

# סטטיסטיקה ב

פרק 18 - מבחני חי בריבוע

תוכן העניינים

1. מבחן טיב התאמה..... 1
2. מבחן טיב התאמה והקשר שלו לבדיקת השערות על פרופורציה אחת..... 6
3. מבחן לאי תלות..... 8
4. קשר בין מבחן אי תלות לבדיקת השערות להפרש פרופורציות..... 13
5. מקדם המתאם של קרמר..... 15

## מבחני חי בריבוע

### מבחן טיב התאמה – רקע

מבחן זה בא לבדוק האם אוכלוסייה מסוימת מתפלגת לפי התפלגות נתונה. המשתנה הנחקר מחולק למספר קטגוריות ויש לבדוק האם תוצאות המדגם תואמות להתפלגות הנתונה.

#### מבנה המבחן:

##### השערות:

המשתנה מתפלג לפי התפלגות מסוימת -  $H_0$ .

אחרת -  $H_1$ .

##### כלל הכרעה:

הערך הקריטי נקבע על סמך התפלגות חי בריבוע. התפלגות זו היא אסימטרית חיובית ותלויה בדרגות החופש.  $d.f = K - 1$ , כאשר  $K$  - מספר הקטגוריות.



הערך הקריטי הוא:  $\chi^2_{1-\alpha, K-1}$ , כלומר האחוזון ה- $1-\alpha$  בהתפלגות חי בריבוע

שדרגות החופש הן  $K - 1$ .

אם  $\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha, K-1}$ , דוחים את השערת האפס.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

סטטיסטי המבחן:

$O_i$  - השכיחות שנצפתה במדגם בקטגוריה  $i$ .

$p_i$  - הסתברות לקטגוריה  $i$  לפי השערת האפס.

$E_i = np_i$  - שכיחות צפויה במדגם לקטגוריה  $i$  בהנחת השערת האפס.

**הערה:**

תנאי כדי לבצע את המבחן הוא  $E_i \geq 5$  לכל  $i$ . במידה ותנאי זה לא מתקיים יש אפשרות לאחד קטגוריות סמוכות עד שהתנאי יתקיים.

**דוגמה (פתרון בהקלטה) :**

במדינה מסוימת שלוש מפלגות. בפרלמנט הנוכחי התפלגות מספר המושבים היא 30% למפלגה A, 60% למפלגה B ו-10% למפלגה C. לקראת הבחירות המתוכננות בשבוע הבא נעשה סקר שכלל 300 אזרחים. בסקר התקבל ש-40% יצביעו למפלגה A, 50% למפלגה B ו-10% למפלגה C. האם תוצאות הסקר תואמות להתפלגות המושבים בפרלמנט הנוכחי? בדקו ברמת מובהקות של 5%.

