

# מבוא לאקונומטריקה

פרק 31 - מבחן לדוגמה מס' 5

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## מבחן לדוגמה מס' 2:

### שאלות:

לשם חישובים הנח כי ערך  $t$  הינו 2 וערך  $F$  הינו 4.

(1) הנח כי הקשר באוכ' בין  $X$  ל- $Y$  נתון על ידי המשוואה הבאה:  $Y_t = \beta \cdot X_t + U_t$ , כאשר כל ההנחות הקלאסיות מתקיימות.

$$\text{נתון האומד: } \tilde{\beta} = \frac{\sum Y_t}{S_{xx}}.$$

א. האם האומד ליניארי?

ב. האם האומד חסר הטיה?

ג. אומד זה יעיל פחות מאומד הריבועים הפחותים:

ד. האם אומד זה הוא blue?

ה. אומד  $\tilde{\beta}$  מוגדר רק כאשר:  $S_x^2 \neq 0$ : נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

ו. חשבו את השונות של  $\beta$  עבור מודל שבו  $\alpha \neq 0$ .

ז. שונות האומד (שחושבה בסעיף הקודם)

הינה גדולה משונות המודל הנתון: נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

(2) על סמך מדגם של 60 משפחות שלכל אחת 3 ילדים נאמדו המשוואות הבאות:

$$1. \hat{y}_i = 15 + 0.7x_{1i} + 0.35x_{2i} + 0.20x_{3i} \quad R^2 = 0.85$$

$$2. y_i = 2 + 0.1z_i \quad R^2 = 0.25$$

$$3. z_i = x_{1i} - x_{2i} + 2x_{3i}$$

כאשר  $y_i$  הינן הוצאות משק הבית על חינוך הילדים ואילו  $x_{ji}$  הינו גילו של הילד  $j$ .

א. ההשערה שניתן לבדוק באמצעות המשוואות הנתונות הינה:

$$i. H_0: \beta_1 = \beta_2; \beta_1 = 2\beta_3$$

$$ii. H_0: \beta_1 = -\beta_2 = 2\beta_3$$

$$iii. H_0: \beta_2 = -\beta_1; \beta_3 = 2\beta_1$$

iv. לא ניתן לדעת.

ב. סטטיסטי המבחן שניתן לבדוק באמצעות המשוואות הנתונות שווה בקירוב ל:

$$i. 56$$

$$ii. 57$$

$$iii. 112$$

$$iv. 74.66$$

(3) כלכלן הציע את המודלים הבאים :

$$1. y_i = \beta_1 \ln(x_i) + \beta_2 \ln(0.5x_i) + u_i$$

$$2. y_i = \beta_1 \ln(x_i) + \beta_2 \ln(x_i^{0.5}) + u_i$$

האם ניתן לאמוד את המודלים בשיטת OLS?

א. אין בעיה לאמוד את שני המודלים.

ב. לא ניתן לאמוד את המודל הראשון בלבד.

ג. לא ניתן לאמוד את המודל השני בלבד.

ד. לא ניתן לאמוד את שני המודלים.

(4) כלכלן אמד את המודל הבא :  $y_i = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(x_i) + u_i$  וקיבל את האומדנים :

$$\hat{\alpha}_0 = 10 \text{ ו- } \hat{\alpha}_1 = 6$$

על אותו המדגם אמד חברו את המודל הבא :  $y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln(x_i^2) + u_i$  . מכאן ש :

$$א. \hat{\beta}_1 = 3 \text{ ו- } \hat{\beta}_0 = 5$$

$$ב. \hat{\beta}_1 = 3 \text{ ו- } \hat{\beta}_0 = 10$$

$$ג. \hat{\beta}_1 = 6 \text{ ו- } \hat{\beta}_0 = 5$$

ד. כל התשובות שגויות.

(5) על סמך מדגם של 95 תצפיות נאמד המודל הבא :  $y_i = 2 + 0.5x_{1i} + 0.3x_{2i}$   $R^2 = 0.73$

(1) (2)

הערכים שבסוגריים הם סטיות התקן של המקדמים.

א. בדוק האם המודל מובהק.

ב. בדוק האם מקדמי השיפוע מובהקים.

ג. מה תוכל להסיק מסעיפים א' ו-ב'?

