# פיזיקה 1 מכניקה

## פרק 17 - מומנט התמד -

### תוכן העניינים


1. הקדמה - גוף קשיח וציר סיבוב ..... (ללא ספר)
2. מומנט התמד, הסבר בסיסי וחישוב עבור גוף נקודת ..... (ללא ספר)
3. משפט שטיינר ואדטיביות ..... 1
4. נוסחאות לגופים נוספים וסיכום ..... 4
5. תרגילים שונים לחישוב מומנט התמד ..... 5

# אדטיביות:

## רקע

גוף קשיח:

הגדרה: המרחק בין כל שתי נקודות על הגוף תמיד קבוע.

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית** (אך לא באותה מהירות קווית)
מומנט התמד:

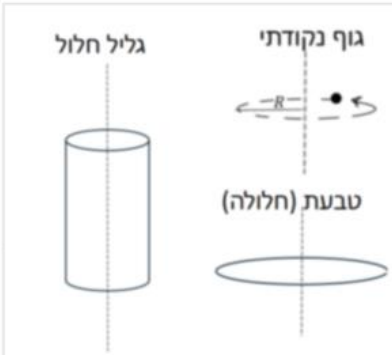
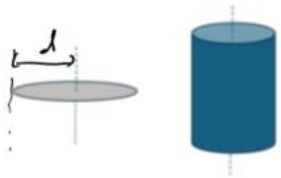
הגדרה - עבור מערכת של גופים נקודתיים $I = \Sigma m_i r_i^2$

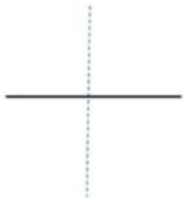
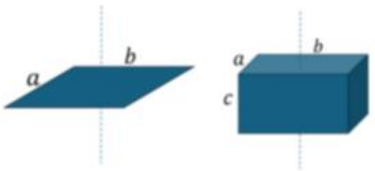
משפט שטיינר - $I' = I_{c.m.} + md^2$ כאשר $d$ הוא המרחק בין הצירים ו $m$ היא המסה הכוללת של הגוף

הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

אדטיביות - מומנט ההתמד הוא פונקציה אדטיבית, כלומר ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

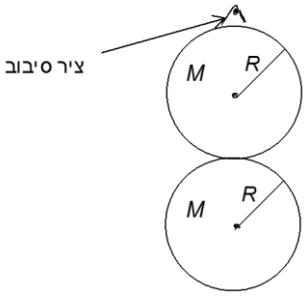
נוסחאות מומנט התמד של גופים נפוצים:

| | |
|---|---|
| גוף נקודתי סביב ציר כלשהו<br>$I = mR^2$<br>טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי<br>$I_{c.m.} = mR^2$ |  |
| דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר $z$ -אנך לדיסקה<br>$I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$ |  |
| דיסקה במרכז מסה סביב ציר x -במישור הדיסקה<br>$I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$ | |

| | |
|---|---|
| מוט במרכז המסה<br>$I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$ |  |
| מוט בקצה<br>$I = \frac{1}{3}mL^2$ | |
| כדור מלא במרכז מסה<br>$I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$ | |
| תיבה או לוח במרכז מסה<br>$I_{c.m.} = \frac{m(a^2+b^2)}{12}$ |  |

## שאלות:

**1) שעון כפול תלוי על קיר**




לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצה התחתון של הדסקה.
מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר המאונך למישור הדסקה והעובר בקצה העליון של הדסקה (הראשונה).

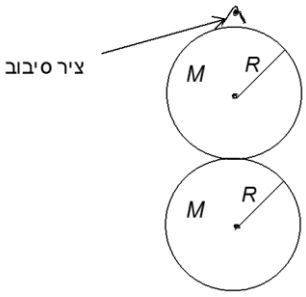
## תשובות סופיות:

**1)** $I = 11mR^2$

# אדטיביות:

## שאלות:

**1) דוגמה**



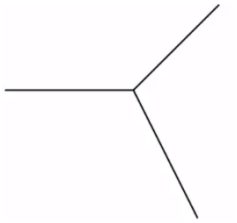

לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצה התחתון של הדסקה.
מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר המאונך למישור הדסקה והעובר בקצה העליון של הדסקה (הראשונה).

