

# סטטיסטיקה ואמינות

פרק 54 - מבחני חי בריבוע

תוכן העניינים

1. מבחן לאי תלות.....1

## מבחן חי בריבוע לאי תלות בין משתנים – רקע

מבחן לאי תלות מטרתו לבדוק האם קיים קשר בין שני משתנים. שני המשתנים שנבדקים צריכים להיות מחולקים למספר קטגוריות.

**מבנה המבחן:**

**השערות:**

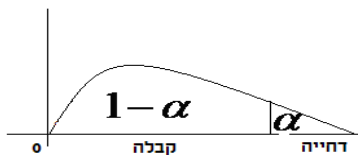
אין תלות בין המשתנים  $H_0$ .

יש תלות בין המשתנים  $H_1$ .

**כלל הכרעה:**

הערך הקריטי נקבע על סמך התפלגות חי בריבוע. התפלגות זו היא אסימטרית חיובית ותלויה בדרגות החופש  $d.f = (r-1)(c-1)$ . כאשר:  $r$  - מספר הקטגוריות של המשתנה שבשורות.  $c$  - מספר הקטגוריות של המשתנה שבעמודות.

הערך הקריטי הוא:  $\chi^2_{1-\alpha, (r-1)(c-1)}$ , כלומר האחוזון ה- $1-\alpha$  בהתפלגות חי בריבוע שדרגות החופש הן  $(r-1)(c-1)$ . אם  $\chi^2 > \chi^2_{1-\alpha, (r-1)(c-1)}$  אז דוחים את השערת האפס.



$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

כאשר:

$O_i$  - השכיחות נצפית במדגם בתא  $i$ .

$E_i$  - שכיחות צפויה במדגם בתא  $i$  בהנחת השערת האפס.

$$E_i = \frac{f(x) \cdot f(y)}{n}$$

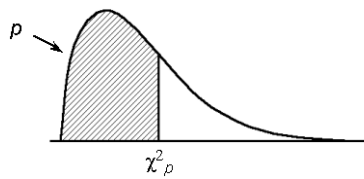
**הערה:**

תנאי כדי לבצע את המבחן הוא  $E_i \geq 5$  לכל  $i$ . במידה ותנאי זה לא מתקיים יש אפשרות לאחד קטגוריות סמוכות עד שהתנאי יתקיים.  
 תנאי חלופי: אין  $E$  קטן מ-1 וגם אין ביותר מ 20% מהתאים  $E$  קטן מ-5.

**דוגמה (הפתרון בהקלטה):**

האם יש תלות בין המגדר לבין דעה מסוימת?  
 יש לבדוק ברמת מובהקות של 5% על סמך תוצאות הסקר:

| המגדר / דעה | בעד | נגד | נמנע | סה"כ |
|-------------|-----|-----|------|------|
| גברים       | 50  | 40  | 10   |      |
| נשים        | 20  | 60  | 20   |      |
| סה"כ        |     |     |      |      |

