

מתמטיקה מערכות 1 (חדוֹא ג)

פרק 34 - מודלים

תוכן העניינים

1	1. בעיות בגיאומטריה אנליטית
3	2. עקומות אורתוגונליות

בעיות גיאומטריות

שאלות

1) על עקום מסוים ידוע, שהשיפוע של המשיק בכל נקודה (x, y) על העקום,

$$\text{שווה ל } -\frac{x}{y}.$$

מצאו את משוואת העקום.

2) מצאו את משוואת העקום, שהנורמל שלו בכל נקודה עובר בראשית.

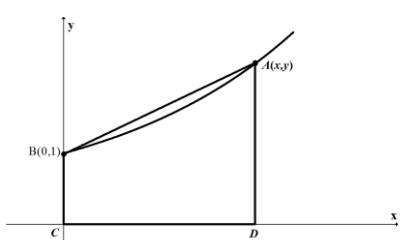
3) מצאו את משוואת העקום, שהשיפוע המשיק לו בכל נקודה שווה למחצית שיפוע הקטע מהראשית לנקודה.

4) תרגמו את התייאור המילולי הבא למשוואה דיפרנציאלית ופתרו אותה:
נתון עקום בربיע הראשון, העובר בנקודה $(2,4)$.

נתון כי ההפרש בין שיפוע המשיק לגרף העקום בנקודה (x, y) מעליו, ובין שיפוע הישיר המחבר את A עם ראשית הצירים, שווה לשיעור $\frac{y}{x}$ של הנקודה A .

5) מצאו את משוואת העקום, המאונך לישר העובר דרך נקודה כלשהי על העקום ודרך הנקודה $(3,4)$, אם ידוע שהעקום עובר גם דרך הראשית.

6) קטע הנורמל לעקום בנקודה (x, y) שבין נקודה זו לציר ה- x , נחצה על ידי ציר ה- y .
מצאו את משוואת עקום זה.



7) נתון עקום העובר בנקודה $B(0,1)$.
בכל נקודה A שעל העקום, שווה שיפוע העקום לשטחו של הטרפז $ABCD$, הנראה בציור.
מהי משוואת העקום?

8) נתון עקום, בربיע הראשון, העובר בנקודה $(1,3)$, וSHIPOU המשיק אליו בנקודה (x, y) שווה ל- $-\left(1 + \frac{y}{x}\right)$.
מצאו את משוואת העקום.

9) מצאו את משווהת העקום, העובר דרך הנקודה $(1,2)$,

$$\cdot \frac{2xy}{y^2 - x^2}$$

ושבכל נקודה (x, y) שעליו שיפוע הנורמל הוא

10) מצאו את משווהת העקום, העובר דרך הנקודה $(0,1)$, כך שהמשולש המוגבל

על ידי ציר $h-y$, המשיק לעקום בנקודה כלשהי שעליו (x, y) וחותע OM ,

מהראשית O ל- M , הוא משולש שווה שוקיים, שבסיסו הקטע MN

(כאשר N היא הנקודה בה המשיק הנNIL חותך את ציר $h-y$).

ציררו ציור מתאים ברבייע הראשון הממחיש את הבעיה.

תשובות סופיות

$$x^2 + y^2 = k \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 = k \quad (2)$$

$$y^2 = ax \quad (3)$$

$$y = 2xe^{x-2} \quad (4)$$

$$y = 4 \pm \sqrt{25 - (x-3)^2} \quad (5)$$

$$2x^2 + y^2 = k \quad (6)$$

$$y = 2e^{x^2/4} - 1 \quad (7)$$

$$2xy + x^2 = 7 \quad (8)$$

$$x^3 - 3y^2x = 11 \quad (9)$$

$$2 = y + \sqrt{y^2 + x^2} \quad (10)$$

עקומות אורתוגונליות

שאלות

מצאו את משפחת העקומות האורתוגונליות למשפחות העקומות בשאלות 1-4:

$$2 \ln x + \ln y = c \quad (1)$$

$$xy = c \quad (2)$$

$$x^2 + 2y^2 = c . \quad (3)$$

ב. מצאו את העקומה האורתוגונלית לעקומה $x^2 + 2y^2 = 9$
בנקודה $(1,2)$ שעליה.

$$x^2 + y^2 = cx \quad (4)$$

5) מצאו את משפחת העקומות, היוצרות זווית של 45°

$$\text{עם משפחת המעגלים } x^2 + y^2 = c$$

תשובות סופיות

$$2 \ln x + \ln y = c \quad (1)$$

$$y^2 - x^2 = k \quad (2)$$

$$y = ax^2 , \quad y = 2x^2 \quad (3)$$

$$y = m(x-c)^2 \quad y > 0 \quad (4)$$

$$\ln|x| + \frac{1}{2} \ln \left(\left(\frac{y}{x} \right)^2 + 1 \right) = -\arctan \left(\frac{y}{x} \right) + c \quad (5)$$