## טבלת התפלגות חי-בריבוע – ערכי החלוקה



| df | p        |         |         |         |        |       |       |      |      |      |      |      |      |
|----|----------|---------|---------|---------|--------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|
|    | .005     | .01     | .025    | .05     | .10    | .25   | .50   | .75  | .90  | .95  | .975 | .99  | .995 |
| 1  | 0.004393 | 0.00157 | 0.00982 | 0.02393 | 0.0158 | 0.102 | 0.455 | 1.32 | 2.71 | 3.84 | 5.02 | 6.63 | 7.88 |
| 2  | 0.0100   | 0.0201  | 0.0506  | 0.103   | 0.211  | 0.575 | 1.39  | 2.77 | 4.61 | 5.99 | 7.38 | 9.21 | 10.6 |
| 3  | 0.0717   | 0.115   | 0.216   | 0.352   | 0.584  | 1.21  | 2.37  | 4.11 | 6.25 | 7.81 | 9.35 | 11.3 | 12.8 |
| 4  | 0.207    | 0.297   | 0.484   | 0.711   | 1.06   | 1.92  | 3.36  | 5.39 | 7.78 | 9.49 | 11.1 | 13.3 | 14.9 |
| 5  | 0.412    | 0.554   | 0.831   | 1.15    | 1.61   | 2.67  | 4.35  | 6.63 | 9.24 | 11.1 | 12.8 | 15.1 | 16.7 |
| 6  | 0.676    | 0.872   | 1.24    | 1.64    | 2.20   | 3.45  | 5.35  | 7.84 | 10.6 | 12.6 | 14.4 | 16.8 | 18.5 |
| 7  | 0.989    | 1.24    | 1.69    | 2.17    | 2.83   | 4.25  | 6.35  | 9.04 | 12.0 | 14.1 | 16.0 | 18.5 | 20.3 |
| 8  | 1.34     | 1.65    | 2.18    | 2.73    | 3.49   | 5.07  | 7.34  | 10.2 | 13.4 | 15.5 | 17.5 | 20.1 | 22.0 |
| 9  | 1.73     | 2.09    | 2.70    | 3.33    | 4.17   | 5.90  | 8.34  | 11.4 | 14.7 | 16.9 | 19.0 | 21.7 | 23.6 |
| 10 | 2.16     | 2.56    | 3.25    | 3.94    | 4.87   | 6.74  | 9.34  | 12.5 | 16.0 | 18.3 | 20.5 | 23.2 | 25.2 |
| 11 | 2.60     | 3.05    | 3.82    | 4.57    | 5.58   | 7.58  | 10.3  | 13.7 | 17.3 | 19.7 | 21.9 | 24.7 | 26.8 |
| 12 | 3.07     | 3.57    | 4.40    | 5.23    | 6.30   | 8.44  | 11.3  | 14.8 | 18.5 | 21.0 | 23.3 | 26.2 | 28.3 |
| 13 | 3.57     | 4.11    | 5.01    | 5.89    | 7.04   | 9.30  | 12.3  | 16.0 | 19.8 | 22.4 | 24.7 | 27.7 | 29.8 |
| 14 | 4.07     | 4.66    | 5.63    | 6.57    | 7.79   | 10.2  | 13.3  | 17.1 | 21.1 | 23.7 | 26.1 | 29.1 | 31.3 |
| 15 | 4.60     | 5.23    | 6.26    | 7.26    | 8.55   | 11.0  | 14.3  | 18.2 | 22.3 | 25.0 | 27.5 | 30.6 | 32.8 |
| 16 | 5.14     | 5.81    | 6.91    | 7.96    | 9.31   | 11.9  | 15.3  | 19.4 | 23.5 | 26.3 | 28.8 | 32.0 | 34.3 |
| 17 | 5.70     | 6.41    | 7.56    | 8.67    | 10.1   | 12.8  | 16.3  | 20.5 | 24.8 | 27.6 | 30.2 | 33.4 | 35.7 |
| 18 | 6.26     | 7.01    | 8.23    | 9.39    | 10.9   | 13.7  | 17.3  | 21.6 | 26.0 | 28.9 | 31.5 | 34.8 | 37.2 |
| 19 | 6.84     | 7.63    | 8.91    | 10.1    | 11.7   | 14.6  | 18.3  | 22.7 | 27.2 | 30.1 | 32.9 | 36.2 | 38.6 |
| 20 | 7.43     | 8.26    | 9.59    | 10.9    | 12.4   | 15.5  | 19.3  | 23.8 | 28.4 | 31.4 | 34.2 | 37.6 | 40.0 |
| 21 | 8.03     | 8.90    | 10.3    | 11.6    | 13.2   | 16.3  | 20.3  | 24.9 | 29.6 | 32.7 | 35.5 | 38.9 | 41.4 |
| 22 | 8.64     | 9.54    | 11.0    | 12.3    | 14.0   | 17.2  | 21.3  | 26.0 | 30.8 | 33.9 | 36.8 | 40.3 | 42.8 |
| 23 | 9.26     | 10.2    | 11.7    | 13.1    | 14.8   | 18.1  | 22.3  | 27.1 | 32.0 | 35.2 | 38.1 | 41.6 | 44.2 |
| 24 | 9.89     | 10.9    | 12.4    | 13.8    | 15.7   | 19.0  | 23.3  | 28.2 | 33.2 | 36.4 | 39.4 | 43.0 | 45.6 |
| 25 | 10.5     | 11.5    | 13.1    | 14.6    | 16.5   | 19.9  | 24.3  | 29.3 | 34.4 | 37.7 | 40.6 | 44.3 | 46.9 |
| 26 | 11.2     | 12.2    | 13.8    | 15.4    | 17.3   | 20.8  | 25.3  | 30.4 | 35.6 | 38.9 | 41.9 | 45.6 | 48.3 |
| 27 | 11.8     | 12.9    | 14.6    | 16.2    | 18.1   | 21.7  | 26.3  | 31.5 | 36.7 | 40.1 | 43.2 | 47.0 | 49.6 |
| 28 | 12.5     | 13.6    | 15.3    | 16.9    | 18.9   | 22.7  | 27.3  | 32.6 | 37.9 | 41.3 | 44.5 | 48.3 | 51.0 |
| 29 | 13.1     | 14.3    | 16.0    | 17.7    | 19.8   | 23.6  | 28.3  | 33.7 | 39.1 | 42.6 | 45.7 | 49.6 | 52.3 |
| 30 | 13.8     | 15.0    | 16.8    | 18.5    | 20.6   | 24.5  | 29.3  | 34.8 | 40.3 | 43.8 | 47.0 | 50.9 | 53.7 |

