f -התדירות בהרץ

θ - היא הפאזה של המתח ביחס לזרם

דוגמה לגרף של המתח כתלות בזמן :



זמן מחזור הוא המרחק בין שיא לשיא וממנו ניתן לחשב את התדירויות.
הפאזה מזיזה את הגרף. פאזה חיובית מזיזה את הגרף שמאלה ושלילית ימינה.
לחישוב הפאזה ניתן לקחת מהגרף את הערך באפס (חיתוך עם הציר האנכי) ואת V_{max} :

$$V(0) = V_{max}\sin(\theta)$$

<u>נגד במעגל מתח חילופין :</u>

חוק אוהם:

$$V_R(t) = RI(t)$$

R - התנגדות הנגד (קבוע).
הפאזה של המתח בנגד היא אפס ביחס לזרם.

<u>קבל במתח חילופין:</u>
הגדרת הקיבול, והקשר של המתח לזרם:

$$Q(t) = CV_C(t) \;\; ; \;\; I(t) = \frac{dQ}{dt} \;\; \Rightarrow \;\; I(t) = C\frac{dV_C(t)}{dt}$$

C - קיבול (קבוע)
הפאזה של המתח בקבל היא $\theta = -\frac{\pi}{2}$ ביחס לזרם.

ההיגב של קבל:

$$x_c = \frac{1}{\omega c}$$

היגב מוגדר לפי $x = \frac{V_{max}}{I_{max}}$, להיגב יחידות של התנגדות ונותן אומדן לסוג של התנגדות של הרכיב במעגל.

בתדירות מאוד נמוכה , מתח המקור כמעט ולא משתנה ומקבלים מעגל מתח ישר , הקבל הופך לנתק. היגב גבוהה מאוד.

בתדירות מאוד גבוהה, המתח משתנה מהר מאוד והקבל לא מספיק להטען. הקבל הופך לקצר (מתח אפס). היגב נמוך מאוד.

<u>סליל במעגל מתח חילופין:</u>
הקשר בין המתח לזרם:

$$V_L(t) = L\frac{dI(t)}{dt}$$

L - השראות (קבוע)
הפאזה של המתח בסליל היא $\theta = \frac{\pi}{2}$ ביחס לזרם.

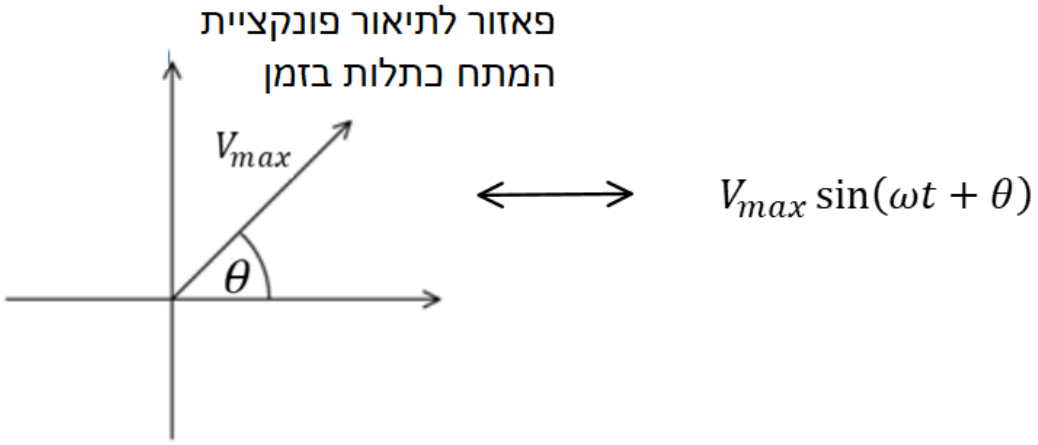
ההיגב של סליל:

$$x_L = \omega L$$

בתדירות מאוד נמוכה , אין שינוי בזרם ולכן המתח של הסליל אפס, הסליל מתנהג כמו קצר, היגב נמוך מאוד.

בתדירות מאוד גבוהה, שינוי זרם גדול יוצר מתח נגדי גדול בסליל. הסליל הופך לנתק.
היגב גבוה מאוד.

<u>פאזורים:</u>
פאזור הוא תאור של גודל סינוס המשתנה בזמן באמצעות וקטור. גודל הוקטור הוא הערך המקסימלי והזווית עם הציר האופקי היא הפאזה.



בשביל לחבר שני גדלים התלויים בזמן נחבר את הפאזורים שלהם (הקטור השקול מתאר את הערך המקסימאלי והפאזה של התוצאה).

<u>העכבה (אימפדנס) של המעגל</u>
עכבה היא "ההתנגדות השקולה" של מעגל מתח חילופין

$$Z=\frac{V_{s_{max}}}{I_{max}}=\sqrt{\left(X_{L_T}-X_{C_T}\right)^2+R_T^2}$$

השוויון האחרון נכון רק למעגל טורי.

$V_{s_{max}}$ - המתח המקסימאלי של המקור

R_T , X_{C_T} ו- X_{L_T} הם ההתנגדות השקולה, סכום ההיגבים של הקבלים וסכום ההיגבים של המשרנים.

זווית המופע של המקור:

$$\tan\theta_s=\frac{X_{L_T}-X_{C_T}}{R_T}$$

זרם אפקטיבי ומתח אפקטיבי:

$$I_{eff}=\frac{I_{max}}{\sqrt{2}}\quad;\quad V_{eff}=\frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

הם שורש הממוצע של ריבוע הגודל (סוג של ממוצע בזמן רק לגודל המתח והזרם).

תהודה:
מצב שבו הזרם הזרם האפקטיבי מקסימאלי. מתרחשת כאשר פאזת המקור מתאפסת.
התדירות בה יש תהודה במעגל RLC טורי:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{Lc}}$$

הספק ממוצע בנגד:

$$\overline{P}_R = I_{eff} V_{R_{eff}} = I_{eff} V_{s_{eff}} \cos\theta_s$$

θ_s - הפאזה של המקור

גורם ההספק:

$$\cos\theta_s$$

היחס בין ההספק בנגד להספק בקבל והמשרן.

ככל שהגורם גבוה יותר כך ניצול האנרגיה במעגל טוב יותר.

שאלות:

1) חישוב נוסחה

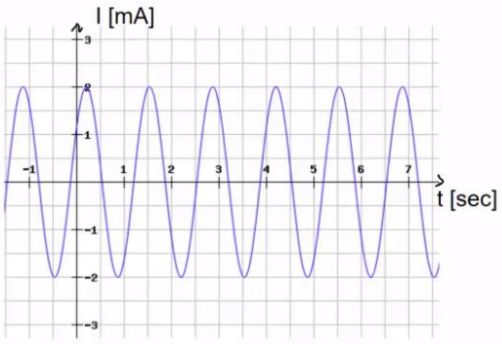
מקור מתח חילופין מספק מתח מקסימלי של 220 וולט בתדירות 50 הרץ.

א. מהו זמן המחזור של הפונקציה ומהי התדירות הזוויתית?

ב. רשום נוסחה למתח כתלות בזמן.

2) גרפים

בניסוי עם מעגל זרם חילופין הזרם במעגל נמדד באמצעות אמפרמטר המחובר למחשב. הזרם כפונקציה של הזמן ניתן מהמחשב בגרף הבא.



א. מהו הזרם המקסימאלי במעגל?

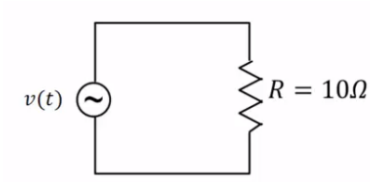
ב. מהו זמן המחזור של המקור ומהי התדירות הזוויתית?

ג. מהי זווית המופע של הזרם?

ד. רשום את הפונקציה של הזרם כתלות בזמן.

3) נגד ומקור בלבד

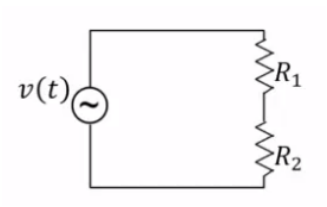
נגד בעל התנגדות של 10 אוהם מחובר למקור מתח חילופין אידיאלי (ללא התנגדות פנימית) בעל מתח מקסימאלי של 5 וולט ותדירות של 50 הרץ.



א. מהי התדירות הזוויתית של המקור?
ב. רשום נוסחה למתח המקור כתלות בזמן.
ג. מהו הזרם כתלות בזמן במעגל?

4) שני נגדים בטור

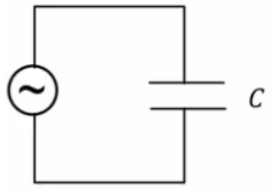
במעגל הבא שני נגדים: $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 10\Omega$ המחוברים בטור למקור מתח חילופין אידיאלי בעל מתח מקסימלי 5V ותדירות 10Hz.



א. מהו המתח כתלות בזמן של המקור?
ב. מהו הזרם כתלות בזמן במעגל?
ג. מהו הזרם בכל אחד מהנגדים?
ד. מהו המתח כתלות בזמן על כל נגד?

5) קבל ומקור

מקור מתח חילופין בעל מתח מקסימאלי של 5 וולט ותדירות של 100 הרץ מחובר לקבל בעל קיבול $C = 150\mu F$.



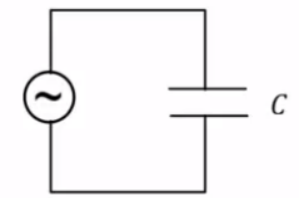
א. מצא את המתח של המקור כתלות בזמן.
ב. חשב את ההיגב של הקבל.
ג. מצא את הזרם בקבל כתלות בזמן.

6) חישוב קיבול מהיגב

במעגל של מקור אידיאלי וקבל בלבד נתון כי

מתח המקור הוא: $V_S(t) = 3\sin\left(120t - \frac{\pi}{2}\right)$ בוולט,

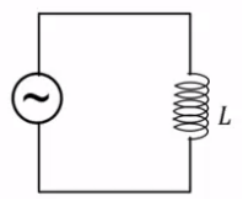
והזרם הוא: $I(t) = 0.02\sin(120t)$ באמפר.



א. מצא את ההיגב של הקבל.
ב. חשב את הקיבול של הקבל.

7) סליל ומקור

סליל בעל השראות $L = 30mH$ מחובר למקור מתח חילופין אידיאלי בעל מתח מקסימאלי של 8 וולט ותדירות של 40 הרץ.



א. רשום נוסחה למתח המקור כתלות בזמן.
ב. חשב את העכבה של הסליל ואת הזרם המקסימאלי.
ג. מהו הזרם כתלות בזמן במעגל?

8) מצא את המתח

במעגל עם מקור מתח חילופין מחברים אמפרמטר בטור לסליל.
השראת הסליל היא: $L=50\text{mH}$. מדידת האמפרמטר מראה כי הזרם כתלות בזמן הוא: $I(t)=0.03\sin(20\pi\cdot t)$.

א. חשב את העכבה של הסליל.
ב. מהו המתח על הסליל כתלות בזמן?

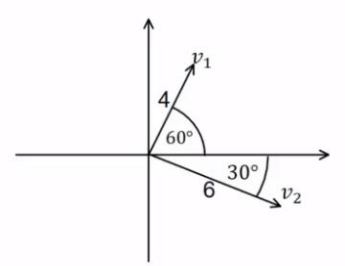
9) בניית פאזורים

צייר את הפאזור המתאים לכל אחת מהפונקציות הבאות על מערכת צירים:

א. $v_1(t)=2\sin\left(50t+\frac{\pi}{6}\right)$.

ב. $v_2(t)=4\sin\left(50t+\frac{\pi}{2}\right)$.

10) חישוב הפונקציות מהפאזורים



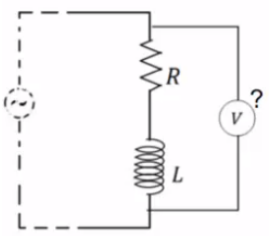
חשב את הפונקציה המתאימה לפאזורים הבאים אם ידוע כי תדירות המקור היא 50 הרץ.

11) חיבור שתי פונקציות

חבר את הפונקציות הבאות באמצעות פאזורים ובדוק כי התוצאה שקיבלת נכונה עבור הזמן $t=1\text{sec}$:

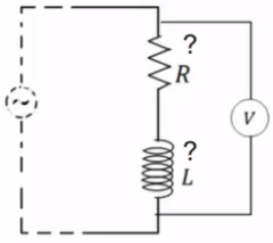
$$V_1(t)=5\sin\left(20t+\frac{\pi}{6}\right),\ V_2(t)=8\sin\left(20t-\frac{\pi}{4}\right)$$

12) חיבור סליל ונגד



סליל ונגד מחוברים בטור במעגל עם מקור מתח חילופין.
המתח על הסליל כתלות בזמן הוא: $V_L(t)=4\sin\left(50t+\frac{\pi}{2}\right)$
והמתח על הנגד כתלות בזמן הוא: $V_R(t)=3\sin(50t)$.
מד מתח מודד את המתח על הסליל והנגד ביחד.
מהי פונקציית המתח כתלות בזמן שיראה מד המתח?

13) פירוק של סליל ונגד



סליל ונגד מחוברים בטור במעגל עם מקור מתח חילופין.
מד מתח מודד את המתח על הסליל והנגד ביחד.
המתח שמודד מד המתח כתלות בזמן
הוא: $V_{LR}(t)=20\sin\left(20t+\frac{\pi}{3}\right)$ כאשר הפאזה היא

ביחס לזרם במעגל (כלומר הפאזה של הזרם היא אפס).
מהי פונקציית המתח כתלות בזמן של הנגד ומהי פונקציית המתח כתלות בזמן של הסליל?

