סטטיסטיקה

פרק 32 - מבחני חי בריבוע

תוכן העניינים

1. מבחן טיב התאמה..... (ללא ספר)
2. מבחן טיב התאמה והקשר שלו לבדיקת השערות על פרופורציה אחת..... 1
3. מבחן לאי תלות..... (ללא ספר)
4. קשר בין מבחן אי תלות לבדיקת השערות להפרש פרופרוציות..... 3
5. ניתוח פלטים במבחן אי תלות..... 5

הקשר בין מבחן טיב התאמה לבדיקת השערות על הפרופורציה – רקע

אם אנו רוצים לבצע מבחן טיב התאמה על משתנה שיש לו שתי קטגוריות בלבד (משתנה דיכוטומי), הדבר זהה לתהליך של בדיקת השערות דו צדדית על פרופורציה בודדת.

דוגמה (פתרון בהקלטה) :

הטילו מטבע 80 פעמים וקיבלו 48 פעמים את התוצאה "ראש".
בדקו האם המטבע הוא הוגן ברמת מובהקות של 5%.

א. באמצעות מבחן טיב התאמה.

ב. באמצעות מבחן Z לפרופורציה בודדת.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

שאלות

1) בסקר שנעשה על 320 נשאלים, 43.75% טענו שהחיה המועדפת עליהם היא כלב. עד היום היה נהוג לחשוב ש40% מהאנשים מעדיפים כלבים.
בדקו ברמת מובהקות של 5% האם הסקר יישנה את הסברה שהייתה נהוגה עד היום לגבי העדפת כלב.

א. באמצעות מבחן טיב התאמה.

ב. באמצעות מבחן על פרופורציה.

2) לסוכנות מכוניות שלושה סניפים ברחבי הארץ. המכוניות נמכרות בסניפים השונים. מתוך 100 מכוניות נמצא ש-65 נמכרו בסניף תל-אביב, 23 בסניף ירושלים והיתר בסניף חיפה.

א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שיעור המכוניות שנמכרות בסניף ת"א גדול פי 2 מכל סניף אחר.

ב. בדקו באמצעות מבחן טיב התאמה האם 60% מהמכוניות נהוגות להימכר בסניף תל אביב. האם יש דרך אחרת לבדוק את ההשערה?

3) בתחרות ריצה בית ספרית שלושה מסלולי ריצה.
ב-50 תחרויות בדקו באיזה מסלול היה הניצחון.
התוצאות שהתקבלו מסוכמות בטבלה הבאה:

המסלול	1	2	3
מספר הניצחונות	20	15	15

א. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם יש מסלול מועדף לניצחון.

ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם הסיכוי לנצח במסלול מספר 1 גבוה מ-$\frac{1}{3}$.

תשובות סופיות

1) לא נדחה H_0.

2) א. נדחה H_0. ב. לא נדחה H_0.

3) א. לא נדחה H_0. ב. לא נדחה H_0.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

הקשר בין מבחן לאי תלות ובדיקת השערות להפרש פרופורציות – רקע

מבחן לאי תלות שבו לכל משתנה יש שתי קטגוריות שקול לבדיקת השערות דו צדדית על הפרש פרופורציות כאשר השערת האפס היא שהפרופורציות שוות. כל זאת, כמובן, אם התנאים למבחנים מתקיימים.

דוגמה (פתרון בהקלטה) :

בקרב מדגם של 200 נשים 120 טענו שהן תצבענה למועמד R לראשות העיר. בקרב מדגם של 200 גברים 80 טענו שהם יצביעו למועמד R האם קיים הבדל בין דפוס ההצבעה של הנשים ושל הגברים? האם אפשר לבדוק זאת גם על ידי מבחן לאי תלות וגם על ידי בדיקת השערות לשתי פרופורציות?

שאלות

1) בקרב מדגם של 200 נשים 120 טענו שהן תצבענה למועמד R לראשות העיר. בקרב מדגם של 200 גברים 80 טענו שהם יצביעו למועמד R האם קיים הבדל בין דפוס ההצבעה של הנשים ושל הגברים?
בדוק ברמת מובהקות של 5%.

א. על ידי מבחן לאי תלות.

ב. על ידי בדיקת השערות לשתי פרופורציות.

2) נלקחו 200 אנשים שמתוכם 60 הצהירו שהם עוסקים בפעילות גופנית סדירה. מתוך אלו שעוסקים בפעילות גופנית סדירה 50 נמצאו במצב בריאותי תקין. מתוך אלו שלא עוסקים בפעילות גופנית סדירה 90 נמצאו במצב בריאותי תקין.

א. בנו טבלת שכיחות משותפת לנתונים שהוצגו בשאלה.