(6) על סמך מדגם של 52 תצפיות נאמדו המשוואות הבאות :

$$1. \hat{y}_i = 4 + 0.1x_{1i} + 0.8x_{2i} \quad R^2 = 0.84$$

$$2. \hat{y}_i = 2 + 0.8x_{1i} \quad R^2 = 0.7$$

$$3. \hat{y}_i = 7 + 0.23x_{2i} \quad R^2 = 0.25$$

$$4. \hat{y}_i = 3 + 0.23z_i \quad R^2 = 0.55$$

כאשר  $x_{1i}$  ו-  $x_{2i}$  הם השכלת הבעל והאישה בהתאמה במשפחה  $i$  ו-  $y_i$  הכנסת משק בית  $i$ .

$$כמו כן נתון כי :  $z_i = x_{1i} + 2.2x_{2i}$$$

א. בדוק את ההשערה כי להשכלה אין השפעה על הכנסות המשפחה.

ב. איזה השערה ניתן לבדוק תוך שימוש במשוואות (1) ו-(4)? בדוק אותה.

ג. חשב את סטית התקן של המקדם  $x_{1i}$  ברגרסיה (1).

(7) חוקר מעוניין לאמוד את המודל:  $y_i = \alpha + u_i$ .

- א. חשב את נוסחת אומד הריבועים הפחותים ל- $\alpha$  על ידי פיתרון בעיית המינימיזציה של סכום ריבועי הסטיות.  
 ב. חשב את נוסחת שונותו של האומד.

(8) על סמך מדגם של 45 תצפיות נאמדו המודלים הבאים:

1.  $R^2 = 0.75 \quad y_i = 5.4 + 1.2x_{2i} + 4.4x_{3i} + u_i$
2.  $R^2 = 0.65 \quad y_i = 6.3 + 5.8x_{3i} + u_i$
3.  $R^2 = 0.70 \quad y_i = 5.7 + 1.2x_{2i} + u_i$
4.  $R^2 = 0.56 \quad y_i = 3.9 + 3.4\ln(x_{2i}) + u_i$
5.  $\ln(y_i) = 2.4 + 1.8x_{2i} + 2.7x_{3i}^2 + 4.2x_{4i}^2 + u_i$
6.  $y_i = 1.3 + 3.1x_{2i} + 0.5x_{3i} + 4.8x_{4i}^2 + 1.5x_{5i}^2 + u_i$

- א. דרג את הרגרסיות על פי מדד ההסבר (מהנמוך לגבוה).  
 ב. בדוק את ההשערות של משתנים  $X_2$  ו- $X_3$  ביחד אין השפעה על  $Y$  במודל (1).  
 ג. בדוק בהסתמך על מודל (2) האם המשתנה  $X_2$  מובהק ברגרסיה (1).  
 ד. ברגרסיה (1) נתונים כעת אומדי הטעויות הסטנדרטיות (סטיות התקן) של מקדמי  $X_2$  ו- $X_3$  0.5 ו-2.5 בהתאמה. בדוק עבור כל אחד מהמקדמים הנ"ל האם מובהק ומה אפשר ללמוד מרגרסיה (1).  
 ה. איזו השערה ניתן לבדוק תוך שימוש במשוואות (6) ו-(3)?

(9) על מנת לאמוד השפעת מגדר ומצב משפחתי על השכר, נאמדה המשוואה הבאה:

$$WAGE = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot GENDER + \alpha_2 \cdot FS + \alpha_3 \cdot (GENDER \cdot FS) + \beta_1 \cdot EDUC + \beta_2 \cdot AGE + U$$

כאשר:

- $GENDER$  = מגדר: 1=גבר, 0=אישה.  
 $FS$  = מצב משפחתי: 1=נשואים, 0=לא נשואים.  
 $EDUC$  = מס' שנות לימוד של העובד.  
 $AGE$  = גיל העובד.  
 $WAGE$  = שכר העובד.

- משוואה (1) נאמדה בפלט מס' 1.  
 בנוסף נאמד גם פלט מס' 2.

- א. החוקרת הניחה כי פערי השכר, באים לידי ביטוי בשכר ההתחלתי בלבד:  
 נכון/ לא נכון/ לא ניתן לדעת.  
 ב. החוקרת הניחה כי הפערים בין נשים לגברים בשכר אינם תלויים בגיל:  
 נכון/ לא נכון/ לא ניתן לדעת.  
 ג. השערת האפס לבדיקת הטענה היא: \_\_\_\_\_.

- ד. המשתנה המוסבר ברגרסיה מס' 2 הינו: \_\_\_\_\_  
(כתבו את המודל שבו מחושב המשתנה המוסבר).  
ה. הסטטיסטי של LM לבדיקת הטענה:  
i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.  
ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: \_\_\_\_\_.  
ו. המקדם של GENDER בפלט מס' 2 הינו: \_\_\_\_\_.

הועלתה הטענה כי הפערים בין גברים לנשים בקרב העובדים הנשואים גבוהים ביותר מ-1500 ₪ מאשר הפערים בקרב העובדים שאינם נשואים.

