אקונומטריקה ב

פרק 3 - מבחן F ו R בריבוע

תוכן העניינים

1. כללי 1

מבחן F:

רקע:

מבחן F:

משמש לבדיקת:

1. הגבלות שונות המתקיימות במודל (מבחן WALD).
2. מובהקות מודל הרגרסיה כולו.

מבחן WALD:

לבדיקת השערת אפס שיש בה מספר שוויונים (במבחן t היה רק שוויון אחד בהשערת האפס).

1. אומדים את המודל המקורי – הלא-מוגבל (Unrestricted) ומקבלים את סכום ריבועי הסטיות של הטעויות $\left(\sum e_{i\ UR}^2\right)$.
2. מגדירים את כל השוויונים של השערת האפס.
3. מציבים את השוויונים של השערת האפס במודל המקורי לקבלת המודל המוגבל (Restricted).
4. אומדים את המודל המוגבל ומקבלים את סכום ריבועי הסטיות של הטעויות $\left(\sum e_{i\ R}^2\right)$.
5. חישוב הסטטיסטי: $\dfrac{\left(\sum e_{מוגבל}^2 - \sum e^2\right)/m}{\sum e_{לא}^2 / (n-k)} \sim F_{(m,n-k,1-\alpha)}$.

(כש-m מספר המגבלות ו-k מס' הפרמטרים במודל הלא מוגבל).
כאשר לשתי הרגרסיות (המוגבלת והלא מוגבלת) אותו משתנה מוסבר.

ניתן להשתמש גם בנוסחה הבאה: $\dfrac{\left(R_{לא}^2 - R^2\right)/m}{\left(1-R_{לא}^2\right)/(n-k)} \sim F_{(m,n-k,1-\alpha)}$.

כלל הכרעה לדחיית H_0: $F_{stat} > F_{(m,n-k;1-\alpha)}$.

אם דוחים את H_0 המסקנה היא שהמודל המקורי (הלא-מוגבל) הוא הרלוונטי ולהיפך.

מבחן F למובהקות המודל:

משמש לבדיקה האם מודל הרגרסיה שלנו לניבוי משתנה תלוי מסוים על ידי המשתנים הב"ת, מובהק באוכלוסייה.

השערות: $\begin{matrix} H_0 : \beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_K = 0 \\ H_1 : OTHERWISE \end{matrix}$.

המודל הלא מוגבל יהיה: $Y_t = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + ... + \beta_k X_k + u_t$:U

המודל המוגבל יהיה: $Y_t = \alpha + u_t$:R

מאחר ו- $R_R^2 = 0$ ו- $m = k - 1$: $F = \frac{\frac{R_U^2 - R_R^2}{m}}{\frac{1 - R_U^2}{n-k}} = \frac{\frac{R_U^2}{k-1}}{\frac{1 - R_U^2}{n-k}}$.

הערה:
בדיקת מובהקות המודל ברגרסיה מרובה ניתנת לביצוע רק על ידי מבחן F מאחר ויש יותר ממגבלה אחת בהשערת האפס.
לעומת זאת בדיקת מובהקות המודל ברגרסיה חד משתנית ניתנת לביצוע גם על ידי מבחן t שכן יש רק מגבלה אחת בהשערת האפס: $F = t^2$.

לסיכום:

1. מתי נשתמש במבחן t ומתי במבחן F?
   - רק t: השערות חד צדדיות (סימן אי שוויון בהשערות).
   - t או F (כאשר: $F = t^2$): מגבלה אחת (שוויון אחד בלבד) בהשערת האפס.
   - רק F: כאשר יש כמה מגבלות (שוויונים) בהשערת האפס.
2. מצב של סתירה בין מבחן F למבחני t:
כאשר המודל מובהק אולם אף אחד מהשיפועים לא יוצא מובהק – בעיה של מולטיקוליניאריות חלקית במודל (מתאמים גבוהים בין המשתנים הב"ת).

שאלות:

מבחן F:

1) נאמד המודל: $Y_t = \alpha + \beta_x X_t + \beta_z Z_t + \beta_w W_t + \beta_s S_t + u_t$ והתקבל כי: $\sum e^2 = 620.1683$ וכי: $R^2 = 0.99$.
הועלתה ההשערה כי ההשפעה על Y של משתנה S היא פי 3 מזו של משתנה Z, וכן כי החותך הוא 5.

א. מהי השערת האפס?

ב. מהו המודל המוגבל שאותו צריך לאמוד?

מאמידת המודל המוגבל התקבל כי: $\sum e^2 = 623.99$ וכי: $R^2 = 0.99$.

ג. חשב את הסטטיסטי של WALD.

ד. כמה דרגות חופש יש במונה וכמה במכנה?

ה. האם דוחים או מקבלים את השערת האפס?

2) במדגם של 82 תצפיות התקבל: $y_i = 12 + 3x_{1i} + 4x_{2i} + e_i \quad R^2 = 0.73$.

א. בחנו את ההשערה כי: $\begin{matrix} H0: \beta_2 = 0 \\ H1: \beta_2 \neq 0 \end{matrix}$.

כאשר נתון כי לאחר אמידת המודל המוגבל התקבל כי: $R^2 = 0.6$.

ב. חשבו את $S_{\hat{\beta}_2}$.

3) על מנת לאמוד את פונקציית התצרוכת נאספו נתונים על 42 משקי בית בשנת 2007 ונאמדה המשוואה הבאה: $C_i = \alpha + \beta_1 \cdot W_i + \beta_2 \cdot P_i + u_i$.
מתוצאות האמידה של המשוואה הנ"ל התקבל כי: $\sum e^2 = 52968$.
על מנת לבדוק את ההשערה שהנטייה השולית לצרוך (נש"צ) מתוך ההכנסה זהה לנטייה השולית לצרוך מתוך ההון נאמדה גם המשוואה הבאה: $C_i = \alpha + \beta_1 \cdot Y_i + u_i$ כאשר: Y_i = סה"כ ההכנסה של משק בית t ($W_i + P_i$).
התקבל: $\sum e^2 = 54156$.

א. בדקו את ההשערה.

ב. חשבו את סטטיסטי t לבדיקת ההשערה.

מבחן F למובהקות המודל:

4) נתון המודל: $y = A\frac{x_{1i}^{\beta_1}}{x_{3i}^{\beta_3}}e^{\beta_2 x_2}e^{u_i}$.

באמידת מדגם של 58 נבדקים התקבל: $R^2 = 0.56$.
האם המודל מובהק?

תשובות סופיות:

1) א. $H_0 : \alpha = 5\ ,\ \beta_s = 3\beta_z$.

ב. $Y_t - 5 = \beta_x X_t + \beta_z\left(Z_t + 3S_t\right) + \beta_w W_t + u_t$.

ג. $F = 0.6145$. ד. מונה: 2 , מכנה: 199. ה. מקבלים.

2) א. יש עדות לכך. ב. $S_{\hat{\beta}_2} = 0.645$.

3) א. אין עדות לכך. ב. $t = 0.934$.

4) יש עדות לכך.