# אקונומטריקה ב

## פרק 1 - מבחן LM

### תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

# מבחן LM:

## רקע:

במבחן כופלי לגרנג' (LM) אנו בודקים האם משתנה או משתנים מסבירים מסוימים רלוונטיים למודל.

לדוגמא:
נניח שיש לנו מודל הכולל 4 משתנים מסבירים (UNRESTRICTED):
$Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t}$.
לגבי השניים הראשונים אנו בטוחים כי הם רלוונטיים וחייבים להופיע במודל. לגבי השניים האחרונים אנחנו לא בטוחים.
השערות:
$$\begin{matrix} H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0 \\ H_1 : OTHERWISE \end{matrix}$$.

המודל המוגבל (RESTRICTED): $Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t}$.
במבחן $LM$ אומדים את המודל המוגבל ומקבלים עבור כל תצפית את הסטייה מקו הרגרסיה: $Y_t - \hat{Y}_t = \hat{u}_t$.
כעת אומדים את רגרסיית העזר שבה מנסים לנבא את הסטייה מקו הרגרסיה עבור כל תצפית: $\hat{u}_t = \delta_0 + \delta_1 x_{1t} + \delta_2 x_{2t} + \delta_3 x_{3t} + \delta_4 x_{4t} + \omega_t$.
חישוב הסטטיסטי: ($R^2$ של רגרסיית העזר * מספר התצפיות) $LM_{stat} = R^2 \cdot T$.
כלל הכרעה: אם $LM_{stat} > \chi^2_m$ נדחה את $H_0$ ($m$ = מס' ההגבלות ב-$H_0$).

- שימו לב כי:
  עבור המשתנים הנוספים למודל – כל המדדים (הבטות, ערכי $t$ וה-$Pvalu$) ברגרסיית העזר שווים לאלו של הרגרסיה הלא מוגבלת.
  עבור המשתנים הקיימים במודל – המדדים אינם שווים בין שתי הרגרסיות.

## שאלות:

**1)** נניח מודל הכולל 4 משתנים מסבירים (UNRESTRICTED):

$$Y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} .$$

**UNRESTRICTED**

**Dependent variable: Y**

**Analysis of Variance**

| Source | DF | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---|---|---|---|---|---|
| Model | ------ | 646169.84 | ---------- | ---------- | 0.0000 |
| Error | ------ | 620.17 | | | |
| C Total | 203 | 646790.01 | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Root MSE | ------ | R-square | ----- |
| Dep Mean | ---- | Adj R-sq | ----- |
| C.V. | ----- | | |

**Parameter Estimates**

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob>\|T\| |
|---|---|---|---|---|---|
| INTERCEP | 1 | 5.067731 | 0.456604 | 11.09874 | 0.0000 |
| X1 | 1 | 0.975726 | 0.042711 | 22.84485 | 0.0000 |
| X2 | 1 | 3.005385 | 0.008679 | 346.2721 | 0.0000 |
| X3 | 1 | -5.029101 | 0.073149 | -68.75146 | 0.0000 |
| X4 | 1 | 8.974106 | 0.029075 | 308.6485 | 0.0000 |

**RESTRICTED**

**Dependent variable: Y**

Analysis of Variance

| Source | DF | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---|---|---|---|---|---|
| Model | ------ | 646001.81 | | | |
| Error | ------ | 788.2 | | | |
| C Total | 203 | 646790.01 | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Root MSE | --------- | R-square | ----- |
| Dep Mean | --------- | Adj R-sq | ----- |
| C.V. | --------- | | |

Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob>\|T\| |
|---|---|---|---|---|---|
| INTERCEP | 1 | 7.067731 | 0.656604 | 10.76406 | 0.0000 |
| X1 | 1 | 26.36455 | 0.756627 | 34.84485 | 0.0000 |
| X2 | 1 | 29.58626 | 0.076993 | 384.2721 | 0.0000 |

**רגרסיית עזר**

**Dependent variable :RES**

Analysis of Variance

| Source | DF | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---|---|---|---|---|---|
| Model | ------ | 646169.84 | -------- | ------- | 0.0000 |
| Error | ------ | 620.17 | | | |
| C Total | 203 | 646790.01 | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Root MSE | --------- | R-square | 0.213 |
| Dep Mean | --------- | Adj R-sq | ------- |
| C.V. | --------- | | |

Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob>\|T\| |
|---|---|---|---|---|---|
| INTERCEP | 1 | 5.9608892 | 0.776604 | 7.675584 | 0.0000 |
| X1 | 1 | 1.2077723 | 0.978845 | 1.233875 | 0.8455 |
| X2 | 1 | 0.4840697 | 0.886754 | 0.545889 | 0.9976 |
| X3 | 1 | -5.029101 | 0.073149 | -68.75146 | 0.0000 |
| X4 | 1 | 8.974106 | 0.029075 | 308.6485 | 0.0000 |

א. בדוק את הטענה כי לפחות אחד מן המשתנים הנוספים רלוונטי למודל בשתי דרכים.

ב. איזה מן המשתנים הנוספים רלוונטי למודל?

ג. הסבירו את הקשרים בין שלוש המשוואות: R, U ועזר ואת הקשר בין מבחן WALD ומבחן LM.

U: $\hat{Y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1t} + \hat{\beta}_2 x_{2t} + \hat{\beta}_3 x_{3t} + \hat{\beta}_4 x_{4t} + \hat{v}_t$.

R: $\hat{Y}_t = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 x_{1t} + \hat{\alpha}_2 x_{2t} + \hat{u}_t$.

עזר: $\hat{u}_t = \hat{\delta}_0 + \hat{\delta}_1 x_{1t} + \hat{\delta}_2 x_{2t} + \hat{\delta}_3 x_{3t} + \hat{\delta}_4 x_{4t} + \hat{\omega}_t$.

ד. שחזרו בעזרת שתי המשוואות הראשונות (U ו-R) את $LM_{stat}$.

ה. שחזרו בעזרת המשוואה האחרונה (רגרסיית העזר) את $WALD_{stat}$.

## תשובות סופיות:

**1)** א. מבחן LM ומבחן WALD, יש עדות לכך.

ב. $pt_{\hat{\beta}_3} = pt_{\hat{\beta}_4} = 0.00$.

ג. i. עזר+R=U.

ii. $ESS_U = ESS_y$.

iii. $ESS_R = TSS_y$.

iv. $R^2 = 1 - \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{ESS_U}{ESS_R} = \frac{ESS_R - ESS_U}{ESS_R}$.

ד. $LM_{stat} = 43.489$.

ה. $WALD_{stat} = 26.962$.