## שאלות

- (1) במטרה לבדוק האם קובייה הוגנת, מטילים אותה 120 פעמים. התקבל 17 פעמים 1, 23 פעמים 2, 20 פעמים 3, 25 פעמים 4, 18 פעמים 5 ו-17 פעמים 6. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?
- (2) מפעל מייצר סוכריות בצבעים כחול, אדום, ירוק וכתום. מעוניינים לבדוק שפרופורציית הסוכריות הכחולות גדולה פי 2 מכל צבע אחר. לצורך כך נדגמו באקראי 200 סוכריות והתקבל: 70 כחולות, 50 אדומות, 40 ירוקות והיתר כתומות. מה מסקנתכם ברמת מובהקות של 5%?
- (3) משרד החינוך טוען שבקרב השכירים במשק היחס בין השכירים בעלי השכלה נמוכה, תיכונית ואקדמאית הוא 1:2:1 בהתאמה. במדגם של 200 שכירים התקבלו 56 אנשים בעלי השכלה נמוכה, 105 בעלי השכלה תיכונית והיתר בעלי השכלה גבוהה.
- א. על סמך תוצאות המדגם, האם התפלגות ההשכלה היא כמו שמשדרד החינוך מפרסם? בדוק ברמת מובהקות של 5%.
- ב. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% לפרופורציית השכירים במשק בעלי השכלה אקדמאית.
- (4) 200 איש נתבקשו לבחור ספרה באקראי והנה התוצאות שהתקבלו:
- 18 איש בחרו בספרה 0, 24 איש בחרו בספרה 1, 17 איש בחרו בספרה 2, 19 איש בחרו בספרה 3, 20 איש בחרו בספרה 4, 18 איש בחרו בספרה 5, 22 איש בחרו בספרה 6 והיתר בחרו בספרות 7-9.
- א. על סמך התוצאות הללו האם בחירת הספרות אקראית? בדקו ברמת מובהקות של 2.5%.
- ב. תנו הערכה למובהקות התוצאה.
- ג. אם נגדיל את גודל המדגם פי 2 ונשמור על אותם יחסים של כמות האנשים במדגם שבחרו בספרות, כיצד הדבר ישפיע על ערכו של הסטטיסטי  $\chi^2$ ? מה תהיה המסקנה במקרה זה?
- (5) מעוניינים לבדוק האם קובייה היא הוגנת. הטילו את הקובייה פעמיים והתבוננו בסכום הוצאות. חזרו על התהליך 72 פעמים.
- להלן התוצאות שהתקבלו במדגם:
- מה המסקנה ברמת מובהקות של 5%?

| מספר הטלות | סכום התוצאות |
|------------|--------------|
| 20         | 2-5          |
| 17         | 6-8          |
| 20         | 9-10         |
| 15         | 11-12        |

- (6) בפנס יש 4 סוללות. בבדיקה שנערכה ב-400 פנסים נמצאו סוללות פגומות לפי השכיחויות הבאות:

| 3 ומעלה | 2  | 1   | 0   | מספר הסוללות הפגומות |
|---------|----|-----|-----|----------------------|
| 8       | 12 | 104 | 276 | שכיחות               |

מעוניינים לבדוק על סמך תוצאות מדגם אלה האם הסיכוי לסוללה פגומה הוא 20%. מהי רמת המובהקות המינימלית עבורה נכריע שהסיכוי לסוללה פגומה אינו 20%?

- (7) להלן השערות מחקר:  $H_0: X \sim N(40, 2^2)$ ,  $H_1: \text{else}$ .

| $X$          | מתחת 36 | 36-40 | 40-44 | מעל 44 |
|--------------|---------|-------|-------|--------|
| מספר הדגימות | 3A      | 50A   | 45A   | 2A     |

תוצאות המדגם הן:

מהו ערכו המקסימלי של A עבורו נקבל את  $H_0$  ברמת מובהקות של 5%?

### תשובות סופיות

- (1) לא נדחה  $H_0$ .
- (2) לא נדחה  $H_0$ .
- (3) א. לא נדחה  $H_0$ . ב. (0.14, 0.25).
- (4) א. לא נדחה  $H_0$ . ב. בין 0.95 ל-0.975.
- ג. יגדל פי 2; המסקנה לא תשתנה.
- (5) נכריע שהקובייה אינה הוגנת.
- (6) 0.005.
- (7) 14.

