# אלגברה ליניארית א

## פרק 3 - מטריצות

### תוכן העניינים

1. מטריצות ..... 1
2. מטריצות סימטריות ומטריצות אנטי-סימטריות ..... 3
3. המטריצה ההופכית ..... 4

# מטריצות

## שאלות

**1)** נתונות המטריצות הבאות: $A_{4\times6}, B_{4\times6}, C_{6\times2}, D_{4\times2}, E_{6\times4}$.
קבעו אילו מבין המטריצות הבאות מוגדרות.
במידה והמטריצה מוגדרת, רשמו את סדר המטריצה:

א. $A+B$ ב. $AB$ ג. $AC-D$ ד. $AE-B$

ה. $B+AB$ ו. $E(B+A)$ ז. $(E+A^T)D$ ח. $E^TB$

ט. $E(AC)$ י. $E(B-A)$

**2)** מצאו את $x,y,z$, אם ידוע כי $\begin{pmatrix} x+2y & 3x-2y \\ 2x-5y & 2x+8y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2-2z & 5+z \\ -4-3z & -12z \end{pmatrix}$.

בשאלות **3-8** נתונות המטריצות הבאות:

$$A=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, D=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & 10 \end{pmatrix},$$
$$E=\begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

חשבו (במידה וניתן):

**3)** א. $E+D$ ב. $E-D+I_3$

ג. $5C$ ד. $2D+4EI_3$

**4)** $2tr\left(D^2-2E\right)$

**5)** א. $4C^T+A$ ב. $\frac{1}{2}A^T+\frac{1}{4}C$

**6)** $I_2BC$

**7)** $tr\left(C^TC\right)$

**8)** $DABC$


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

## תשובות סופיות

**1)** א. $4\times 6$ ב. לא. ג. $4\times 2$ ד. לא. ה. לא.
ו. $6\times 6$ ז. $6\times 2$ ח. לא. ט. $6\times 2$ י. $6\times 6$

**2)** $(x,y,z)=(2,1,-1)$

**3)** א. $\begin{pmatrix}5&5&3\\0&0&0\\8&3&9\end{pmatrix}$ ב. $\begin{pmatrix}4&-3&-1\\-2&1&2\\0&-1&-10\end{pmatrix}$ ג. $\begin{pmatrix}5&20&10\\20&5&25\end{pmatrix}$ ד. $\begin{pmatrix}18&12&8\\-2&0&2\\24&8&16\end{pmatrix}$

**4)** 230

**5)** א. $\begin{pmatrix}8&16\\17&6\\7&21\end{pmatrix}$ ב. $\begin{pmatrix}2.25&1.5&0\\1&1.25&1.75\end{pmatrix}$

**6)** $\begin{pmatrix}8&17&13\\-8&-2&-10\end{pmatrix}$

**7)** 63

**8)** $\begin{pmatrix}-32&82&-22\\48&87&75\\-48&108&-36\end{pmatrix}$


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

# מטריצות סימטריות ומטריצות אנטי-סימטריות

**שאלות**

מטריצה ריבועית $A$ תיקרא סימטרית אם $A^T = A$, ואנטי-סימטרית אם $A^T = -A$.

**1)** ידוע ש-$A$ מטריצה ריבועית.
מי מבין הבאים נכון (אחד או יותר):
1. $AA^T$ סימטרית. 2. $A + A^T$ סימטרית. 3. $A - A^T$ אנטי-סימטרית.

**2)** ידוע ש-$A$ ו-$B$ אנטי-סימטריות מאותו סדר.
מי מבין הבאים נכון:
1. $BABABA$ אנטי-סימטרית. 2. $A^2 - B^2$ סימטרית. 3. $A^2 + B$ סימטרית.

**3)** ידוע ש-$A$ ו-$B$ סימטריות מאותו סדר ונתון כי $AB = -BA$.
מי מבין הבאים נכון:
1. $AB^3$ אנטי-סימטרית. 2. $AB^2$ סימטרית. 3. $(A-B)^2$ סימטרית.

**4)** ידוע ש-$A$ סימטרית ו-$B$ אנטי סימטרית מאותו סדר ונתון כי $AB = BA$.
הוכיחו: 1. $AB$ אנטי-סימטרית. 2. $AB + B$ אנטי-סימטרית.

**5)** נתון: $A, B, AB$ סימטריות מאותו סדר.
הוכיחו כי $A^4B^4 = B^4A^4$.

## תשובות סופיות

**1)** 1,2,3
**2)** 2
**3)** 1,2,3
**4)** שאלת הוכחה.
**5)** שאלת הוכחה.


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

# המטריצה ההופכית

**שאלות**

בשאלות **1-6** מצאו את ההפוכה של כל מטריצה.
בדקו את התשובה על ידי כפל מטריצות מתאים.

