

# חשמל ומגנטיות לתלמידי הנדסה

פרק 13 - מבנה הנגד וצפיפות זרם

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

## הרצאות ותרגילים:

רקע:

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

- $\rho$  - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).
- $L$  - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.
- $S$  (או  $A$ ) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.

הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

(לא להתבלבל עם צפיפות מטען משטחית).

$\vec{J}$  - צפיפות הזרם ליחידת שטח (צפיפות זרם משטחית לפעמים גם נקראת נפחית):

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{J}$ .

אם הצפיפות אחידה אז:

$$I = JS$$

חוק אוהם הדיפרנציאלי:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

כאשר  $\sigma$  היא המוליכות ו- $E$  השדה החשמלי

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה :

$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$

כאשר  $\rho$  היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$  היא מהירות נושאי המטען במוליך,  $\rho = nq$  כאשר  $n$  הוא מספר נושאי המטען ליח נפח ו- $q$  הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה  $\vec{v}_{\text{drift}}$ .

$\vec{k}$  - צפיפות הזרם ליחידת אורך (צפיפות זרם אורכית לפעמים גם נקראת משטחית) :

$$I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$ .

אם הצפיפות אחידה אז :

$$I = kl$$

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית  $\sigma$  בתנועה :

$$\vec{k} = \sigma \vec{v}$$

עבור תנועה של צפיפות מטען ליחידת אורך  $\lambda$  נקבל :

$$I = \lambda v$$

**שאלות:**



1) נוסחה לחישוב התנגדות ודוגמה עבור נגד גלילי גליל מלא בעל רדיוס  $r$  וגובה  $h$  עשוי מחומר בעל התנגדות סגולית משתנה  $\rho = \rho_0 \frac{z}{h}$  כאשר  $\rho_0$  נתון ו- $z$  הוא המרחק מבסיס הגליל.

- חשב את ההתנגדות השקולה.
- נתון שהזרם עובר בין הבסיסים (לאורך  $z$ ) מחברים את הגליל למקור מתח נתון  $V_0$  (המתח הוא בין בסיס אחד לבסיס שני).
- מצא את הזרם הכולל בגליל.
- מצא את צפיפות הזרם והשדה החשמלי בגליל (פתרון בסרטון הבא).

**(2) זרם רדיאלי**



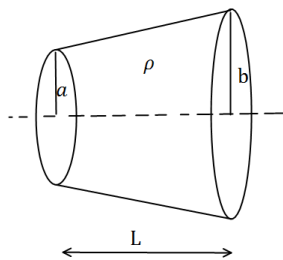
- קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי  $a$  ורדיוס חיצוני  $b$  מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית  $\rho$  אחידה ונתונה.
- מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון הרדיאלי.
  - מחברים מקור מתח  $V_0$  בין המעטפת הפנימית למעטפת החיצונית של הקליפה. מצא את צפיפות הזרם בקליפה.
  - מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

**(3) זרם מעגלי בגליל**



- קליפה גלילית עבה עם רדיוס פנימי  $a$  ורדיוס חיצוני  $b$  מלאה בחומר בעל התנגדות סגולית  $\rho$  אחידה ונתונה.
- מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה אם הזרם זורם בכיוון טטה (ז"א זרם מעגלי).
  - נתון הזרם הכולל הזורם בנגד. מצא את הצפיפות כתלות במרחק ממרכז הנגד.
  - מצא את השדה החשמלי בתוך הקליפה.

**(4) חרוט קטום**



- נתון חרוט קטום שאורכו  $L$ , רדיוס בסיסו הקטן  $a$  ורדיוס בסיסו הגדול  $b$ . בין שני הבסיסים נתון הפרש פוטנציאלים. ההתנגדות הסגולית של החרוט היא  $\rho$ . חשבו את ההתנגדות השקולה של החרוט.

**(5) נגד כדורי מחולק לשני חומרים שונים**



- נגד בצורת קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי  $R_1$  ורדיוס חיצוני  $R_2$  מורכב מחומר בעל התנגדות סגולית  $\rho_1$  בתחום  $(R_3 < R_2) R_1 < r < R_3$  והתנגדות סגולית  $\rho_2$  בתחום  $R_3 < r < R_2$ .
- מצא את ההתנגדות השקולה של הקליפה (זרם בכיוון רדיאלי).
  - מצא את צפיפות הזרם בנגד אם נתון שמחברים את הנגד למקור מתח קבוע  $V$ .
  - מהו השדה החשמלי בנגד?
  - מצא את התפלגות המטען (משטחית ונפחית) בקליפה.

**6) צפיפות זרם בתוך לוח של קבל לוחות**

קבל לוחות עגולים טעון במטען  $Q$  ומחובר לנגד. רדיוס הלוחות הוא  $a$  והמרחק בין הלוחות הוא  $d \ll a$ , התנגדות הנגד היא  $R$ .



