

# פיזיקה 1ב למדעי החיים, כימיה והנדסה כימית

פרק 1 - מבוא מתמטי

תוכן העניינים

1. מעברי יחידות ..... 1
2. סינוס קוסינוס ומה שביניהם ..... 3
3. קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים ..... 7
4. צפיפות ..... 10
5. אלמנט מסה אינפיטיסימלי ..... 11
6. נספח-נגזרת סתומה ואלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות ..... 12

## מעברי יחידות:

### שאלות:

#### (1) דוגמה 1

נתון:  $A = 2\text{km}$ ,  $B = 10\text{gr}$ .

מצא את  $C = A \cdot B$  ביחידות של m.k.s.

#### (2) דוגמה 2

נתון:  $A = 2\text{m}^2$ ,  $B = 3\text{gr}$ ,  $C = 5\text{c.m} \cdot \text{s}$ .

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א.  $D = 2 \cdot A$

ב.  $E = \frac{5 \cdot B \cdot C}{A}$

#### (3) מעבר יחידות בחזקות

מצא את הגדלים הבאים ביחידות של ס"מ:

א.  $A = 1\text{m}^2$

ב.  $B = 1\text{m}^3$

#### (4) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של  $\text{c.m}^3$ :

א.  $5.2\text{m}^3$

ב.  $320\text{mm}^3$

ג.  $0.0054\text{km}^3$

#### (5) ליטר, דוגמה

הבע את הגדלים הבאים ב-Liter:

א.  $5\text{m}^3$

ב.  $5\text{mm}^3$

## תשובות סופיות:

(1)  $20\text{m} \cdot \text{kg}$

(2) א.  $4\text{m}^2$

(3) א.  $10^4\text{cm}^2$

(4) א.  $5.2 \cdot 10^6\text{cm}^3$

(5) א.  $5 \cdot 10^3\text{Liter}$

ב.  $37.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{sec} \cdot \text{kg}}{\text{m}}$

ב.  $10^6\text{cm}^3$

ב.  $0.32\text{cm}^3$  ג.  $5.4 \cdot 10^{12}\text{cm}^3$

ב.  $5 \cdot 10^{-6}\text{Liter}$

## סינוס קוסינוס ומה שביניהם:

רקע

במשולש ישר זווית:

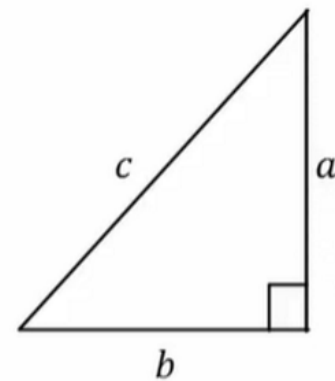
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$



משפט פיתגורס:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

## זהויות:

|                                                                                                                                                                                 |                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
| $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$<br>$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$<br>$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$<br>$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$        | $90^\circ - \alpha$  |
| $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$<br>$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$<br>$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$<br>$\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$     | $90^\circ + \alpha$  |
| $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$<br>$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$<br>$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$<br>$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$ | $180^\circ - \alpha$ |
| $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$<br>$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$<br>$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$<br>$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$                                             | $-\alpha$            |
| $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$<br>$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$                                        | $2\alpha$            |
| $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$<br>$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$                    | $\alpha \pm \beta$   |

## סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left( \frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

## ערכים ששווה לזכור:

| הזווית והפונקציה | $0^\circ$ | $30^\circ$           | $45^\circ$                                | $60^\circ$           | $90^\circ$ |
|------------------|-----------|----------------------|-------------------------------------------|----------------------|------------|
| $\sin \alpha$    | 0         | $\frac{1}{2}$        | $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1          |
| $\cos \alpha$    | 1         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        | 0          |
| $\tan \alpha$    | 0         | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1                                         | $\sqrt{3}$           | לא מוגדר   |