ב. האם ניתן להגיד שהסיכוי להימצא במצב בריאותי תקין גבוה יותר כאשר עוסקים בפעילות גופנית סדירה לעומת המצב שלא עוסקים בפעילות גופנית סדירה? בדוק ברמת בטחון של 90%.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

תשובות סופיות

1) נדחה את השערת האפס לפירוט הדרך ראה וידאו.

2) א. להלן טבלה: ב. נדחה את השערת האפס.

פעילות/מצב בריאותי	תקין	לא תקין	
סדירה	50	10	60
לא סדירה	90	50	140
	140	60	200

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

פלטים על מבחן לאי תלות – רקע

מבחן לאי תלות מטרתו לבדוק האם קיים קשר בין שני משתנים.
שני המשתנים שנבדקים צריכים להיות מחולקים למספר קטגוריות.

מבנה המבחן:

השערות:

אין תלות בין המשתנים: H_0.

יש תלות בין המשתנים: H_1.

דרגות חופש: $d.f=(r-1)(c-1)$.

כאשר: r - מספר הקטגוריות של המשתנה שבשורות.

c - ספר הקטגוריות של המשתנה שבעמודות.

סטטיסטי המבחן: $\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{(O_i-E_i)^2}{E_i}$.

O_i - השכיחות נצפית במדגם בתא i.

E_i - שכיחות צפויה במדגם בתא i בהנחת השערת האפס.

$$E_i=\frac{f(x)\cdot f(y)}{n}$$

הערה:

תנאי כדי לבצע את המבחן הוא $E_i\geq 5$ לכל צ i. במידה ותנאי זה לא מתקיים יש אפשרות לאחד קטגוריות סמוכות עד שהתנאי יתקיים.
תנאי חלופי: אין E קטן מ-1 וגם אין ביותר מ 20% מהתאים E קטן מ-5.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

דוגמה (פתרון בהקלטה) :

במחקר רצו לבדוק את הקשר בין צבע שיער לבין צבע עיניים של אנשים.
הפלטים שהתקבלו מצורפים.

א. מהו המבחן הסטטיסטי המתאים?
ב. כמה קטגוריות יש לכל משתנה?
ג. רשמו את השערות המחקר.
ד. מה מספר דרגות החופש?
ה. כמה אנשים במדגם נמצאו עם שיער חום?
ו. כמה אנשים היית מצפה במדגם שיהיה להם שיער חום ועיניים ירוקות בהנחה ואין קשר בין צבע שיער לצבע עיניים?
ז. מתוך הבלונדינים מה אחוז בעלי עיניים כחולות במדגם?
ח. מתוך בעלי עיניים ירוקות מה אחוז הבלונדינים במדגם?
ט. מה ערכו של סטטיסטי המבחן ומהי מובהקות התוצאה?
י. מה מסקנת המחקר? $\alpha = 5\%$

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

להלן הפלטים שהתקבלו:

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
hair_color * eye_color	78	100.0%	0	0.0%	78	100.0%

hair_color * eye_color Crosstabulation

			eye_color			Total
			brown	green	Blue	
hair_color	black	Count	13	7	7	27
		Expected Count	10.7	8.3	8.0	27.0
		% within hair_color	48.1%	25.9%	25.9%	100.0%
		% within eye_color	41.9%	29.2%	30.4%	34.6%
	brown	Count	12	12	6	30
		Expected Count	11.9	9.2	8.8	30.0
		% within hair_color	40.0%	40.0%	20.0%	100.0%
		% within eye_color	38.7%	50.0%	26.1%	38.5%
	blond	Count	6	5	10	21
		Expected Count	8.3	6.5	6.2	21.0
		% within hair_color	28.6%	23.8%	47.6%	100.0%
		% within eye_color	19.4%	20.8%	43.5%	26.9%
	Total	Count	31	24	23	78
		Expected Count	31.0	24.0	23.0	78.0
		% within hair_color	39.7%	30.8%	29.5%	100.0%
		% within eye_color	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	5.880[a]	4	.208
Likelihood Ratio	5.641	4	.228
Linear-by-Linear Association	2.682	1	.101
N of Valid Cases	78		

a. 0 cells (0.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 6.19.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

שאלות

1) בסקר שנעשה על ידי משרד ראש הממשלה נדגמו 60 אזרחים.
כל אזרח נשאל על מגדרו והאם הוא בעד הקמת מדינה פלסטינית.

א. מה ההשערות הנבדקות ומהו סטטיסטי המבחן?

ב. אם סטטיסטי המבחן היה גדל כיצד הדבר היה משפיע על SIG שבפלט.

ג. האם קיים קשר בין מגדר ודעה ברמת מובהקות של 5%?

ד. מהו האומדן לאחוז התומכים במדינה פלסטינית מתוך הגברים?

