פיזיקה לארכיטקטים 2 מס קורס 245139101

פרק 5 - מומנט התמד

תוכן העניינים

1. הקדמה - גוף קשיח וציר סיבוב .... (ללא ספר)
2. מומנט התמד, הסבר בסיסי וחישוב עבור גוף נקודתי .... (ללא ספר)
3. משפט שטיינר ואדטיביות 1
4. נוסחאות לגופים נוספים וסיכום 4
5. תרגילים שונים לחישוב מומנט התמד 5

אדטיביות:

רקע

גוף קשיח :

הגדרה : המרחק בין כל שתי נקודות על הגוף תמיד קבוע.

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית** (אך לא באותה מהירות קווית)

מומנט התמד :

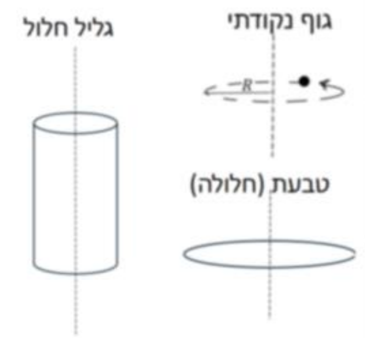
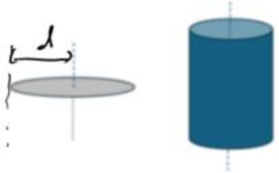
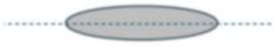
הגדרה - עבור מערכת של גופים נקודתיים $I = \Sigma m_i r_i^2$

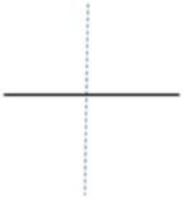
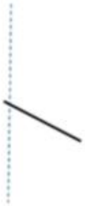
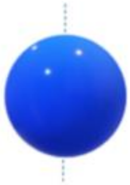
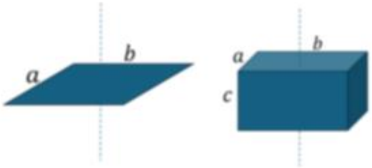
משפט שטיינר - $I' = I_{c.m.} + md^2$ כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף

הערה : משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

אדטיביות - מומנט ההתמד הוא פונקציה אדטיבית, כלומר ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

נוסחאות מומנט התמד של גופים נפוצים :

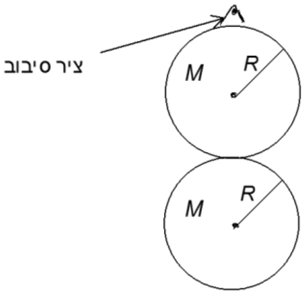
גוף נקודתי סביב ציר כלשהו $I = mR^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי $I_{c.m.} = mR^2$	
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z -אנך לדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$	
דיסקה במרכז מסה סביב ציר x -במישור הדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$	

מוט במרכז המסה $I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$	
מוט בקצה $I = \frac{1}{3}mL^2$	
כדור מלא במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$	
תיבה או לוח במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{m(a^2+b^2)}{12}$	

שאלות:

1) **שעון כפול תלוי על קיר**

לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצה התחתון של הדסקה.
מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר המאונך למישור הדסקה והעובר בקצה העליון של הדסקה (הראשונה).



תשובות סופיות:

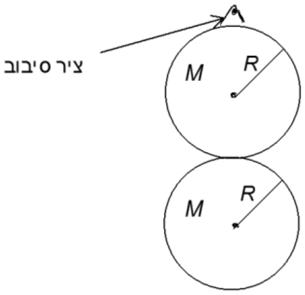
1) $I = 11mR^2$

אדטיביות:

שאלות:

1) דוגמה

לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצה התחתון של הדסקה.
מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר המאונך למישור הדסקה והעובר בקצה העליון של הדסקה (הראשונה).