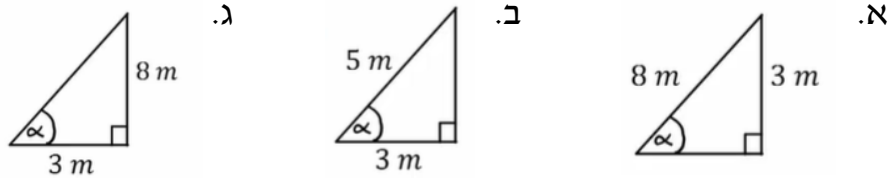
## פתרונות עבור:

|                                                          |                        |
|----------------------------------------------------------|------------------------|
| $x_1 = \alpha + 2\pi k$<br>$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$ | $\sin x = \sin \alpha$ |
| $x_1 = \alpha + 2\pi k$<br>$x_2 = -\alpha + 2\pi k$      | $\cos x = \cos \alpha$ |
| $x = \alpha + \pi k$                                     | $\tan x = \tan \alpha$ |

## שאלות:

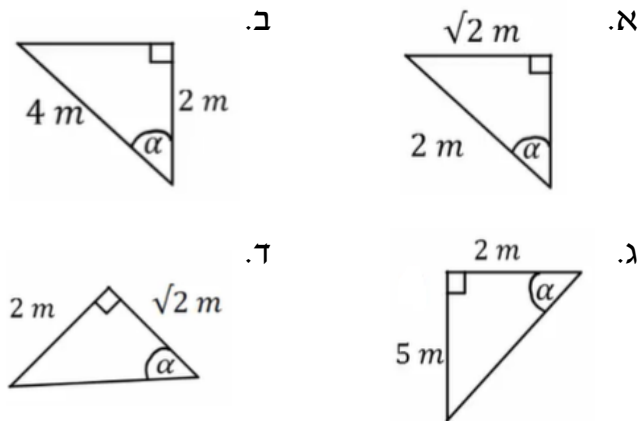
## 1) דוגמה 1- חישוב אלפא

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

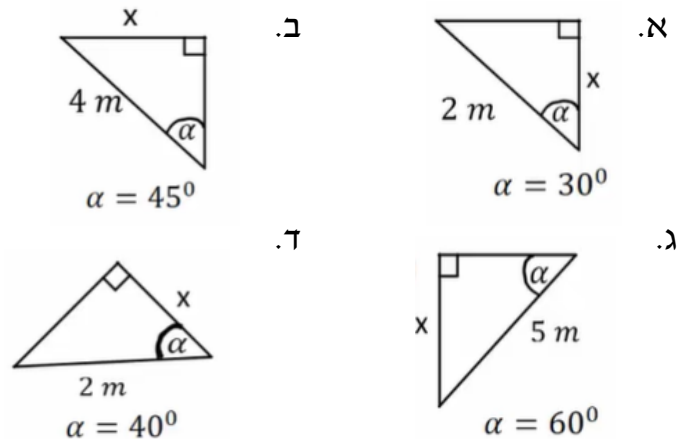


## 2) דוגמה 2- משולשים שמסורטטים אחרת

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:



## 3) דוגמה 2- מציאת ניצבים



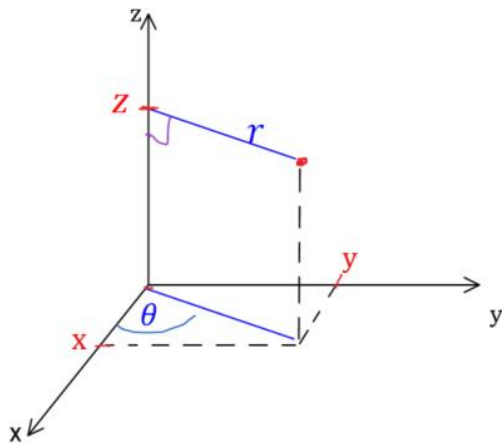
## תשובות סופיות:

