

# פיזיקה 2 חשמל ומגנטיות

פרק 1 - מבוא מתמטי

תוכן העניינים

1. אינטגרל כפול ומשולש..... 1
2. קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים..... 3
3. צפיפות מטען..... 6
4. וקטורים..... 7

## אינטגרל כפול ומשולש:

### שאלות:

פתרו את האינטגרלים הבאים:

- |  |               |
|--|---------------|
| $\int_0^3 \int_0^2 3 \cdot x^3 y^2 dx dy$                    | 1 דוגמה (1)   |
| $\int_1^2 \int_0^3 (x^2 + 2y) dx dy$                         | 2 דוגמה (2)   |
| $\int_0^2 \int_1^3 (x^2 + y) dy dx$                          | 3 דוגמה (3)   |
| $\int_0^1 \int_0^2 x \cdot z^2 dx dz$                        | 4 דוגמה (4)   |
| $\int_1^5 \int_0^4 2 \cdot y^3 dy dz$                        | 5 דוגמה (5)   |
| $\int_0^{2\pi} \int_0^3 r^2 dr d\theta$                      | 6 דוגמה (6)   |
| $\int_a^b \int_0^c 4 \cdot x^2 y dx dy$                      | 7 דוגמה (7)   |
| $\int_a^b \int_0^c (4z + r^2) dr dz$                         | 8 דוגמה (8)   |
| $\int_0^{2\pi} \int_0^R 4a \cdot r^2 dr d\theta$             | 9 דוגמה (9)   |
| $\int_0^{2\pi} \int_0^R 4yr^2 dr d\theta$                    | 10 דוגמה (10) |
| $\int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$ | 11 דוגמה (11) |

$$\int_1^2 \int_0^2 \int_0^3 (zx^2 + 3y) dy dx dz$$

12 דוגמה – אינטגרל משולש

### תשובות סופיות:

(1) 108

(2) 18

(3) 13.33

(4)  $\frac{2}{3}$

(5) 512

(6) 56.55

(7)  $\frac{4c^3}{3} \left( \frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} \right)$

(8)  $2cb^2 + \frac{c^3}{3}b - 2ca^2 - \frac{a^3}{3}$

(9)  $\frac{4aR^3}{3} 2\pi$

(10)  $\frac{8\pi yR^3}{3}$

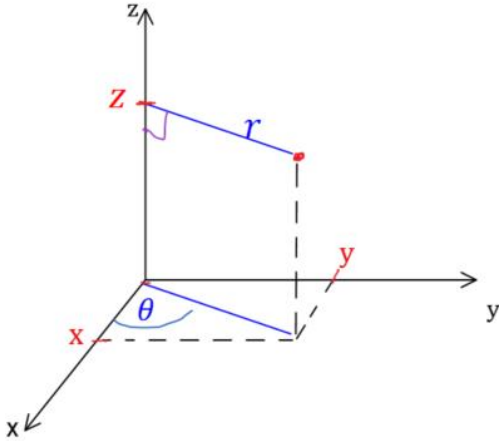
(11)  $4\pi r^2$

(12) 39

## קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים:

רקע:

קואורדינטות גליליות:  $(r, \theta, z)$



$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

טבעת

$$dl = r d\theta / dr / dz$$

דיסקה <sup>מעטפת</sup>  
גלילית

$$dS = r d\theta dr / r d\theta dz / dr dz$$

גליל מלא

$$dV = r d\theta dr dz$$



קואורדינטות כדוריות:  $(r, \theta, \varphi)$

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

מעטפת כדור

$$dS = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

כדור מלא

$$dV = r^2 \sin \varphi dr d\theta d\varphi$$

**שאלות:****(1) שטח מעגל**

חשבו שטח דיסקה בעלת רדיוס  $R$  (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

**(2) חישוב נפח גליל**

חשבו נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

**תשובות סופיות:**

$$S = \pi R^2 \quad (1)$$

$$V = \pi R^2 h \quad (2)$$

## צפיפות מטען:

רקע:

**צפיפות נפחית** – כמות המטען ביחידת נפח.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל-  $\rho = \frac{Q}{V}$ .

**צפיפות משטחית** – כמות המטען ביחידת שטח.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל-  $\sigma = \frac{Q}{S}$ .

**צפיפות אורכית** – כמות המטען ביחידת אורך.

אם הצפיפות אחידה אז היא שווה ל-  $\lambda = \frac{Q}{L}$ .

אלמנט מטען אינפיטיסימלי:

$$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

שאלות:

(1) תרגיל - דיסקה עם חור

מצא את צפיפות המטען של דיסקה בעלת רדיוס R הטעונה במטען כולל Q המתפלג אחידה.

בדיסקה קדחו חור ברדיוס r, מצא את כמות המטען שהוצאה מהדיסקה.

(2) תרגיל – מטען כולל בכדור

מצא את המטען הכולל בכדור בעל רדיוס R וצפיפות מטען:  $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R}$ .

תשובות:

$$Q \left( \frac{r}{R} \right)^2 \quad (1)$$

$$\rho_0 \pi R^3 \quad (2)$$

## וקטורים:

רקע:

וקטור יחידה:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

מכפלה סקלרית:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z \cdot B_z = |\vec{A}| |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

מציאת זווית בין וקטורים:

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z \cdot B_z}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

מכפלה וקטורית:

דרך 1 – דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

גודל המכפלה -

כיוון לפי כלל יד ימין -



יש כמה דרכים לבצע את הכלל, אם מחליפים אצבעות לכל שלושת הוקטורים הכלל נשאר נכון (אם מחליפים מקום רק לשני וקטורים – טעות).

דרך נוספת לכלל יד ימין נקראת כלל הבורג -



מסובבים את האצבעות מ- $\vec{A}$  ל- $\vec{B}$  והתוצאה בכיוון האגודל.

**בחירת מערכת צירים:**

במערכת צירים צריך להתקיים:  $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$ .

**זהויות:**

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) = \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$