ה. איזה אחוז מהנשאלים שהיו בעד מדינה פלשתינית הם גברים?

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

להלן הפלטים:

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	1.973[a]	2	.373
Likelihood Ratio	1.987	2	.370
Linear-by-Linear Association	1.882	1	.170
N of Valid Cases	60		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5.

b. The minimum expected count is 7.25.

gender * opinion Crosstabulation

			opinion			Total
			yes	now	no opinion	
gender	Male	Count	10	10	9	29
		Expected Count	12.6	9.2	7.3	29.0
		% within gender	34.5%	34.5%	31.0%	100.0%
		% within opinion	38.5%	52.6%	60.0%	48.3%
		% of Total	16.7%	16.7%	15.0%	48.3%
	female	Count	16	9	6	31
		Expected Count	13.4	9.8	7.8	31.0
		% within gender	51.6%	29.0%	19.4%	100.0%
		% within opinion	61.5%	47.4%	40.0%	51.7%
		% of Total	26.7%	15.0%	10.0%	51.7%
Total		Count	26	19	15	60
		Expected Count	26.0	19.0	15.0	60.0
		% within gender	43.3%	31.7%	25.0%	100.0%
		% within opinion	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
		% of Total	43.3%	31.7%	25.0%	100.0%

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

2) להלן פלט על סמך סקר שנעשה בקרב סטודנטים, בסקר נשאלו הסטודנטים על המוזיקה אותה הם מעדיפים וצורת הבילוי המועדפת עליהם.

Crosstab

Count

		בילוי			
		קריאה	ספורט	מועדון	Total
מוזיקה	רוק	0	0	11	11
	פופ	1	6	8	15
	קלאסי	5	6	9	20
Total		6	12	28	46

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	11.929[a]	?	.018
N of Valid Cases	46		

a. 5 cells (55.6%) have expected count less than 5.

b. The minimum expected count is 1.43.

א. בין אלו משתנים נבדק הקשר? כמה קטגוריות לכל משתנה?

ב. האם התנאים של המודל מתקיימים?

ג. מה מספר דרגות החופש במבחן הנ"ל?

ד. מה ההשערות של המבחן?

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

3) מחקר התעניין לבדוק את הקשר בין רמת הכנסה של משפחה לבין צריכת עגבניות אורגניות. הפלטים מצורפים.

א. השלימו את שלושת המספרים החסרים בטבלה (היכן שיש סימני שאלה).

ב. מה ערכו של חי בריבוע הסטטיסטי.

ג. תנו הערכה למובהקות התוצאה לבדיקת הקשר בין רמת הכנסה של משפחה לבין צריכת עגבניות אורגניות.

רמת_הכנסה * צרכן עגבניות Crosstabulation

			צרכן עגבניות		Total
			אורגני	לא אורגני	
רמת_הכנסה	הרבה מתחת לממוצע	Count	17	42	59
		% within רמת_הכנסה	28.8%	?	100.0%
		% within צרכן עגבניות	13.6%	33.6%	23.6%
	מתחת לממוצע	Count	27	22	49
		% within רמת_הכנסה	55.1%	44.9%	100.0%
		% within צרכן עגבניות	?	17.6%	19.6%
	ממוצע	Count	31	29	60
		% within רמת_הכנסה	51.7%	48.3%	100.0%
		% within צרכן עגבניות	24.8%	23.2%	24.0%
	מעל הממוצע	Count	44	26	70
		% within רמת_הכנסה	62.9%	37.1%	100.0%
		% within צרכן עגבניות	35.2%	20.8%	28.0%
	הרבה מעל הממוצע	Count	?	6	12
		% within רמת_הכנסה	50.0%	50.0%	100.0%
		% within צרכן עגבניות	4.8%	4.8%	4.8%
Total		Count	125	125	250

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

4) חוקר בדק את הקשר בין צבע השיער לבין צבע העיניים בעזרת מבחן חי בריבוע בקרב 52 נבדקים. תוצאות המבחן מוצגות בטבלה. בנוסף ידוע כי סטטיסטי המבחן שהתקבל מעיבוד הנתונים הוא 8.08.

א. מה תהיה מסקנת המחקר ברמת מובהקות של 1%?

ב. מה ערכו של E עבור עיניים כחולות וצבע שיער כהה.

ג. מה יהיה בקירוב ערכו של מקדם המתאם של קרמר?

ד. מהי פרופורציית בעלי צבע השיער הבהיר מקרב בעלי העיניים הירוקות?