- (1) א.  $\alpha = 22^\circ$  ב.  $\alpha = 53^\circ$  ג.  $\alpha = 69^\circ$   
 (2) א.  $\alpha = 45^\circ$  ב.  $\alpha = 60^\circ$  ג.  $\alpha = 68.2^\circ$  ד.  $\alpha = 55^\circ$   
 (3) א.  $\sqrt{3m}$  ב.  $2\sqrt{2m}$  ג.  $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$  ד.  $1.53m$

## קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים:

רקע:

קואורדינטות גליליות:  $(r, \theta, z)$



$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

טבעת

$$dl = r d\theta / dr / dz$$

דיסקה

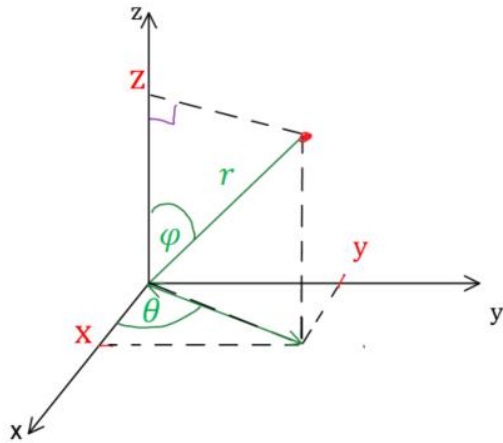
מעטפת  
גלילית

$$dS = r d\theta dr / r d\theta dz / dr dz$$

גליל מלא

$$dV = r d\theta dr dz$$





קואורדינטות כדוריות:  $(r, \theta, \varphi)$

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

מעטפת כדור

$$dS = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

כדור מלא

$$dV = r^2 \sin \varphi dr d\theta d\varphi$$

## שאלות:

## (1) שטח מעגל

חשבו שטח דיסקה בעלת רדיוס  $R$  (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

## (2) חישוב נפח גליל

חשבו נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

## תשובות סופיות:

$$S = \pi R^2 \quad (1)$$

$$V = \pi R^2 h \quad (2)$$

## צפיפות:

### שאלות:

#### (1) דיסקה עם חור

- א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס  $R$  ומסה  $M$ ?
- ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס  $r$ .  
מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

### תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \frac{M}{\pi R^2} \quad \text{ב. } M \left( \frac{r}{R} \right)^2$$

## צפיפות אינפיטיסימלית:

### שאלות:

#### (1) מוט עם צפיפות לא אחידה

חשב את המסה הכוללת של מוט בעל אורך  $L$  וצפיפות מסה  $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$  כאשר  $x$  הוא המרחק מהקצה השמאלי של המוט והפרמטרים:  $\lambda_0$ ,  $L$  הם קבועים.

### תשובות סופיות:

$$\frac{\lambda_0 L}{2} \quad (1)$$

## חשבון דיפרנציאלי:

### שאלות:

#### (1) נגזרת סתומה\*\*

נתונה הפונקציה הבאה:  $f(x, y) = y^{\sin x} + 6y + e^{x^2+y^2} = 0$

מצא את:  $\frac{dy}{dx}$

#### (2) אלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות\*\*

נתונות קואורדינטות חדשות:  $r' = \frac{1}{r^2}$ ,  $\theta' = \frac{1}{2}\theta$

כאשר  $r$  ו- $\theta$  הם הקואורדינטות הפולריות.  
מצא את גודלו של אלמנט אורך  $dl$  כפונקציה של הקואורדינטות החדשות.

### תשובות סופיות:

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{(\ln y)(\cos x)(y^{\sin x}) + 2xe^{x^2+y^2}}{\sin x \cdot y^{(\sin x-1)} + 6 + 2ye^{(x^2+y^2)}} \quad (1)$$

$$dl^2 = \frac{1}{4} r'^{-3} dr'^2 + \frac{1}{r'} 4d\theta'^2 \quad (2)$$