פיזיקה 2 חשמל

פרק 15 - מעגלים זרם חילופין

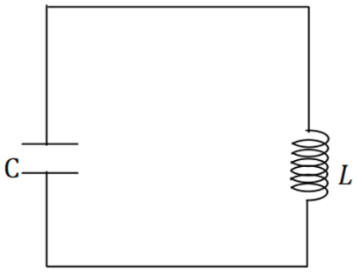
תוכן העניינים

1. מעגלי זרם חילופין 1
2. למחוק -פאזורים ועכבות ..... (ללא ספר)

מעגלי זרם חילופין:

רקע:

מעגל LC



משוואת המעגל: $\frac{q}{C}+L\ddot{q}=0$

ו- $I=-\dot{q}$

(ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)

המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית פשוטה.

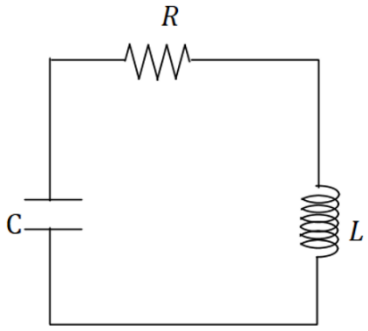
פתרון: $q(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$

כאשר $\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}$

האנרגיה האגורה במעגל: $E=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}+\frac{1}{2}LI^2$

(האנרגיה הכוללת נשמרת)

מעגל RLC



משוואת המעגל: $\ddot{q}+\frac{R}{L}\dot{q}+\frac{1}{LC}q=0$

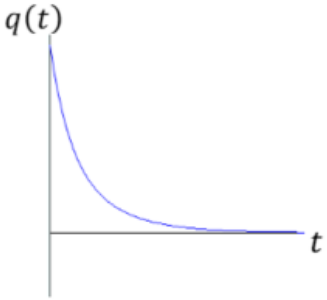
ו- $I=-\dot{q}$

(ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)

המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מרוסנת.

נגדיר $\omega_0^2=\frac{1}{LC}$ ו- $\Gamma=\frac{R}{2L}$

הפתרון מתחלק לשלושה מקרים:

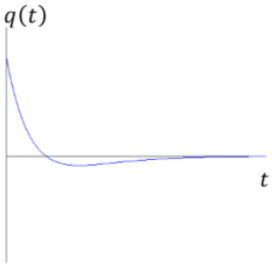


מקרה 1 - ריסון חזק: $\Gamma > \omega_0$

$$q(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$$

$$\lambda_{1,2} = \Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}$$

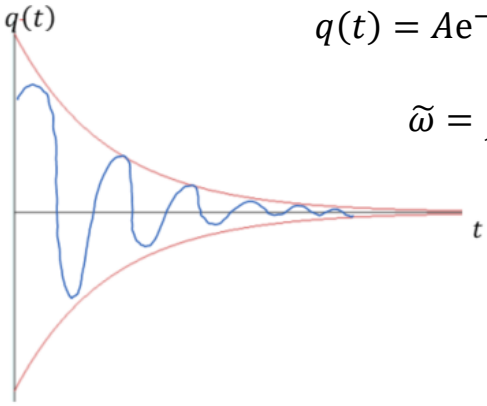
מקרה 2 - ריסון קריטי: $\Gamma = \omega_0$



$$q(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Bte^{-\omega_0 t}$$

בריסון קריטי קצב הדעיכה הוא הגבוה ביותר משלושת המקרים.