א. מצא את הזרם במעגל.

ב. מצא את צפיפות הזרם על פני לוח הקבל.

הדרכה: הנח כי צפיפות המטען על הקבל תמיד אחידה.

חשב את הזרם שיוצא מחלק הלוח בין  $r$  כלשהו ל- $a$ .

חשוב איזו סוג של צפיפות ישנה על הלוח.

מצא את הצפיפות ע"י חלוקה של הזרם בחתך.

ג. בסעיף זה הנגד לא קיים, במקומו ממלאים את הקבל בחומר בעל

התנגדות סגולית  $\rho$  אחידה. חזור על סעיפים א' ו-ב'.

**7) קליפה טעונה מוליכה בתוך נגד**

קליפה מוליכה (מוליכות אידיאלית) ברדיוס  $a$

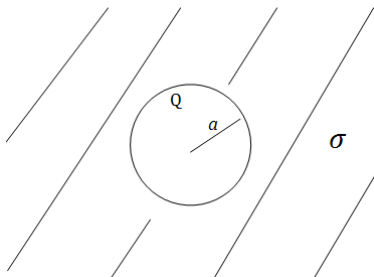
נמצאת בתוך חומר אינסופי עם מוליכות סגולית  $\sigma$ .

נתון כי המטען על הקליפה ב- $t=0$  הוא  $Q$ .

א. מצא את המטען על הקליפה כפונקציה

של הזמן.

ב. מצא את צפיפות הזרם ואת השדה החשמלי בנגד.



**8) התנגדות תלויה באורך וברוחב**

נתונים שני לוחות מקבילים בעלי

ממדים  $L \times L$ , המרוחקים זה מזה

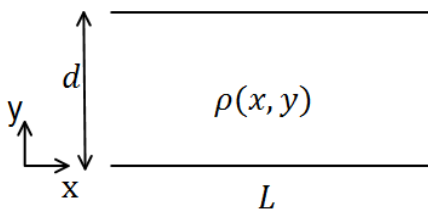
מרחק  $d$ , אשר ביניהם הפרש פוטנציאלים

$(L \gg d)$ .

בין שני הלוחות ישנו חומר מוליך בעל

התנגדות סגולית  $\rho(x, y)$ .

חשבו את ההתנגדות בשני המקרים הבאים:



א. 
$$\rho = \rho_0 \sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)$$

ב. 
$$\rho = \rho_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi y}{d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)}$$

## תשובות סופיות:

$$E = \rho_0 \frac{z}{h} \frac{I}{\pi r^2} \hat{z}, \quad \vec{J} = \frac{I}{\pi r^2} \hat{z} \quad \text{ג.} \quad I = \frac{V_0}{R_T} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{\rho_0 h}{2\pi r^2} \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$E = \frac{\rho V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ג.} \quad \vec{J} = \frac{V_0}{R_T 2\pi r h} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{\rho}{2\pi h} \ln \frac{b}{a} \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{J} \quad \text{ג.} \quad \vec{J} = \frac{V_T}{\rho 2\pi r} \hat{\theta} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{1}{\frac{h}{2\pi\rho} \ln \frac{b}{a}} \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$R = \frac{\rho L}{\pi ab} \quad (4)$$

$$\vec{J}_{(r)} = \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad R_T = \frac{\rho_1}{4\pi} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_3} \right) + \frac{\rho_2}{4\pi} \left( \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$\vec{E} = \begin{cases} \rho_1 \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} & R_1 < r < R_3 \\ \rho_2 \frac{I}{4\pi r^2} \hat{r} & R_3 < r < R_2 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\sigma_0 = 0, \quad \sigma_{(R_1)} = \varepsilon_0 \rho_1 \frac{I}{4\pi R_1^2} - 0, \quad \sigma_{(R_3)} = \frac{I \varepsilon_0}{4\pi R_3^2} (\rho_2 - \rho_1), \quad \sigma_{(R_2)} = -\varepsilon_0 \frac{I}{4\pi R_2^2} \rho_2 \quad \text{ד.}$$

$$k = \frac{a^2 - r^2}{2\pi r a^2} \frac{Q}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{ב.} \quad I = \frac{Q}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{א.} \quad (6)$$

$$\vec{J} = \frac{I}{\pi a^2} \hat{z}, \quad k = 0! \quad , \quad I = \frac{Q}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{J} = \frac{\sigma q(t)}{\varepsilon_0 4\pi r^2} \hat{r}, \quad \vec{E} = \frac{kq(t)}{r^2} \hat{r} \quad \text{ב.} \quad q(t) = Q e^{-\frac{\sigma t}{\varepsilon_0}} \quad \text{א.} \quad (7)$$

$$R_T = \frac{\rho_0 d}{L^2} \quad \text{ב.} \quad R = \frac{2\rho_0 d}{\pi L^2} \quad \text{א.} \quad (8)$$