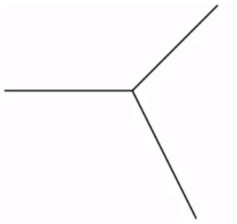


תשובות סופיות:

1) $I = 11mR^2$

תרגילים שונים לחישוב מומנט התמד:

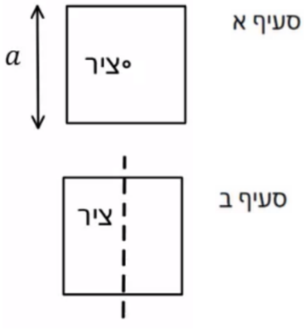
שאלות:



1) **שלושה מוטות מחוברים בקצה**

שלושה מוטות זהים באורך l ומסה m כל אחד מחוברים באופן המוצג באיור.

מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר הנמצא בנקודת החיבור בין המוטות ובמאונך למישור.



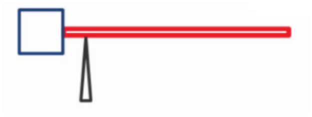
2) **מסגרת ריבועית**

נתונה מסגרת ריבועית בעלת אורך צלע a ומסה M.

מצא את מומנט ההתמד של מסגרת.

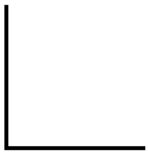
א. סביב ציר העובר במרכזה ומאונך למישור המסגרת.

ב. סביב ציר העובר במרכז המסגרת ודרך מרכז שתי צלעות ומקביל לשתי הצלעות האחרות.



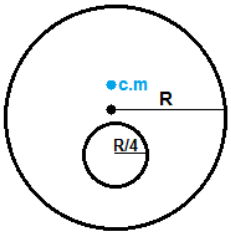
3) **מומנט התמד של שער חשמלי**

מצא את מומנט ההתמד של שער חשמלי בעל מסה m ואורך l אשר בסופו מחוברת משקולת בעלת מסה M ואורך L המסתובב סביב מרכז המסה שלו.



4) **מומנט התמד של רייש**

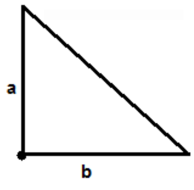
מצא את מומנט ההתמד של הגוף שבשרטוט סביב מרכז המסה שלו בשתי דרכים שונות. אורך כל מוט l ומסתו m.



5) **דיסקה עם חור**

א. מצא את מומנט ההתמד של דיסקה בעלת מסה M ורדיוס R, אם ידוע כי במרחק חצי R ממרכז הדיסקה קדחו חור ברדיוס רבע R. הדיסקה מסתובבת סביב ציר במרכזה (ולא במרכז המסה של המערכת).

ב. מצא את מומנט ההתמד של הגוף סביב מרכז המסה שלו.



6) **מומנט התמד של משולש**

מצא את מומנט ההתמד של המשולש סביב קודקודו הישר.

תשובות סופיות:

1) $I_{\text{c.m.}}=ml^2$

2) א. $I_{\text{c.m.}}=\frac{M}{4}\left(\frac{l^2}{3}+a^2\right)$ ב. $I=\frac{M}{8}\left(a^2+\frac{l^2}{3}\right)$

3) $$I=\left(\frac{1}{12}ml^2+m\left(\frac{m\cdot 0+\frac{M(l+L)}{2}}{m+M}\right)^2\right)+\left(\frac{1}{12}\left(L^2+L^2\right)M+M\left(\frac{l}{2}-\left(\frac{m\cdot 0+\frac{M(l+L)}{2}}{m+M}\right)+\frac{L}{2}\right)^2\right)$$

4) $I=\frac{5}{12}ml^2$

5) א. $I_0=\frac{247}{512}MR^2$ ב. $I_0=I_{\text{c.m.}}+\frac{15}{16}M\cdot\left(\frac{R}{30}\right)^2$

6) $I_0=\frac{1}{6}m\left(a^2+b^2\right)$