# פיזיקה מכניקה מספרי קורסים 141011 141010

## פרק 1 - מבוא מתמטי

### תוכן העניינים


1. מעברי יחידות ..... 1
2. סינוס קוסינוס ומה שביניהם ..... 3
3. קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים ..... 7
4. צפיפות ..... 10
5. אלמנט מסה אינפיטיסימלי ..... 11
6. נספח-נגזרת סתומה ואלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות ..... 12

# מעברי יחידות:

## שאלות:

**1) דוגמה 1**

נתון: $A=2km\ ,\ B=10gr$.

מצא את $C=A\cdot B$ ביחידות של m.k.s.

**2) דוגמה 2**

נתון: $A=2m^2\ ,\ B=3gr\ ,\ C=5c.m\cdot s$

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s:

א. $D=2\cdot A$

ב. $E=\frac{5\cdot B\cdot C}{A}$

**3) מעבר יחידות בחזקות**

מצא את הגדלים הבאים ביחידות של ס"מ:

א. $A=1m^2$

ב. $B=1m^3$

**4) סנטימטר בשלישית**

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של $c.m^3$:

א. $5.2m^3$

ב. $320mm^3$

ג. $0.0054km^3$

**5) ליטר, דוגמה**

הבע את הגדלים הבאים ב- Liter :

א. $5m^3$

ב. $5mm^3$

## תשובות סופיות:

1) $20\text{m}\cdot\text{kg}$

2) א. $4\text{m}^2$ ב. $37.5\cdot10^{-5}\frac{\text{sec}\cdot\text{kg}}{\text{m}}$

3) א. $10^4\text{cm}^2$ ב. $10^6\text{cm}^3$

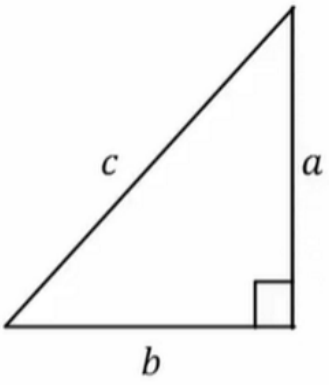
4) א. $5.2\cdot10^6\text{cm}^3$ ב. $0.32\text{cm}^3$ ג. $5.4\cdot10^{12}\text{cm}^3$

5) א. $5\cdot10^3\text{Liter}$ ב. $5\cdot10^{-6}\text{Liter}$

# סינוס קוסינוס ומה שביניהם:

## רקע

**במשולש ישר זווית:**




$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan\alpha}$$

**משפט פיתגורס:**

$$a^2 + b^2 = c^2$$

**זהויות:**

| | |
|---|---|
| $\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha$<br>$\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha$<br>$\tan(90^\circ-\alpha)=\cot\alpha$<br>$\cot(90^\circ-\alpha)=\tan\alpha$ | $90^\circ-\alpha$ |
| $\sin(90^\circ+\alpha)=\cos\alpha$<br>$\cos(90^\circ+\alpha)=-\sin\alpha$<br>$\tan(90^\circ+\alpha)=-\cot\alpha$<br>$\cot(90^\circ+\alpha)=-\tan\alpha$ | $90^\circ+\alpha$ |
| $\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$<br>$\cos(180^\circ-\alpha)=-\cos\alpha$<br>$\tan(180^\circ-\alpha)=-\tan\alpha$<br>$\cot(180^\circ-\alpha)=-\cot\alpha$ | $180^\circ-\alpha$ |
| $\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$<br>$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$<br>$\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$<br>$\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$ | $-\alpha$ |
| $\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$<br>$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha==1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$ | $2\alpha$ |
| $\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$<br>$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$ | $\alpha\pm\beta$ |

**סכום והפרש של פונקציות:**

$$\sin\alpha\pm\sin\beta=2\sin\left(\frac{\alpha\pm\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha\mp\beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

**ערכים ששווה לזכור:**

| הזווית \הפונקציה | $0°$ | $30°$ | $45°$ | $60°$ | $90°$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sin\alpha$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| $\cos\alpha$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| $\tan\alpha$ | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | לא מוגדר |

**פתרונות עבור:**

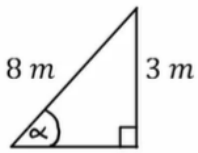
| | |
|---|---|
| $x_1=\alpha+2\pi k$<br>$x_2=\pi-\alpha+2\pi k$ | $\sin x=\sin\alpha$ |
| $x_1=\alpha+2\pi k$<br>$x_2=-\alpha+2\pi k$ | $\cos x=\cos\alpha$ |
| $x=\alpha+\pi k$ | $\tan x=\tan\alpha$ |

## שאלות:

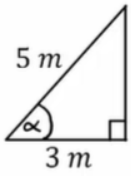
**1) דוגמה 1-חישוב אלפא**

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

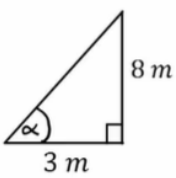
א.




ב.



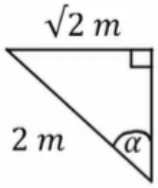

ג.



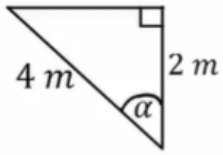

**2) דוגמה 2-משולשים שמסורטטים אחרת**

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים:

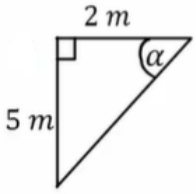
א.



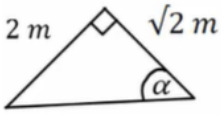

ב.