טבלת התפלגות חי-בריבוע – ערכי החלוקה  $\chi^2_p$ 

| df | $p$     |        |        |         |       |       |       |      |      |      |      |      |      |
|----|---------|--------|--------|---------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|
|    | .005    | .01    | .025   | .05     | .10   | .25   | .50   | .75  | .90  | .95  | .975 | .99  | .995 |
| 1  | 0.00393 | 0.0157 | 0.0482 | 0.10393 | 0.158 | 0.102 | 0.455 | 1.32 | 2.71 | 3.84 | 5.02 | 6.63 | 7.88 |
| 2  | 0.0100  | 0.0201 | 0.0506 | 0.103   | 0.211 | 0.575 | 1.39  | 2.77 | 4.61 | 5.99 | 7.38 | 9.21 | 10.6 |
| 3  | 0.0717  | 0.115  | 0.216  | 0.352   | 0.584 | 1.21  | 2.37  | 4.11 | 6.25 | 7.81 | 9.35 | 11.3 | 12.8 |
| 4  | 0.207   | 0.297  | 0.484  | 0.711   | 1.06  | 1.92  | 3.36  | 5.39 | 7.78 | 9.49 | 11.1 | 13.3 | 14.9 |
| 5  | 0.412   | 0.554  | 0.831  | 1.15    | 1.61  | 2.67  | 4.35  | 6.63 | 9.24 | 11.1 | 12.8 | 15.1 | 16.7 |
| 6  | 0.676   | 0.872  | 1.24   | 1.64    | 2.20  | 3.45  | 5.35  | 7.84 | 10.6 | 12.6 | 14.4 | 16.8 | 18.5 |
| 7  | 0.989   | 1.24   | 1.69   | 2.17    | 2.83  | 4.25  | 6.35  | 9.04 | 12.0 | 14.1 | 16.0 | 18.5 | 20.3 |
| 8  | 1.34    | 1.65   | 2.18   | 2.73    | 3.49  | 5.07  | 7.34  | 10.2 | 13.4 | 15.5 | 17.5 | 20.1 | 22.0 |
| 9  | 1.73    | 2.09   | 2.70   | 3.33    | 4.17  | 5.90  | 8.34  | 11.4 | 14.7 | 16.9 | 19.0 | 21.7 | 23.6 |
| 10 | 2.16    | 2.56   | 3.25   | 3.94    | 4.87  | 6.74  | 9.34  | 12.5 | 16.0 | 18.3 | 20.5 | 23.2 | 25.2 |
| 11 | 2.60    | 3.05   | 3.82   | 4.57    | 5.58  | 7.58  | 10.3  | 13.7 | 17.3 | 19.7 | 21.9 | 24.7 | 26.8 |
| 12 | 3.07    | 3.57   | 4.40   | 5.23    | 6.30  | 8.44  | 11.3  | 14.8 | 18.5 | 21.0 | 23.3 | 26.2 | 28.3 |
| 13 | 3.57    | 4.11   | 5.01   | 5.89    | 7.04  | 9.30  | 12.3  | 16.0 | 19.8 | 22.4 | 24.7 | 27.7 | 29.8 |
| 14 | 4.07    | 4.66   | 5.63   | 6.57    | 7.79  | 10.2  | 13.3  | 17.1 | 21.1 | 23.7 | 26.1 | 29.1 | 31.3 |
| 15 | 4.60    | 5.23   | 6.26   | 7.26    | 8.55  | 11.0  | 14.3  | 18.2 | 22.3 | 25.0 | 27.5 | 30.6 | 32.8 |
| 16 | 5.14    | 5.81   | 6.91   | 7.96    | 9.31  | 11.9  | 15.3  | 19.4 | 23.5 | 26.3 | 28.8 | 32.0 | 34.3 |
| 17 | 5.70    | 6.41   | 7.56   | 8.67    | 10.1  | 12.8  | 16.3  | 20.5 | 24.8 | 27.6 | 30.2 | 33.4 | 35.7 |
| 18 | 6.26    | 7.01   | 8.23   | 9.39    | 10.9  | 13.7  | 17.3  | 21.6 | 26.0 | 28.9 | 31.5 | 34.8 | 37.2 |
| 19 | 6.84    | 7.63   | 8.91   | 10.1    | 11.7  | 14.6  | 18.3  | 22.7 | 27.2 | 30.1 | 32.9 | 36.2 | 38.6 |
| 20 | 7.43    | 8.26   | 9.59   | 10.9    | 12.4  | 15.5  | 19.3  | 23.8 | 28.4 | 31.4 | 34.2 | 37.6 | 40.0 |
| 21 | 8.03    | 8.90   | 10.3   | 11.6    | 13.2  | 16.3  | 20.3  | 24.9 | 29.6 | 32.7 | 35.5 | 38.9 | 41.4 |
| 22 | 8.64    | 9.54   | 11.0   | 12.3    | 14.0  | 17.2  | 21.3  | 26.0 | 30.8 | 33.9 | 36.8 | 40.3 | 42.8 |
| 23 | 9.26    | 10.2   | 11.7   | 13.1    | 14.8  | 18.1  | 22.3  | 27.1 | 32.0 | 35.2 | 38.1 | 41.6 | 44.2 |
| 24 | 9.89    | 10.9   | 12.4   | 13.8    | 15.7  | 19.0  | 23.3  | 28.2 | 33.2 | 36.4 | 39.4 | 43.0 | 45.6 |
| 25 | 10.5    | 11.5   | 13.1   | 14.6    | 16.5  | 19.9  | 24.3  | 29.3 | 34.4 | 37.7 | 40.6 | 44.3 | 46.9 |
| 26 | 11.2    | 12.2   | 13.8   | 15.4    | 17.3  | 20.8  | 25.3  | 30.4 | 35.6 | 38.9 | 41.9 | 45.6 | 48.3 |
| 27 | 11.8    | 12.9   | 14.6   | 16.2    | 18.1  | 21.7  | 26.3  | 31.5 | 36.7 | 40.1 | 43.2 | 47.0 | 49.6 |
| 28 | 12.5    | 13.6   | 15.3   | 16.9    | 18.9  | 22.7  | 27.3  | 32.6 | 37.9 | 41.3 | 44.5 | 48.3 | 51.0 |
| 29 | 13.1    | 14.3   | 16.0   | 17.7    | 19.8  | 23.6  | 28.3  | 33.7 | 39.1 | 42.6 | 45.7 | 49.6 | 52.3 |
| 30 | 13.8    | 15.0   | 16.8   | 18.5    | 20.6  | 24.5  | 29.3  | 34.8 | 40.3 | 43.8 | 47.0 | 50.9 | 53.7 |

## שאלות

1) נבדקה התלות בין גודל הארגון לבין שביעות הרצון של העובדים.

להלן התוצאות:

| גודל המפעל | שביעות רצון | נמוכה | בינונית | גבוהה | סה"כ |
|------------|-------------|-------|---------|-------|------|
| גדול       | 182         | 203   | 215     | 600   |      |
| קטן        | 154         | 110   | 136     | 400   |      |
| סה"כ       | 336         | 313   | 351     | 1000  |      |

מה המסקנה ברמת מובהקות של 2.5%?

2) מפעל עובד בשלוש משמרות. להלן מספר המוצרים הפגומים והתקינים בכל

אחת מן המשמרות לפי מדגם שנעשה:

|        | לילה | ערב | יום |
|--------|------|-----|-----|
| פגומים | 70   | 60  | 50  |
| תקינים | 800  | 700 | 600 |

האם יש הבדל בין שיעורי הפגומים במשמרות השונות?

הסיקו עבור רמת מובהקות  $\alpha = 0.05$ .

3) נדגמו 50 מוצרים ממפעל מסוים מתוך 30 מוצרים שיוצרו ביום 17 נבחרו

לייצוא מתוך המוצרים שיוצרו בלילה 10 נבחרו לייצוא.

האם יש קשר בין היות מוצר לייצוא למועד שבו הוא יוצר?

בדקו ברמת בטחון של 95%.

## תשובות סופיות

1) נסיק שיש קשר בין גודל הארגון לשביעות הרצון של העובדים.

2) נסיק שאין הבדל מובהק בין שיעור הפגומים במשמרות השונות.

3) נסיק שאין קשר בין היות מוצר לייצוא למועד שבו הוא יוצר.