14) פירוק קבל ונגד

קבל ונגד מחוברים בטור במעגל עם מקור מתח חילופין.
מד מתח מודד את המתח על הקבל והנגד ביחד.

פונקציית המתח שמודד מד המתח כתלות בזמן היא: $V_{RC}(t)=5\sin\left(10t-\frac{\pi}{5}\right)$

כאשר הפאזה היא ביחס לזרם במעגל (כלומר הפאזה של הזרם היא אפס).
מהי פונקציית המתח כתלות בזמן של הנגד ומהי פונקציית המתח כתלות בזמן של הקבל?

15) חישוב מתחים RLC

במעגל RLC נתון: $R=100\Omega$, $L=30mH$, $C=330\mu F$ והזרם כתלות בזמן הוא: $I(t)=0.03\sin(2\pi\cdot 40\cdot t)$ באמפר.
מצא את המתח כתלות בזמן בכל רכיב.

16) חישוב זרם

מקור מתח חילופין מחובר בטור לנגד סליל וקבל.
נתון כי: $R=10\Omega$, $L=33mH$, $C=100\mu F$.
תדירות המקור היא $50Hz$ והמתח המקסימאלי שלו הוא $5V$.

א. חשב את העכבה של המעגל.
ב. מה יהיה הזרם המקסימאלי במעגל?
ג. נגדיר את זווית המופע של הזרם להיות אפס, רשום נוסחה לזרם כתלות בזמן.

17) חישוב עכבה של סליל ונגד בלבד

נגד וסליל מחוברים בטור למקור מתח חילופין. התנגדות הנגד היא R, השראת הסליל היא L והתדירות הזוויתית של המקור היא ω.
חשב את העכבה של המעגל (התייחס לפרמטרים בשאלה כנתונים).

18) חישוב מתח מקור כתלות בזמן

במעגל מתח חילופין המכיל נגד, סליל וקבל המחוברים בטור
נתון: $R=20\Omega$, $L=30mH$, $C=100\mu F$.
הזרם במעגל כתלות בזמן הוא: $I(t)=0.1\sin(20\pi t)$ באמפר.

א. מצא את המתח כתלות בזמן בנגד, בקבל ובסליל.
ב. מצא את העכבה של המעגל וזווית המופע של המקור.
ג. רשום נוסחה למתח של המקור כתלות בזמן.

19) מתח מקסימאלי בארהב

בארה"ב המתח בשקע הוא 110 וולט, מהו המתח המקסימאלי בשקע אמריקאי?

20) תרגיל 1

מקור מתח חילופין בעל מתח מקסימאלי $120V$ ותדירות 40 הרץ מחובר לקבל בעל קיבול של $100\mu F$. המתח של הקבל בזמן אפס הוא אפס.

א. רשום ביטוי למתח על הקבל כפונקציה של הזמן.

ב. רשום ביטוי לזרם בקבל כתלות בזמן.

ג. מהו המתח האפקטיבי והזרם האפקטיבי במעגל?

21) תרגיל 2

מקור מתח חילופין עם מתח מקסימאלי של 110 וולט ותדירות 40 הרץ מחובר לסליל של $100mH$ עם התנגדות פנימית של 30Ω.

הנח כי הזרם בזמן אפס שווה לאפס.

א. חשב את העכבה של המעגל.

ב. מה הביטוי לזרם בסליל כפונקציה של הזמן?

ג. מה הביטוי למתח של הסליל ומתח המקור כתלות בזמן?

22) תרגיל 3

מקור מתח חילופין עם מתח מקסימאלי של 200 וולט ותדירות 50 הרץ מחובר לסליל של $80mH$ עם התנגדות פנימית של 50Ω.

הנח כי מתח המקור שווה לאפס בזמן אפס.

א. מה הביטוי למתח על הסליל כתלות בזמן?

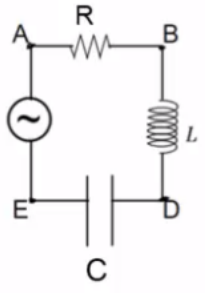
ב. מה הביטוי לזרם בסליל כפונקציה של הזמן?

ג. מה הקבל שיביא את המעגל לתהודה?

23) תרגיל 4

נתון המעגל שבאיור.

$V_S(t)=110\sin(200t)$, $R=50\Omega$, $L=50mH$, $C=70\mu F$.



א. מהו המתח האפקטיבי בין הנקודות AD?

ב. מהו המתח האפקטיבי בין הנקודות BE?