מקרה 3 - ריסון חלש: $\Gamma < \omega_0$



$$q(t) = Ae^{-\Gamma t}\cos(\tilde{\omega}t + \varphi)$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

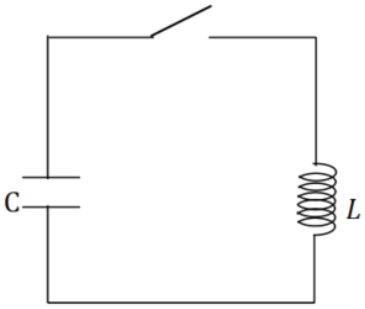
בכל המקרים האנרגיה של המעגל (שאגורה בסליל ובקבל) דועכת בקצב כפול.

$$E \propto e^{-2\Gamma t}$$

(בריסון חזק קבוע הדעיכה הוא λ במקום Γ)

שאלות:

1) LC



במעגל הבא $C = 100\mu F$ ו-$L = 40mH$.
בהתחלה המתג פתוח והקבל טעון ב-$12\mu c$.

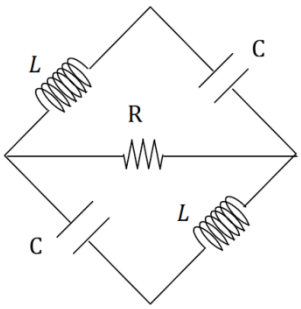
א. מה הזרם במעגל ברגע סגירת המתג ?

ב. מהי התדירות וזמן המחזור של המעגל?

ג. מתי הזרם מקסימאלי?

ד. מהי האנרגיה בסליל כתלות בזמן?
מהי האנרגיה בקבל כתלות בזמן?
ומהי האנרגיה הכוללת כתלות בזמן?

2) מעגל RLC יהלום



במעגל הבא הקבל העליון טעון ב-t=0 במטען Q והקבל התחתון פרוק.
באותו הזמן גם אין זרם במעגל.

א. כתוב את המשוואות הדיפרנציאליות עבור ההתפתחות בזמן של המטען על כל אחד מהקבלים.

ב. פתור את המשוואות בצורה כללית (אין צורך להציב את תנאי ההתחלה) .

הדרכה: בצע החלפת משתנים ל- $q_- = q_1 - q_2$ ו $q_+ = q_1 + q_2$.

ג. מהם הזרמים בנגד ובקבל לאחר זמן רב?
כמה אנרגיה תהפוך לחום מ-t=0 ועד זמן רב מאוד?

תשובות סופיות:

1) א. 0 ב. $\omega = 500\frac{\text{rad}}{\text{sec}}, f = 80\text{Hz}, \text{T} = 4\pi \cdot 10^{-3}\text{sec}$

ג. $\pi \cdot 10^{-3} + 2\pi \cdot 10^{-3}$, כאשר: $n = 1, 2, 3, \ldots$.

ד. בסליל: $\text{U}_\text{L}(\text{t}) = 720 \cdot 10^{-9}\text{J}\sin^2(500\text{t})$.

בקבל: $\text{U}_\text{C}(\text{t}) = 720 \cdot 10^{-9}\text{J}\cos^2(500\text{t})$.

כוללת: $\text{E}(\text{t}) = 720 \cdot 10^{-9}\text{J}$.

2) א. $\text{LI}_1 + \frac{\text{q}_1}{\text{C}} + (\text{I}_1 - \text{I}_2)\text{R} = 0$, $\text{LI}_2 + \frac{\text{q}_2}{\text{C}} + (\text{I}_2 - \text{I}_1)\text{R} = 0$

ב. $\text{q}_1(\text{t}) = \frac{1}{2}\left(\text{A}\cos(\omega\text{t} + \varphi) + \text{B}e^{-\Gamma\text{t}}\cos(\tilde{\omega}\text{t} + \theta)\right)$,

$\text{q}_2(\text{t}) = \frac{1}{2}\left(\text{A}\cos(\omega\text{t} + \varphi) - \text{B}e^{-\Gamma\text{t}}\cos(\tilde{\omega}\text{t} + \theta)\right)$

ג. $\text{U}_\text{F} = \frac{\text{Q}^2}{4\text{C}}$, $\text{I}_1 = \text{q}_1 = -\frac{1}{2}\text{A}\omega\sin(\omega\text{t} + \text{q}) = \text{I}_2$