## הקשר בין מבחן טיב התאמה לבדיקת השערות על הפרופורציה – רקע

אם אנו רוצים לבצע מבחן טיב התאמה על משתנה שיש לו שתי קטגוריות בלבד (משתנה דיכוטומי), הדבר זהה לתהליך של בדיקת השערות דו צדדית על פרופורציה בודדת.

### דוגמה (פתרון בהקלטה) :

הטילו מטבע 80 פעמים וקיבלו 48 פעמים את התוצאה "ראש".  
בדקו האם המטבע הוא הוגן ברמת מובהקות של 5%.

א. באמצעות מבחן טיב התאמה.

ב. באמצעות מבחן Z לפרופורציה בודדת.

## שאלות

(1) בסקר שנעשה על 320 נשאלים, 43.75% טענו שהחיה המועדפת עליהם היא כלב. עד היום היה נהוג לחשוב ש-40% מהאנשים מעדיפים כלבים. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם הסקר יישנה את הסברה שהייתה נהוגה עד היום לגבי העדפת כלב.

א. באמצעות מבחן טיב התאמה.

ב. באמצעות מבחן על פרופורציה.

(2) לסוכנות מכוניות שלושה סניפים ברחבי הארץ. המכוניות נמכרות בסניפים השונים. מתוך 100 מכוניות נמצא ש-65 נמכרו בסניף תל-אביב, 23 בסניף ירושלים והיתר בסניף חיפה.

א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שיעור המכוניות שנמכרות בסניף ת"א גדול פי 2 מכל סניף אחר.

ב. בדקו באמצעות מבחן טיב התאמה האם 60% מהמכוניות נהוגות להימכר בסניף תל אביב. האם יש דרך אחרת לבדוק את ההשערה?

(3) בתחרות ריצה בית ספרית שלושה מסלולי ריצה.

ב-50 תחרויות בדקו באיזה מסלול היה הניצחון.

התוצאות שהתקבלו מסוכמות בטבלה הבאה:

| המסלול         | 1  | 2  | 3  |
|----------------|----|----|----|
| מספר הניצחונות | 20 | 15 | 15 |

א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם יש מסלול מועדף לניצחון.

ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם הסיכוי לנצח במסלול מספר 1

גבוה מ- $\frac{1}{3}$ .

## תשובות סופיות

(1) לא נדחה  $H_0$ .

(2) א. נדחה  $H_0$ . ב. לא נדחה  $H_0$ .

(3) א. לא נדחה  $H_0$ . ב. לא נדחה  $H_0$ .

## מבחן חי בריבוע לאי תלות בין משתנים – רקע

מבחן לאי תלות מטרתו לבדוק האם קיים קשר בין שני משתנים. שני המשתנים שנבדקים צריכים להיות מחולקים למספר קטגוריות.

**מבנה המבחן:**

**השערות:**

אין תלות בין המשתנים  $H_0$ .

יש תלות בין המשתנים  $H_1$ .

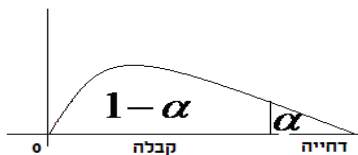
**כלל הכרעה:**

הערך הקריטי נקבע על סמך התפלגות חי בריבוע. התפלגות זו היא אסימטרית חיובית ותלויה בדרגות החופש  $d.f = (r-1)(c-1)$ . כאשר:  $r$  - מספר הקטגוריות של המשתנה שבשורות.  $c$  - מספר הקטגוריות של המשתנה שבעמודות.

הערך הקריטי הוא:  $\chi^2_{1-\alpha, (r-1)(c-1)}$ , כלומר האחוזון ה- $1-\alpha$  בהתפלגות חי בריבוע שדרגות החופש הן  $(r-1)(c-1)$ . אם  $\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha, (r-1)(c-1)}$  אז דוחים את השערת האפס.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

כאשר:



$O_i$  - השכיחות נצפית במדגם בתא  $i$ .

$E_i$  - שכיחות צפויה במדגם בתא  $i$  בהנחת השערת האפס.

$$E_i = \frac{f(x) \cdot f(y)}{n}$$

**הערה:**

תנאי כדי לבצע את המבחן הוא  $E_i \geq 5$  לכל  $i$ . במידה ותנאי זה לא מתקיים יש אפשרות לאחד קטגוריות סמוכות עד שהתנאי יתקיים.  
 תנאי חלופי: אין  $E$  קטן מ-1 וגם אין ביותר מ 20% מהתאים  $E$  קטן מ-5.