- ז. ההשערות לבדיקת הטענה הינן: \_\_\_\_\_.  
ח. הסטטיסטי לבדיקת הטענה:  
i. לא ניתן לחשב את הסטטיסטי בעזרת הנתונים הקיימים.  
ii. ניתן לחשבו וערכו הוא: \_\_\_\_\_.  
ט. ההשערות לבדיקת הטענה הן: \_\_\_\_\_.  
י. המודל המוגבל לבדיקת הטענה הוא: \_\_\_\_\_.  
יא. הסטטיסטי לבדיקת הטענה:  
i. לא ניתן לחשבו בעזרת הנתונים הקיימים.  
ii. ניתן לחישוב וערכו הוא: \_\_\_\_\_.

### פלט מס' 1 - משוואה 1:

**Dependent variable: WAGE**

**Number of observations used: 17495**

**Analysis of Variance**

| Source  | DF    | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---------|-------|----------------|-------------|---------|--------|
| Model   | 5     | 1.504815E11    | 30096294654 | 646.42  | <.0001 |
| Error   | 17489 | 8.142567E11    | 46556220    |         |        |
| C Total | 17494 | 9.647382E11    |             |         |        |

|          |            |          |        |
|----------|------------|----------|--------|
| Root MSE | 6823.35843 | R-square | 0.1560 |
| Dep Mean | 7286.58004 | Adj R-sq | 0.1557 |
| C.V.     | 93.64281   |          |        |

**Parameter Estimates**

| Variable  | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|-----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP  | 1  | -3642.10108        | 260.72351      | -13.97                | <.0001  |
| GENDER    | 1  | 2006.13583         | 187.64224      | 10.69                 | <.0001  |
| FS        | 1  | 899.68055          | 159.19316      | 5.65                  | <.0001  |
| GENDER*FS | 1  | 1964.31810         | 227.43348      | 8.64                  | <.0001  |
| EDUC      | 1  | 428.20041          | 12.45434       | 34.38                 | <.0001  |
| AGE       | 1  | 64.72379           | 4.43948        | 14.58                 | <.0001  |

## פלט מס' 2 - מבחן LM:

Dependent variable :

Number of observations used: 17495

## Analysis of Variance

| Source  | DF    | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---------|-------|----------------|-------------|---------|--------|
| Model   | 5     | 66653745252    | 13330749050 | 286.32  | <.0001 |
| Error   | 17489 | 8.142567E11    | 46558220    |         |        |
| C Total | 17494 | 8.809105E11    |             |         |        |

  

|          |             |          |        |
|----------|-------------|----------|--------|
| Root MSE | 6823.35843  | R-square | 0.0757 |
| Dep Mean | 2.29222E-12 | Adj R-sq | 0.0754 |
| C.V.     | 2.97675E17  |          |        |

## Parameter Estimates

| Variable  | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for H0: Parameter=0 | Prob> T |
|-----------|----|--------------------|----------------|-----------------------|---------|
| INTERCEP  | 1  | -1244.40187        | 260.72351      | -4.77                 | <.0001  |
| GENDER    | 1  |                    |                |                       |         |
| FS        | 1  | 899.68055          | 159.19316      | 5.65                  | <.0001  |
| GENDER*FS | 1  | 1964.31810         | 227.43348      | 8.64                  | <.0001  |
| EDUC      | 1  | 23.18457           | 12.45434       | 1.86                  | 0.0627  |
| AGE       | 1  | -38.13257          | 4.43948        | -8.59                 | <.0001  |

## 10) ענה על הסעיפים הבאים :

- א. במודל דינאמי עם מתאם סדרתי האומדים מוטים אך עקיבים :  
נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת
- ב. בהשמטת משתנה רלוונטי, אם נתון שהמתאם בין המשתנים המסבירים חיובי, והשפעת המשתנה שהושמט שלילית, אזי האומד ל- $\beta$  במודל הנאמד בעל הטיה חיובית :  
נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת
- ג. המודל הבא נאמד במדגם של 1000 תצפיות והתקבלו התוצאות הבאות :

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + U_t$$

(0.2)   (0.8)   (0.6)

$$R^2 = 0.4$$

(המספרים בסוגריים הם ערכי t של המקדמים).

לאור הנתונים שהתקבלו נראה כי במשוואה :

- i. אין כל בעיה סטטיסטית ולכן האומדים המתקבלים הם חסרי הטיה.
- ii. יש בעיה של : \_\_\_\_\_, אך האומדים המתקבלים עדיין חסרי הטיה.
- iii. יש בעיה של : \_\_\_\_\_ והאומדים המתקבלים מוטים.