## תשובות סופיות:

**1)** $I = 11mR^2$

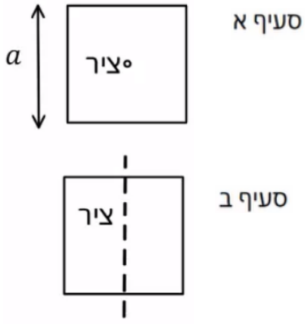
# תרגילים שונים לחישוב מומנט התמד:

## שאלות:



**1) שלושה מוטות מחוברים בקצה**

שלושה מוטות זהים באורך $l$ ומסה $m$ כל אחד מחוברים באופן המוצג באיור.
מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר הנמצא בנקודת החיבור בין המוטות ובמאונך למישור.




**2) מסגרת ריבועית**

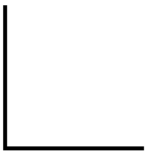
נתונה מסגרת ריבועית בעלת אורך צלע $a$ ומסה $M$.
מצא את מומנט ההתמד של מסגרת.

א. סביב ציר העובר במרכזה ומאונך למישור המסגרת.

ב. סביב ציר העובר במרכז המסגרת ודרך מרכז שתי צלעות ומקביל לשתי הצלעות האחרות.

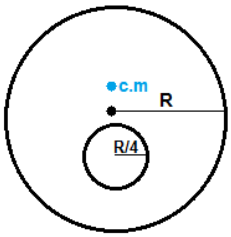
**3) מומנט התמד של שער חשמלי**

מצא את מומנט ההתמד של שער חשמלי בעל מסה $m$ ואורך $l$ אשר בסופו מחוברת משקולת בעלת מסה $M$ ואורך $L$ המסתובב סביב מרכז המסה שלו.



**4) מומנט התמד של רייש**

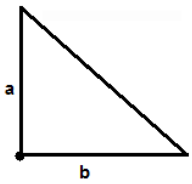
מצא את מומנט ההתמד של הגוף שבשרטוט סביב מרכז המסה שלו בשתי דרכים שונות. אורך כל מוט $l$ ומסתו $m$.




**5) דיסקה עם חור**

א. מצא את מומנט ההתמד של דיסקה בעלת מסה $M$ ורדיוס $R$, אם ידוע כי במרחק $R$ ממרכז הדיסקה קדחו חור ברדיוס רבע $R$. חצי הדיסקה מסתובבת סביב ציר במרכזה (ולא במרכז המסה של המערכת).

ב. מצא את מומנט ההתמד של הגוף סביב מרכז המסה שלו.




**6) מומנט התמד של משולש**

מצא את מומנט ההתמד של המשולש סביב קודקודו הישר.

## תשובות סופיות:

**1)** $I_{c.m.}=ml^2$

**2)** א. $I_{c.m.}=\frac{M}{4}\left(\frac{l^2}{3}+a^2\right)$ ב. $I=\frac{M}{8}\left(a^2+\frac{l^2}{3}\right)$

**3)** $$I=\left(\frac{1}{12}ml^2+m\left(\frac{m\cdot 0+\frac{M(l+L)}{2}}{m+M}\right)^2\right)+\left(\frac{1}{12}\left(L^2+L^2\right)M+M\left(\frac{l}{2}-\left(\frac{m\cdot 0+\frac{M(l+L)}{2}}{m+M}\right)+\frac{L}{2}\right)^2\right)$$

**4)** $I=\frac{5}{12}ml^2$

**5)** א. $I_0=\frac{247}{512}MR^2$ ב. $I_0=I_{c.m.}+\frac{15}{16}M\cdot\left(\frac{R}{30}\right)^2$

**6)** $I_0=\frac{1}{6}m\left(a^2+b^2\right)$