**דוגמה (הפתרון בהקלטה):**

האם יש תלות בין המגדר לבין דעה מסוימת?  
 יש לבדוק ברמת מובהקות של 5% על סמך תוצאות הסקר:

| המגדר / דעה | בעד | נגד | נמנע | סה"כ |
|-------------|-----|-----|------|------|
| גברים       | 50  | 40  | 10   |      |
| נשים        | 20  | 60  | 20   |      |
| סה"כ        |     |     |      |      |

טבלת התפלגות חי-בריבוע – ערכי החלוקה  $\chi^2_p$ 

| df | $p$      |         |         |         |        |       |       |      |      |      |      |      |      |
|----|----------|---------|---------|---------|--------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|
|    | .005     | .01     | .025    | .05     | .10    | .25   | .50   | .75  | .90  | .95  | .975 | .99  | .995 |
| 1  | 0.004393 | 0.00157 | 0.00982 | 0.02393 | 0.0158 | 0.102 | 0.455 | 1.32 | 2.71 | 3.84 | 5.02 | 6.63 | 7.88 |
| 2  | 0.0100   | 0.0201  | 0.0506  | 0.103   | 0.211  | 0.575 | 1.39  | 2.77 | 4.61 | 5.99 | 7.38 | 9.21 | 10.6 |
| 3  | 0.0717   | 0.115   | 0.216   | 0.352   | 0.584  | 1.21  | 2.37  | 4.11 | 6.25 | 7.81 | 9.35 | 11.3 | 12.8 |
| 4  | 0.207    | 0.297   | 0.484   | 0.711   | 1.06   | 1.92  | 3.36  | 5.39 | 7.78 | 9.49 | 11.1 | 13.3 | 14.9 |
| 5  | 0.412    | 0.554   | 0.831   | 1.15    | 1.61   | 2.67  | 4.35  | 6.63 | 9.24 | 11.1 | 12.8 | 15.1 | 16.7 |
| 6  | 0.676    | 0.872   | 1.24    | 1.64    | 2.20   | 3.45  | 5.35  | 7.84 | 10.6 | 12.6 | 14.4 | 16.8 | 18.5 |
| 7  | 0.989    | 1.24    | 1.69    | 2.17    | 2.83   | 4.25  | 6.35  | 9.04 | 12.0 | 14.1 | 16.0 | 18.5 | 20.3 |
| 8  | 1.34     | 1.65    | 2.18    | 2.73    | 3.49   | 5.07  | 7.34  | 10.2 | 13.4 | 15.5 | 17.5 | 20.1 | 22.0 |
| 9  | 1.73     | 2.09    | 2.70    | 3.33    | 4.17   | 5.90  | 8.34  | 11.4 | 14.7 | 16.9 | 19.0 | 21.7 | 23.6 |
| 10 | 2.16     | 2.56    | 3.25    | 3.94    | 4.87   | 6.74  | 9.34  | 12.5 | 16.0 | 18.3 | 20.5 | 23.2 | 25.2 |
| 11 | 2.60     | 3.05    | 3.82    | 4.57    | 5.58   | 7.58  | 10.3  | 13.7 | 17.3 | 19.7 | 21.9 | 24.7 | 26.8 |
| 12 | 3.07     | 3.57    | 4.40    | 5.23    | 6.30   | 8.44  | 11.3  | 14.8 | 18.5 | 21.0 | 23.3 | 26.2 | 28.3 |
| 13 | 3.57     | 4.11    | 5.01    | 5.89    | 7.04   | 9.30  | 12.3  | 16.0 | 19.8 | 22.4 | 24.7 | 27.7 | 29.8 |
| 14 | 4.07     | 4.66    | 5.63    | 6.57    | 7.79   | 10.2  | 13.3  | 17.1 | 21.1 | 23.7 | 26.1 | 29.1 | 31.3 |
| 15 | 4.60     | 5.23    | 6.26    | 7.26    | 8.55   | 11.0  | 14.3  | 18.2 | 22.3 | 25.0 | 27.5 | 30.6 | 32.8 |
| 16 | 5.14     | 5.81    | 6.91    | 7.96    | 9.31   | 11.9  | 15.3  | 19.4 | 23.5 | 26.3 | 28.8 | 32.0 | 34.3 |
| 17 | 5.70     | 6.41    | 7.56    | 8.67    | 10.1   | 12.8  | 16.3  | 20.5 | 24.8 | 27.6 | 30.2 | 33.4 | 35.7 |
| 18 | 6.26     | 7.01    | 8.23    | 9.39    | 10.9   | 13.7  | 17.3  | 21.6 | 26.0 | 28.9 | 31.5 | 34.8 | 37.2 |
| 19 | 6.84     | 7.63    | 8.91    | 10.1    | 11.7   | 14.6  | 18.3  | 22.7 | 27.2 | 30.1 | 32.9 | 36.2 | 38.6 |
| 20 | 7.43     | 8.26    | 9.59    | 10.9    | 12.4   | 15.5  | 19.3  | 23.8 | 28.4 | 31.4 | 34.2 | 37.6 | 40.0 |
| 21 | 8.03     | 8.90    | 10.3    | 11.6    | 13.2   | 16.3  | 20.3  | 24.9 | 29.6 | 32.7 | 35.5 | 38.9 | 41.4 |
| 22 | 8.64     | 9.54    | 11.0    | 12.3    | 14.0   | 17.2  | 21.3  | 26.0 | 30.8 | 33.9 | 36.8 | 40.3 | 42.8 |
| 23 | 9.26     | 10.2    | 11.7    | 13.1    | 14.8   | 18.1  | 22.3  | 27.1 | 32.0 | 35.2 | 38.1 | 41.6 | 44.2 |
| 24 | 9.89     | 10.9    | 12.4    | 13.8    | 15.7   | 19.0  | 23.3  | 28.2 | 33.2 | 36.4 | 39.4 | 43.0 | 45.6 |
| 25 | 10.5     | 11.5    | 13.1    | 14.6    | 16.5   | 19.9  | 24.3  | 29.3 | 34.4 | 37.7 | 40.6 | 44.3 | 46.9 |
| 26 | 11.2     | 12.2    | 13.8    | 15.4    | 17.3   | 20.8  | 25.3  | 30.4 | 35.6 | 38.9 | 41.9 | 45.6 | 48.3 |
| 27 | 11.8     | 12.9    | 14.6    | 16.2    | 18.1   | 21.7  | 26.3  | 31.5 | 36.7 | 40.1 | 43.2 | 47.0 | 49.6 |
| 28 | 12.5     | 13.6    | 15.3    | 16.9    | 18.9   | 22.7  | 27.3  | 32.6 | 37.9 | 41.3 | 44.5 | 48.3 | 51.0 |
| 29 | 13.1     | 14.3    | 16.0    | 17.7    | 19.8   | 23.6  | 28.3  | 33.7 | 39.1 | 42.6 | 45.7 | 49.6 | 52.3 |
| 30 | 13.8     | 15.0    | 16.8    | 18.5    | 20.6   | 24.5  | 29.3  | 34.8 | 40.3 | 43.8 | 47.0 | 50.9 | 53.7 |

