

פיזיקה 1 מכניתה 4910310 ו 4212210 ו 4211010

פרק 11 - מומנט התמד -

תוכן העניינים

1.	הקדמה - גוף קשיח וציר סיבוב	(לא ספר)
2.	מומנט התמד, הסבר בסיסי וחישוב עבור גוף נקודת	(לא ספר)
1	3. משפט שטיינר ואדטיביות	
4	4. נוסחאות לגופים נוספים וסיכום	
5	5. חישוב מומנט התמד של דיסקה סביב ציר Z וציר X	
6	6. תרגילים שונים לחישוב מומנט התמד	

אדטיביות:

רקע

גוף קשיח :

הגדרה : המרחק בין כל שתי נקודות על הגוף תמיד קבוע.

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית** **באאותה מהירות הזרויתית** (אך לא באותה מהירות קווית)
מומנט התמד :

$$I = \sum m_i r_i^2$$

$$\text{משפט שטיינר} - I' = I_{c.m.} + md^2 \quad \text{כאשר } d \text{ הוא המרחק בין הצירים ו } m \text{ היא}$$

המסה הכוללת של הגוף

הערה : משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

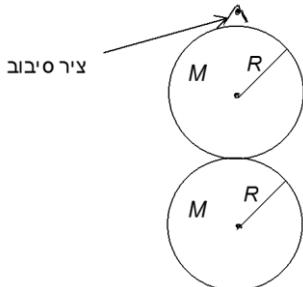
אדטיביות - מומנט התמד הוא פונקציה אדטיבית, כלומר ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכללי. $I_T = I_1 + I_2$

נוסחאות מומנט התמד של גופים נפוצים :

 	<p>מוט במרקם המסה</p> $I_{c.m.} = \frac{1}{12} m L^2$	<p>מוט בקצתה</p> $I = \frac{1}{3} m L^2$	<p>כדור מלא במרקם מסה</p> $I_{c.m.} = \frac{2}{5} m R^2$	<p>תיבה או לוח במרקם מסה</p> $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$
 	<p>גליל חלול</p>	<p>גוף נקודתי</p> <p>טבעת (חלולה)</p>	<p>גוף נקודתי סביב ציר כלשהו</p>	<p>טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי</p> $I_{c.m.} = mR^2$
 	<p>דיסקה/ גליל מלא במרקם מסה סביב ציר ז-אנך לדיסקה</p>	<p>דיסקה/ גליל מלא במרקם מסה סביב ציר ז-אנך לדיסקה</p> $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$	<p>דיסקה במרקם מסה סביב ציר X - במישור הדיסקה</p>	<p>דיסקה במרקם מסה סביב ציר X - במישור הדיסקה</p> $I_{c.m.} = \frac{1}{4} mR^2$

שאלות:**1) שעון כפול תלוי על קיר**

לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצת התחתיתן של הדסקה. מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר המאונך למשור הדסקה והעובר בקצת העליון של הדסקה (הראשונה).

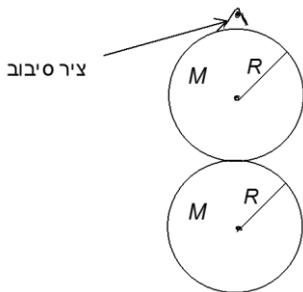
**תשובות סופיות:**

$$I = 11mR^2 \quad (1)$$

אדרטיביות:

שאלות:

1) דוגמה



לדסקה בעלת מסה M ורדיוס R מחברים דסקה נוספת זהה בקצת התחתון של הדסקה.
מצא את מומנט ההתרמוד של המערכת סביב ציר המאונך למשור הדסקה והעובר בקצת העליון של הדסקה (הראשונה).

תשובות סופיות:

$$I = I_0 m R^2 \quad (1)$$

чисוב מומנט הרתמד באמצעות אינטגרלים:

רקע

$$I = \int r^2 dm$$

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית)

$$r^2 = x^2 + y^2$$

תרגילים שונים לחישוב מומנט התמד:

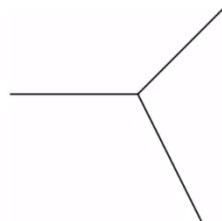
שאלות:



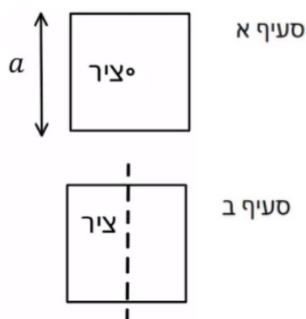
- 1) חישוב אינטגרל של מוט לא אחיד**
חשב את מומנט התמד של מוט עם צפיפות ליחידה אורך $\lambda(x) = \frac{x}{L}$ סביב קצה המוט.
 x הוא המרחק מהקצה, L הוא אורך המוט ו- m גודלו.



- 2) חישוב נוסף מוט בCAFOT לא אחידה**
מצא את מומנט התמד של מוט סביב מרכזו לפי הנתונים שבשרטוט.
CAFOT הנטונה מתיחסת למוט בראשית הצירים.



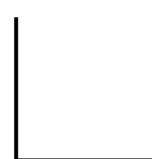
- 3) שלושה מוטות מחוברים בקצת**
שלושה מוטות זהים באורך 1 ומסה m כל אחד מחוברים באופן המוצג איור.
מצא את מומנט התמד של המערכת סביב ציר הנמצא בנקודת החיבור בין המוטות ובמאנך למשור.