ג.

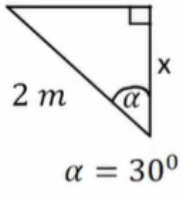



ד.

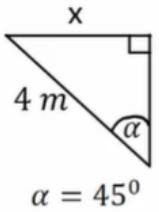



**3) דוגמה-2-מציאת ניצבים**

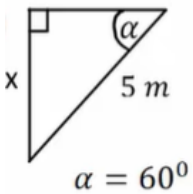
א.



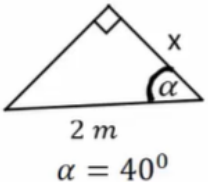

ב.




ג.




ד.



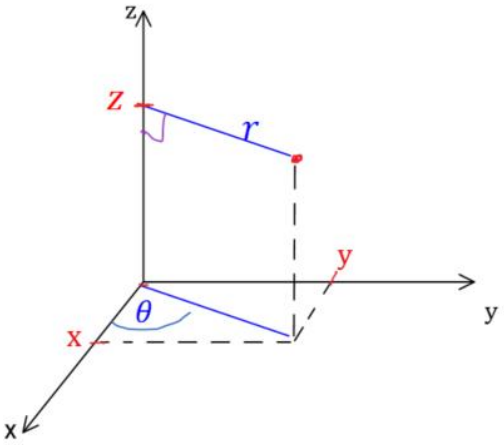

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\alpha = 22°$ ב. $\alpha = 53°$ ג. $\alpha = 69°$

**2)** א. $\alpha = 45°$ ב. $\alpha = 60°$ ג. $\alpha = 68.2°$ ד. $\alpha = 55°$

**3)** א. $\sqrt{3m}$ ב. $2\sqrt{2m}$ ג. $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$ ד. $1.53m$

# קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאלים:




**רקע:**

**קואורדינטות גליליות:** $(r,\theta,z)$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

טבעת

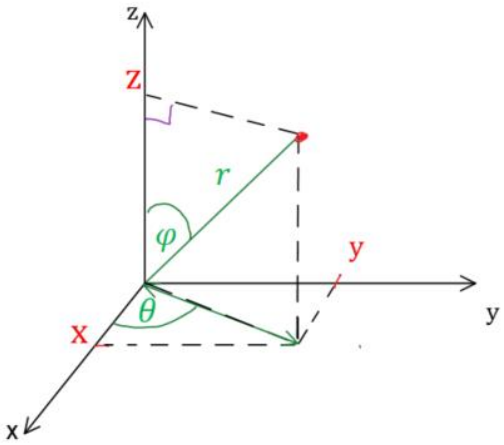
$$dl = r\,d\theta/d\,r/d\,z$$

דיסקה — מעטפת גלילית

$$dS = rd\theta\,d\,r/r\,d\theta\,d\,z/d\,r\,dz$$

גליל מלא

$$dV = rd\theta\,dr\,dz$$




**קואורדינטות כדוריות:** $(r,\theta,\varphi)$

$$z = r\cos\varphi$$

$$x = r\sin\varphi\cos\theta$$

$$y = r\sin\varphi\sin\theta$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos\varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

$$dl = dr/r\,\sin\varphi d\theta/r\,d\varphi$$

מעטפת כדור

$$dS = r^2\sin\varphi d\theta\,d\varphi$$

כדור מלא

$$dV = r^2\sin\varphi dr d\theta\,d\varphi$$

## שאלות:

**1) שטח מעגל**

חשבו שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

**2) חישוב נפח גליל**

חשבו נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

## תשובות סופיות:

**1)** $S = \pi R^2$

**2)** $V = \pi R^2 h$

# צפיפות:

## שאלות:

**1) דיסקה עם חור**

א. מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס R ומסה M?

ב. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r .
מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

## תשובות סופיות:

**1)** א. $\frac{M}{\pi R^2}$ ב. $M\left(\frac{r}{R}\right)^2$

# צפיפות אינפיטיסימלית:

## שאלות:

**1) מוט עם צפיפות לא אחידה**

חשב את המסה הכוללת של מוט בעל אורך L וצפיפות מסה $\lambda(x)=\lambda_0\frac{x}{L}$

כאשר $x$ הוא המרחק מהקצה השמאלי של המוט והפרמטרים: $L$ , $\lambda_0$ הם קבועים.

## תשובות סופיות:

**1)** $\frac{\lambda_0 L}{2}$

# חשבון דיפרנציאלי:

## שאלות:

**1) נגזרת סתומה****

נתונה הפונקציה הבאה: $f(x,y)=y^{\sin x}+6y+e^{x^2+y^2}=0$.

מצא את: $\frac{dy}{dx}$.

**2) אלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות****

נתונות קואורדינטות חדשות: $\theta'=\frac{1}{2}\theta$ , $r'=\frac{1}{r^{2'}}$.

כאשר $r$ ו-$\theta$ הם הקואורדינטות הפולריות.

מצא את גודלו של אלמנט אורך $dl$ כפונקציה של הקואורדינטות החדשות.

## תשובות סופיות:

**1)** $$\frac{dy}{dx}=-\frac{(\ln y)(\cos x)\left(y^{\sin x}\right)+2xe^{x^2+y^2}}{\sin x\cdot y^{(\sin x-1)}+6+2ye^{\left(x^2+y^2\right)}}$$

**2)** $$dl^2=\frac{1}{4}r'^{-3}\,dr'^2+\frac{1}{r'}4d\theta'^2$$