## שאלות

- (1) נבדקה התלות בין גודל הארגון לבין שביעות הרצון של העובדים. להלן התוצאות:

| שביעות רצון<br>גודל המפעל | נמוכה | בינונית | גבוהה | סה"כ |
|---------------------------|-------|---------|-------|------|
| גדול                      | 182   | 203     | 215   | 600  |
| קטן                       | 154   | 110     | 136   | 400  |
| סה"כ                      | 336   | 313     | 351   | 1000 |

מה המסקנה ברמת מובהקות של 2.5%?

- (2) מפעל עובד בשלוש משמרות. להלן מספר המוצרים הפגומים והתקינים בכל אחת מן המשמרות לפי מדגם שנעשה:

| לילה | ערב | יום |        |
|------|-----|-----|--------|
| 70   | 60  | 50  | פגומים |
| 800  | 700 | 600 | תקינים |

האם יש הבדל בין שיעורי הפגומים במשמרות השונות? הסיקו עבור רמת מובהקות  $\alpha = 0.05$ .

- (3) נדגמו 50 מוצרים ממפעל מסוים מתוך 30 מוצרים שיוצרו ביום 17 נבחרו לייצוא מתוך המוצרים שיוצרו בלילה 10 נבחרו לייצוא. האם יש קשר בין היות מוצר לייצוא למועד שבו הוא יוצר? בדקו ברמת בטחון של 95%.

- (4) במטרה לבדוק האם השתנו דפוסי ההצבעה למפלגות השונות בין שבוע שעבר לשבוע נלקחו שני סקרים אחד מהשבוע שעבר והאחר מהשבוע. להלן דפוסי ההצבעה שהתקבלו בסקרים אלה.

א. מהי רמת המובהקות המינמלית עבורה ניתן להחליט שהשתנו דפוסי ההצבעה משבוע שעבר לשבוע באופן מובהק?