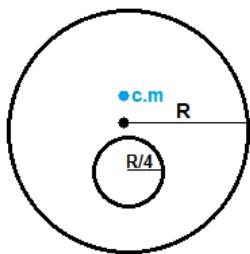
- 4) מסגרת ריבועית**
נתונה מסגרת ריבועית בעלת אורך צלע a ומסה M .
מצא את מומנט התמד של מסגרת.
א. סביב ציר העובר במרכזו ומאנך למשור המסגרת.
ב. סביב ציר העובר במרכז המסגרת ודרך מרכז שני צלעות ומקביל לשתי הצלעות האחרות.



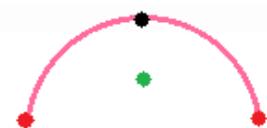
- 5) מומנט התמד של שער חשמלי**
מצא את מומנט התמד של שער חשמלי בעל מסה m ואורך I אשר בסופו מחוברת משקולת בעלת מסה M ואורך L המסתובב סביב מרכז המסה שלו.



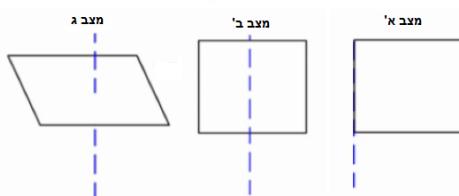
- 6) מומנט התמד של ריעש**
מצא את מומנט התמד של הגוף שבשרטוט סביב מרכז המסה שלו בשתי דרכים שונות. אורך כל מוט l ומסתו m .

7) דיסקה עם חור

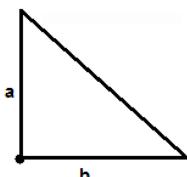
- א. מצא את מומנט ההטמד של דיסקה בעל מסה M ורדיוס R , אם ידוע כי במרקח חצי R ממרכז הדיסקה קדחו חור ברדיוס רבע R . הדיסקה מסתובבת סביב ציר במרכזו (ולא במרקח המסה של המערכת).
- ב. מצא את מומנט ההטמד של הגוף סביב מרכזו המסה שלו.



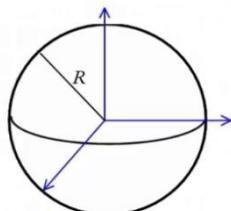
- 8) חצי חישוק ושתי מסות
מצא את מומנט ההטמד של חצי החישוק שבתמונה. רדיוסו R , מסתו M ובקצתו חוברו שתי מסות m . החישוק סובב סביב מסמר בקודקודו.



- 9) חישוב אינטגרל של ריבוע
חשב את מומנט ההטמד של לוח ריבוע בעל אורך צלע a , מסה M וצפיפות אחידה בכל אחד מהמצבים הבאים:
- ציר הסיבוב הוא אחת הפאות של הריבוע.
 - ציר הסיבוב מקביל לפאות ועובר במרקצו.
 - ציר הסיבוב אנך למישטח הריבוע ועובר במרקצו.



- 10) מומנט התמד של משולש
מצא את מומנט ההטמד של המשולש סביב קודקודו הישר.



- 11) מומנט התמד של כדור מלא
חשב את מומנט ההטמד של כדור מלא בעל רדיוס R , מסה M וצפיפות אחידה, סיבוב ציר העובר במרקצו הכדור.

- 12) מומנט התמד של קליפה כדורית
מצאו את מומנט ההטמד של קליפה כדורית ברדיוס R ומסה m סיבוב ציר העובר דרך מרכזו המסה של הקליפה.

תשובות סופיות:

$$I_0 = M \frac{L^2}{2} \quad (1)$$

$$I = \frac{12ml^2}{80} \quad (2)$$

$$I_{c.m.} = ml^2 \quad (3)$$

$$I = \frac{M}{8} \left(a^2 + \frac{l^2}{3} \right) . \text{ב} \quad I_{c.m.} = \frac{M}{4} \left(\frac{l^2}{3} + a^2 \right) . \text{א} \quad (4)$$

$$I = \left(\frac{1}{12} ml^2 + m \left(\frac{m \cdot 0 + \frac{M(1+L)}{2}}{m+M} \right)^2 \right) + \left(\frac{1}{12} (L^2 + L^2) M + M \left(\frac{1}{2} - \left(\frac{m \cdot 0 + \frac{M(1+L)}{2}}{m+M} \right) + \frac{L}{2} \right)^2 \right) \quad (5)$$

$$I = \frac{5}{12} ml^2 \quad (6)$$

$$I_0 = I_{c.m.} + \frac{15}{16} M \cdot \left(\frac{R}{30} \right)^2 . \text{ב} \quad I_0 = \frac{247}{512} MR^2 . \text{א} \quad (7)$$

$$I_l = I_{c.m.} + m'b^2 \quad (8)$$

$$I = M \frac{1}{6} a^2 . \text{ג} \quad I = \frac{1}{12} Ma^2 . \text{ב} \quad I = \frac{1}{3} Ma^2 . \text{א} \quad (9)$$

$$I_0 = \frac{1}{6} m(a^2 + b^2) \quad (10)$$

$$I = \frac{2}{5} MR^2 \quad (11)$$

$$\frac{2MR^2}{3} \quad (12)$$