**1)** $\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$ **2)** $\begin{pmatrix}5&2\\7&3\end{pmatrix}$ **3)** $\begin{pmatrix}4&1.5\\2&1\end{pmatrix}$

**4)** $\begin{pmatrix}1&0&2\\4&-1&8\\2&1&3\end{pmatrix}$ **5)** $\begin{pmatrix}2&1&1\\0&2&-1\\5&2&3\end{pmatrix}$ **6)** $\begin{pmatrix}2&-1&1\\3&-2&2\\5&-3&4\end{pmatrix}$

**7)** עבור אילו ערכים של הקבוע $k$ המטריצה $\begin{pmatrix}1&-1&1\\5&-7&k^2+3\\3&-1&k+3\end{pmatrix}$ <u>הפיכה</u>?

הניחו שהמטריצות בשאלות **8-10** הן הפיכות מסדר $n$, וחלצו את המטריצה $X$:

**8)** א. $AXC=D$ ב. $A^{-1}XC=A^{-1}DC$ ג. $P^{-1}X^TP=A$

**9)** א. $C^{-1}(A+X)D^{-2}=I$ ב. $(A-AX)^{-1}=X^{-1}C$

**10)** $ABC^TX^{-1}BA^TC=AB^T$

**11)** נתון $B=\begin{pmatrix}1&2\\4&9\end{pmatrix}$.

חשבו את המטריצה $X$, אם ידוע כי $B^2X\left(2B\right)^{-1}=B+I$.

**12)** נתון $B^{-1}=\begin{pmatrix}1&0&2\\4&-1&8\\2&1&3\end{pmatrix}$. חשבו את המטריצה $Y$, אם ידוע כי $BYB^T=B^{-1}+B$.

**13)** נתון $A^{-1}=\begin{pmatrix}2&3\\4&7\end{pmatrix}$.

חשבו את המטריצה $B$, אם נתון בנוסף כי: $5A^TB\left(I+2A\right)^{-2}=\left(7A\right)^{-2}$.


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

**14)** בסעיפים הבאים מצאו מטריצות $A$ , $\underline{x}$ ו- $\underline{b}$ , המבטאות את מערכת המשוואות הנתונה ע"י המשוואה היחידה $A\underline{x}=\underline{b}$ :

א.
$$\begin{aligned}2x+y-z&=3\\x+2y-4z&=5\\6x+4y+z&=2\end{aligned}$$

ב.
$$\begin{aligned}2x-3y+z+t&=1\\4x+y+2z&=4\\y+z+t&=1\\x-4z-2y&=10\end{aligned}$$

**15)** פתרו את המערכת הבאה בעזרת המטריצה ההפוכה:
$$\begin{aligned}2x-y+z&=3\\3x-2y+2z&=5\\5x-3y+4z&=11\end{aligned}$$
.

**16)** פתרו את המערכת הבאה בעזרת המטריצה ההפוכה:
$$\begin{aligned}x+4y+2z+4t&=1\\x+2y-z&=0\\y+z+t&=1\\x+3y-z-2t&=0\end{aligned}$$
.


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

## תשובות סופיות

**1)** $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1.5 & -0.5 \end{pmatrix}$

**2)** $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$

**3)** $\begin{pmatrix} 1 & -1.5 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

**4)** $\begin{pmatrix} -11 & 2 & 2 \\ 4 & -1 & 0 \\ 6 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

**5)** $\begin{pmatrix} 8 & -1 & -3 \\ -5 & 1 & 2 \\ -10 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

**6)** $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

**7)** $k \neq 1,\ k \neq -2$

**8)** א. $A^{-1}DC^{-1}$ ב. $D$ ג. $\left(P^{-1}\right)^T A^T P^T$

**9)** א. $CD^2 - A$ ב. $\left(A + C^{-1}\right)^{-1} A$

**10)** $BA^T C(B^{-1})^T BC^T$

**11)** $X = 4\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

**12)** $Y = \begin{pmatrix} 22 & 86 & 38 \\ 64 & 246 & 114 \\ 60 & 238 & 100 \end{pmatrix}$

**13)** $B = \frac{1}{245}\begin{pmatrix} 264 & 450 \\ 448 & 768 \end{pmatrix}$

**14)** א. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -4 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ $\underline{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ $\underline{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

ב. $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$ $\underline{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ $\underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \\ 10 \end{pmatrix}$

**15)** $(x, y, z) = (1, 2, 3)$

**16)** $(x, y, z, t) = (-13, 4, -5, 2)$


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©