ב. כיצד הייתה התשובה לסעיף א משתנה אם כל השכיחויות בטבלה של תוצאות המדגם היו מוכפלות פי 2?

ג. בנו רווח סמך לשיעור המצביעים למפלגה א השבוע ברמת סמך של 95%.

| מפלגה א | מפלגה ב | מפלגות אחרות | סה"כ      |
|---------|---------|--------------|-----------|
|         |         |              | שבוע שעבר |
| 143     |         | 253          | 550       |
| 243     | 314     |              | 1050      |

- (5) בחנות בגדים A בדקו את התפלגות הצבעים של הבגדים הנמכרים ביום מסוים. כמו כן בדקו את התפלגות הצבעים בחנות שכנה B:

| מספר פריטים / צבע | שחור | לבן | אדום | כחול |
|-------------------|------|-----|------|------|
| חנות A            | 15   | 20  | 15   | 50   |
| חנות B            | 60   | 20  | 10   | 20   |

- א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם התפלגות הצבעים בחנות A היא ביחס של 1:1:1:3 לטובת הכחול.  
 ב. בדקו ברמת מובהקות של 2.5% האם קיים הבדל בין החנויות מבחינת התפלגות הצבעים של הפריטים הנמכרים.

- (6) סטודנט קיבל בבדיקת השערות ערך  $\chi^2$  (chi-square) השוו לאפס. הסטודנט הסיק כי לא קיימת תלות בין שני המשתנים שבדק, בכל רמת מובהקות. נכון / לא נכון? נמקו.

- (7) להלן טבלת O של שני משתנים שהתקבל במדגם כלשהו:

| $f(x)$ | $Y_4$ | $Y_3$ | $Y_2$ | $Y_1$ |        |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 200    |       |       |       |       | $X_1$  |
| 200    |       |       |       |       | $X_2$  |
|        | 160   | 120   | 60    | 60    | $f(y)$ |

- מה צריכות להיות השכיחויות בתוך הטבלה כדי שמובהקות התוצאה (PV) תהיה 100%?

## תשובות סופיות

- (1) נסיק שיש קשר בין גודל הארגון לשביעות הרצון של העובדים.  
 (2) נסיק שאין הבדל מובהק בין שיעור הפגומים במשמרות השונות.  
 (3) נסיק שאין קשר בין היות מוצא לייצוא למועד שבו הוא יוצר.  
 (4) א. 10% ב. קטן ג. (0.223, 0.297)  
 (5) א. נסיק שהתפלגות הצבעים בחנות היא כמו שמצוין.  
 ב. נסיק שיש הבדל בין החנויות מבחינת התפלגות הצבעים.  
 (6) נכון  
 (7) להלן טבלה:

| $f(x)$ | $Y_4$ | $Y_3$ | $Y_2$ | $Y_1$ |        |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 200    | 80    | 60    | 30    | 30    | $X_1$  |
| 200    | -8    | 60    | 30    | 30    | $X_2$  |
| 400    | 160   | 120   | 60    | 60    | $f(y)$ |

## הקשר בין מבחן לאי תלות ובדיקת השערות להפרש פרופורציות – רקע

מבחן לאי תלות שבו לכל משתנה יש שתי קטגוריות שקול לבדיקת השערות דו צדדית על הפרש פרופורציות כאשר השערת האפס היא שהפרופורציות שוות. כל זאת, כמובן, אם התנאים למבחנים מתקיימים.

**דוגמה (פתרון בהקלטה) :**

בקרב מדגם של 200 נשים 120 טענו שהן תצבענה למועמד R לראשות העיר. בקרב מדגם של 200 גברים 80 טענו שהם יצביעו למועמד R האם קיים הבדל בין דפוס ההצבעה של הנשים ושל הגברים? האם אפשר לבדוק זאת גם על ידי מבחן לאי תלות וגם על ידי בדיקת השערות לשתי פרופורציות?

## שאלות

- 1) בקרב מדגם של 200 נשים 120 טענו שהן תצבענה למועמד R לראשות העיר. בקרב מדגם של 200 גברים 80 טענו שהם יצביעו למועמד R האם קיים הבדל בין דפוס ההצבעה של הנשים ושל הגברים? בדוק ברמת מובהקות של 5%.  
א. על ידי מבחן לאי תלות.  
ב. על ידי בדיקת השערות לשתי פרופורציות.
- 2) נלקחו 200 אנשים שמתוכם 60 הצהירו שהם עוסקים בפעילות גופנית סדירה. מתוך אלו שעוסקים בפעילות גופנית סדירה 50 נמצאו במצב בריאותי תקין. מתוך אלו שלא עוסקים בפעילות גופנית סדירה 90 נמצאו במצב בריאותי תקין.  
א. בנו טבלת שכיחות משותפת לנתונים שהוצגו בשאלה.  
ב. האם ניתן להגיד שהסיכוי להימצא במצב בריאותי תקין גבוה יותר כאשר עוסקים בפעילות גופנית סדירה לעומת המצב שלא עוסקים בפעילות גופנית סדירה? בדוק ברמת בטחון של 90%.