ג. מהו הפרש המופע בין הזרם ל- V_{AD} ?

ד. מהו הפרש המופע בין הזרם במעגל לבין V_{BE} ?

תשובות סופיות:

1) א. $\omega = 314\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $T = 0.02\,\text{sec}$ ב. $V(t) = 220\text{v}\sin(314\cdot t)$

2) א. $I_{max} = 2\text{mA}$ ב. $\omega = 1.5\pi$, $T = \frac{4}{3}\text{sec}$ ג. $\theta = 0.675\text{rad}$

ד. $I(t) = 2\text{mA}\sin(1.5\pi\cdot t + 0.675)$

3) א. $\omega \approx 314\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $V(t) = 5\text{v}\sin(314\cdot t)$ ג. $I = 0.5\text{A}\sin(314\cdot t)$

4) א. $V(t) = 5\cdot\sin(62.8\cdot t)$ ב. $I_R = \frac{1}{3}\sin(62.8\cdot t)$

ג. $I_1 = I_2 = I_R = \frac{1}{3}\sin(62.8\cdot t)$ ד. $V_1(t) = \frac{5}{3}\sin(62.8\cdot t)$, $V_2(t) = \frac{10}{3}\sin(62.8\cdot t)$

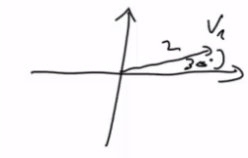
5) א. $V_S(t) = 5\sin(628t)$ ב. $x_C \approx 10.3\Omega$ ג. $I_C(t) = 0.485\text{A}\sin\left(628t + \frac{\pi}{2}\right)$

6) א. $x_C = 150\Omega$ ב. $C = 55.6\mu\text{F}$

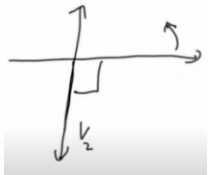
7) א. $V_S(t) = 8\sin(251t)$ ב. $x_L = 7.56\Omega$, $I_{max} \approx 1.06\text{A}$ ג. $I(t) = 1.06\sin\left(251t - \frac{\pi}{2}\right)$

8) א. $x_L = 3.14\Omega$ ב. $V_L(t) = 0.0942_V\ sin\left(20\pi\cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$

9) א.



ב.



10) $V_1(t) = 4\sin\left(314t + \frac{\pi}{3}\right)$, $V_2(t) = 6\sin\left(314t - \frac{\pi}{6}\right)$

11) $V_3(t) = 12.9\sin(20t + 0.684)$

12) $V_{LR}(t) = 5\sin(50t + 0.93)$

13) $V_R(t) = 10\sin(20t)$, $V_L(t) = 10\sqrt{3}\cdot\sin\left(20t + \frac{\pi}{2}\right)$

14 $V_R(t)=4.05\sin(10t)$, $V_C(t)=2.94\sin\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)$

15 $V_R(t)=3\sin(2\pi\cdot 40\cdot t)$, $V_L(t)=0.226\sin\left(2\pi\cdot 40\cdot t+\frac{\pi}{2}\right)$, $V_C(t)=0.317\sin\left(2\pi\cdot 40\cdot t-\frac{\pi}{2}\right)$

16 א. $\omega=23.7\Omega$ ב. $I_{max}\approx 0.211A$ ג. $I(t)=0.211\sin(314t)$

17 $z=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$

18 א. $V_R(t)=2\sin(20\pi t)$, $V_L(t)=0.188\sin\left(20\pi t+\frac{\pi}{2}\right)$, $V_C(t)=15.9\sin\left(20\pi t-\frac{\pi}{2}\right)$

ב. $z=160\Omega$ ג. $V_S(t)=16\sin(20\pi t+1.45)$

19 $V_{max}\approx 156V$

20 א. $V_C(t)=120V\sin(80\pi\cdot t)$ ב. $I(t)=3.02A\sin\left(80\pi t+\frac{\pi}{2}\right)$

ג. $Veff\approx 84.85V$, $Ieff\approx 2.135A$

21 א. $z_{Lr}=39.1\Omega$ ב. $I(t)=2.81A\sin(80\pi t)$

ג. $V_{LR}(t)=110V\sin(80\pi t+0.696)$

22 א. $V_{Lr}(t)=200\sin(100\pi\cdot t)$ ב. $I(t)=3.574\cdot\sin(100\pi t-0.466)$

ג. $C=127\mu F$

23 א. $V_{ADeff}=50.1V$ ב. $V_{BEeff}\approx 60.3V$ ג. $\theta_{AD}\approx 0.198rad$

ד. $\theta_{BE}=-\frac{\pi}{2}$