ד. המודל הבא נאמד במדגם של 1000 תצפיות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + U_t$$

$$(7.8) \quad (0.2) \quad (-6.3)$$

לאור הנתונים שהתקבלו נראה כי במשוואה:

- i. אין כל בעיה סטטיסטית ולכן האומדים המתקבלים הם חסרי הטיה.
- ii. יש בעיה של: \_\_\_\_\_, אך האומדים המתקבלים עדיין חסרי הטיה.
- iii. יש בעיה של: \_\_\_\_\_ והאומדים המתקבלים מוטים.

**(11) נתון המודל:**  $Y = \alpha + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + U_t$

- א. אם קיים מתאם סדרתי מסדר ראשון, אומדי הריבועים הפחותים חסרי הטיה ועקיבים אך לא יעילים:  
נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת
- ב. הוספת המשתנה  $Y_{t-1}$  למשוואה, יכולה לפתור את בעיית המתאם הסדרתי מסדר ראשון:  
נכון/לא נכון/לא ניתן לדעת
- ג. רגרסיית עזר למתאם סדרתי שלישי הינה: \_\_\_\_\_.
- ד. דרגות החופש של הערך הקריטי לבדיקת ההשערה בסעיף ג' הינן: \_\_\_\_\_.

**(12) נתון המודל:**

$$1. Y_t = \alpha + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + U_t$$

- א. האומדים המתקבלים בשיטת הריבועים הפחותים הם מוטים, אך עקיבים:  
נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת

פתרון הבעיה הקיימת במשוואה (1) ייתכן על ידי אמידת המשוואה

$$\text{הבאה: } (Y_t \cdot W_t) = \delta_0 \cdot W_t + \delta_1 \cdot (X_{1t} \cdot W_t) + \delta_2 \cdot (X_{2t} \cdot W_t) + V_t$$

- ב. כאשר  $W_t$  הינו: \_\_\_\_\_.
- ג. משוואה (2) בצורתה המפורשת הינה:  
\_\_\_\_\_ =  $\delta_0 \cdot$  \_\_\_\_\_ +  $\delta_1 \cdot$  \_\_\_\_\_ +  $\delta_2 \cdot$  \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_
- מלאו את החסר במונחי המשתנים של משוואה (1).
- ד. האומד היעיל ל- $\sigma^2$  הינו: \_\_\_\_\_.

## תשובות סופיות:

- (1) א. כן. ב. מוטה. ג. אי אפשר לדעת. ד. לא.
- ה. נכון. ו.  $V(\tilde{\beta}) = \frac{n\sigma^2}{S_{xx}^2}$ . ז. לא נכון.
- (2) א. iii. ב. iii.
- (3) ד'.
- (4) ב'.
- (5) א. מובהק. ב. אינם מובהקים. ג. ראו סרטון.
- (6) א. מובהק. ב.  $H_0: \beta_2 = 2.2\beta_1$ . ג.  $S.E = 0.00743$ .
- (7) א.  $\hat{\alpha} = \bar{y}$ . ב.  $V(\hat{\alpha}) = \frac{\sigma_e^2}{n}$ .
- (8) א.  $6 > 1 > 3 > 2 > 4$ . ב. יש עדות לכך. ג. יש עדות לכך.
- ד.  $X_2$  מובהק,  $X_3$  אינו מובהק. ה.  $H_0: \beta_2 = \beta_4 = \beta_5 = 0$ .
- (9) א. נכון. ב. נכון. ג.  $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ .
- ד. ראו סרטון. ה. ראו סרטון. ו. ראו סרטון.
- ז.  $H_0: \alpha_3 = 1500$ . ח. ii,  $t_{stat} = 2.04$ . ט.  $H_0: \alpha_1 = \alpha_2$ .
- י.  $H_1: \alpha_1 \neq \alpha_2$ .
- יא. i.
- (10) א. לא נכון. ב. לא נכון. ג. ii, בעיה של מולטיקולינאריות חלקית.
- ד. ii, בעיה של הוספת משתנה לא רלוונטית.
- (11) א. נכון. ב. נכון. ג.  $\hat{u}_t / X_{1t}, X_{2t}; \hat{u}_{t-1}, \hat{u}_{t-2}, \hat{u}_{t-3}$ .
- ד. 3.
- (12) א. לא נכון. ב.  $W_t = \frac{X_{2t}}{X_{1t}}$ .
- ג.  $\frac{Y_t \cdot X_{2t}}{X_{1t}} = \delta_0 \cdot \frac{X_{2t}}{X_{1t}} + \delta_1 \cdot X_{2t} + \delta_2 \cdot \frac{X_{2t}^2}{X_{1t}} + \frac{u_t X_{2t}}{X_{1t}}$ .
- ד.  $S^2 = \frac{ESS}{T-k}$ .