## תשובות סופיות

- (1) נדחה את השערת האפס לפירוט הדרך ראה וידאו.  
 (2) א. להלן טבלה: ב. נדחה את השערת האפס.

|     | לא תקין | תקין | פעילות/מצב<br>בריאותי |
|-----|---------|------|-----------------------|
| 60  | 10      | 50   | סדירה                 |
| 140 | 50      | 90   | לא סדירה              |
| 200 | 60      | 140  |                       |

## מדדי קשר-מדד הקשר של קרמר – רקע

מתי משתמשים במדד הזה? - כאשר אחד המשתנים הוא מסולם שמי והשני מכל סולם אפשרי. מדד הקשר מקבל ערכים בין 0 ל-1. ככל שהמדד יותר קרוב לאחד קיים קשר בעוצמה יותר חזקה בין המשתנים.

### דוגמה (פתרון בהקלטה) :

במחקר רוצים לבדוק את הקשר בין מין לדעה בנושא מסוים, שאלו 100 גברים ו-100 נשים האם הם בעד/נגד/נמנעים באיזשהו נושא. להלן טבלת השכיחויות המשותפת שהתקבלה.

| $f(x)$    | נמנע | נגד | בעד | $X/Y$  |
|-----------|------|-----|-----|--------|
| 100       | 10   | 40  | 50  | גבר    |
| 100       | 10   | 60  | 30  | אישה   |
| $n = 200$ | 20   | 100 | 80  | $f(y)$ |

בהקשר של קרמר הטבלה נקראת טבלת O (observed)

$X$  - מין (גבר/אישה) – סולם שמי.

$Y$  - דעה (בעד/נמנע/נגד) – סולם שמי/סדר.

### שלבים בחישוב $r_c$ :

#### שלב א' :

נבנה את טבלת E (Expected)

נעתיק את המסגרת של טבלת O ואז כל  $E_i = \frac{f(x) \cdot f(y)}{n}$ .

| $f(x)$  | נמנע | נגד | בעד | $X/Y$  |
|---------|------|-----|-----|--------|
| 100     |      |     |     | גבר    |
| 100     |      |     |     | אישה   |
| $n=200$ | 20   | 100 | 80  | $f(y)$ |

#### שלב ב' :

נחשב  $\chi^2 = \sum_i \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ .

#### שלב ג' :

נחשב:  $r_c = \sqrt{\frac{1}{n(L-1)} \chi^2}$

כאשר  $L$  מבטא את המספר הקטן מבין מספר השורות או העמודות.

## שאלות

- (1) להלן תוצאות מחקר שבדק את הקשר בין מין להשכלה. לגבי כל נחקר נבדק המין שלו והשכלתו.

| מין / השכלה | נמוכה | תיכונית | גבוהה |
|-------------|-------|---------|-------|
| גבר         | 120   | 40      | 20    |
| אישה        | 20    | 20      | 80    |

להלן התוצאות:

האם קיים קשר בין מין להשכלה? נמקו!

- (2) נלקחו 200 אנשים שמתוכם 60 הצהירו שהם עוסקים בפעילות גופנית סדירה. מתוך אלו שעוסקים בפעילות גופנית סדירה 50 נמצאו במצב בריאותי תקין. מתוך אלו שלא עוסקים בפעילות גופנית סדירה 90 נמצאו במצב בריאותי תקין.

א. בנו טבלת שכיחות משותפת לנתונים שהוצגו בשאלה.

ב. האם קיים קשר בין פעילות גופנית למצב בריאותי?

חשבו לפי מדד הקשר של קרמר.

## תשובות סופיות

- (1) קיים קשר בעוצמה בינונית בין המין להשכלה מקדם המתאם של קרמר הוא 0.595.
- (2) א. להלן טבלה: ב. מדד קרמר 0.19 מעיד על קשר בעוצמה נמוכה.

| $y/x$  | תקין | לא תקין | $f(x)$ |
|--------|------|---------|--------|
| כן     | 50   | 10      | 60     |
| לא     | 90   | 50      | 140    |
| $f(y)$ | 140  | 60      | 200    |