להלן הפלט:

צבע עיניים * **צבע שיער** Crosstabulation

			צבע שיער		Total
			כהה	בהיר	
צבע עיניים	כחול	Count			
		% within צבע עיניים	50.0%	50.0%	100.0%
		% within צבע שיער	21.6%	53.3%	30.8%
		% of Total	15.4%	15.4%	30.8%
	חום	Count			
		% within צבע עיניים	83.3%	16.7%	100.0%
		% within צבע שיער	27.0%	13.3%	23.1%
		% of Total	19.2%	3.8%	23.1%
	ירוק	Count			
		% within צבע עיניים	79.2%	20.8%	100.0%
		% within צבע שיער	51.4%	33.3%	46.2%
		% of Total	36.5%	9.6%	46.2%
Total		Count			
		% within צבע עיניים	71.2%	28.8%	100.0%
		% within צבע שיער	100.0%	100.0%	100.0%
		% of Total	71.2%	28.8%	100.0%

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

5) במחקר מסוים רצו לבדוק האם יש קשר בין המגדר להוצאה על לבוש במשך שנה. דגמו באופן מקרי גברים ונשים ובדקו את רמת ההוצאה שלהם על לבוש בשנה האחרונה. חוקר א' בדק האם קיים הבדל בתוחלות ההוצאה בין גברים לנשים. חוקר ב' קיבץ את ההוצאה לקטגוריות ובאופן הזה בדק האם קיים הבדל בהתפלגות ההוצאה בין גברים לנשים.
הקטגוריות חולקו לשלוש קבוצות הוצאה.

א. איזה פלט מתאים לאיזה אחד מהחוקרים? נמקו.

ב. מה מסקנתו של חוקר א'? בדקו ברמת מובהקות $\alpha = 0.05$. (רשמו השערות, נסחו הנחות, ציינו כלל החלטה ותנו מסקנה במונחי המשתנים).

ג. איזו טעות יכולה להיות במסקנתו של חוקר א'?
נסחו את הטעות במונחי השאלה.

ד. מהי מסקנתו של חוקר ב'? בדקו ברמת מובהקות $\alpha = 0.05$. (רשמו השערות, נסחו הנחות, ציינו כלל החלטה ורשמו מסקנה במונחי המשתנים).

ה. איזו טעות יכולה להיות במסקנתו של חוקר ב'? נסחו זאת במונחי השאלה.

ו. כיצד ניתן ליישב את מסקנות שני החוקרים?

להלן פלט ראשון:

T-Test

Group Statistics

	gender	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
dimension1	female	40	2.9000	1.15025	.18187
	male	40	2.6000	2.52982	.40000

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
expese	Equal variances assumed	16.805	.000	.683	78	.497	.30000	.43941	-.57479	1.17479
	Equal variances not assumed			.683	54.464	.498	.30000	.43941	-.58078	1.18078

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

להלן פלט שני:

Crosstabs

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
gender * category	80	100.0%	0	.0%	80	100.0%

gender * category Crosstabulation

			category			Total
			a	b	c	
gender	Female	Count	2	30	8	40
		Expected Count	11.0	21.0	8.0	40.0
		% within gender	5.0%	75.0%	20.0%	100.0%
		% within category	9.1%	71.4%	50.0%	50.0%
	Male	Count	20	12	8	40
		Expected Count	11.0	21.0	8.0	40.0
		% within gender	50.0%	30.0%	20.0%	100.0%
		% within category	90.9%	28.6%	50.0%	50.0%
Total		Count	22	42	16	80
		Expected Count	22.0	42.0	16.0	80.0
		% within gender	27.5%	52.5%	20.0%	100.0%
		% within category	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	22.442[a]	2	.000
Likelihood Ratio	25.064	2	.000
N of Valid Cases	80		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 8.00.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

תשובות סופיות

1) א. 1.973 ב. קטן . ג. לא נדחה H_0 .
ד. 34.5% ה. 38.5%.

2) א. בילוי מועדף ומוזיקה מועדפת עם 3 קטגוריות לכל משתנה.
ב. לא ג. 4.
ד. H_0 אין תלות בין בילוי מועדף למוזיקה מועדפת.
H_1 יש תלות בין בילוי מועדף למוזיקה מועדפת.

3) א. 71.2%, 21.6% ,6 ב. 15.8 ג. קטן מ-0.005.

4) א. לא נדחה H_0 . ב. 11.4 ג. 0.394
ד. 20.8%.

5) א. פלא א'- חוקר א', פלא ב'- חוקר ב'. ב. נקבל את H_0 .
ג. טעות מסוג שני- הכרענו שאין הבדל בין גברים לנשים למרות שיש במציאות הבדל.
ד. נקבל את H_1 .
ה. טעות מסוג ראשון- הכרענו שיש קשר בין מין להוצאה למרות שבמציאות אין קשר.
ו. כל חוקר פעל בשיטה סטטיסטית שונה ובמצב כזה יתכן מסקנות סותרות.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל